УДК 519.832.4

В. В. РОМАНЮК
Хмельницкий национальный университет

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫХОДА НА РЫНОК ДВУХ КОНКУРИРУЮЩИХ ПРЕДПРИЯТИЙ С ПОМОЩЬЮ ИГРОВОЙ БЕСШУМНОЙ ДУЭЛИ В MATLAB 7.0.1

В форме программы представлено модель однократного выхода на рынок двух конкурирующих предприятий в рамках игровой бесшумной дуэли. Показано также программу для демонстрационного моделирования результатов выхода на рынок двух конкурирующих предприятий при заданном количестве повторений игры.

In the form of the program there has been represented the model of the single market launch of the two competing enterprises within the gaming noiseless duel. There has been shown also the program for the demonstrational modeling of the two competing enterprises market launch results by the given game repeats number.

Описания объекта исследования

Современные микроэкономические процессы неразделимо связаны с конкурентоспособностью предприятий, функционирующих в той или иной области. Иногда обстоятельства складываются так, что начало предоставления определённой услуги или товара на рынке целесообразно отсрочить, давая возможность накопиться потребительскому интересу. Это способствует не только некоторому повышению цены, что выгодно для предприятия, но и более глубокой осведомлённости о товаре со стороны потенциальных покупателей. Но если на рынок выходит более одного предприятия с идентичными услугами, то возникающая конкуренция заставляет ускорить начало предоставления оговоренной услуги, иначе существует неминуемая угроза потери рынка. Подобный конфликт интересов достаточно плотно описывается теорией бескоалиционных игр [1 — 5], куда, в частности, входят и антагонистические игры, где конфликтное взаимовлияние возникает между двумя сторонами с прямо противоположными интересами.

Постановка проблемы и цель статьи

Будем рассматривать ситуацию с выходом на рынок минимального количества заинтересованных сторон, предоставляющих потребителям одинаковые услуги. Модель выхода на потребительский рынок двух предприятий с идентичными предоставляемыми услугами или товарами может быть представлена в форме антагонистической игры типа дуэли [3, с. 153; 4, с. 101; 5, с. 96], в которой ядро имеет вид

$$L(x, y) = \begin{cases} \psi(x, y), & x < y \\ \lambda(x) = \lambda(y), & x = y \\ \zeta(x, y), & x > y \end{cases} \tag{1}$$

где каждая из функций $\psi(x, y)$ и $\zeta(x, y)$ удовлетворяет условию

$$\psi(a, a) \leqslant \lambda(a) \leqslant \zeta(a, a),\ a \in \{x, y\},\ x \in [0; 1],\ y \in [0; 1]. \tag{2}$$

Кроме условия (2), на ядро (1) игры типа дуэли, которую еще называют антагонистической игрой с выбором момента времени, накладываются такие условия: каждая из функций $\psi(x, y)$ и $\zeta(x, y)$ является непрерывной по обеим переменным, причём

$$\psi(x_1, y) < \psi(x_2, y) \text{ при } x_1 < x_2 \quad \forall\ y \in [0; 1],\ x_1 \in [0; 1],\ x_2 \in [0; 1], \tag{3}$$

$$\psi(x, y_1) > \psi(x, y_2) \text{ при } y_1 < y_2 \quad \forall\ x \in [0; 1],\ y_1 \in [0; 1],\ y_2 \in [0; 1], \tag{4}$$

$$\zeta(x_1, y) < \zeta(x_2, y) \text{ при } x_1 < x_2 \quad \forall\ y \in [0; 1],\ x_1 \in [0; 1],\ x_2 \in [0; 1], \tag{5}$$

$$\zeta(x, y_1) > \zeta(x, y_2) \text{ при } y_1 < y_2 \quad \forall\ x \in [0; 1],\ y_1 \in [0; 1],\ y_2 \in [0; 1]. \tag{6}$$

Одним из вариантов антагонистической игры с выбором момента времени является игра типа бесшумной дуэли, в которой после выхода на рынок одним из предприятий другое предприятие остается в неведении о текущем состоянии до того момента, пока оно само не предоставит рынку свои услуги. Ядром бесшумной дуэли служит функция (1), где

$$\psi(x,\ y) = x - y + xy\,, \tag{7}$$

$$\lambda(x) = 0\,, \tag{8}$$

$$\zeta(x,\ y) = x - y - xy\,. \tag{9}$$

Решение такой игры известно [4, с. 101 — 103]. Оптимальными стратегиями игроков для $a \in \{x,\ y\}$ являются идентичные вероятностные распределения

$$s(a) = \begin{cases} 0, & a \in \left[0;\ \dfrac{1}{3}\right) \\ \dfrac{1}{4a^3}, & a \in \left[\dfrac{1}{3};\ 1\right] \end{cases} \tag{10}$$

на правом подсегменте $\left[\dfrac{1}{3};\ 1\right]$ единичного сегмента $[0;\ 1]$, применение которых даёт нулевое оптимальное значение игры. Однако здесь полное практическое внедрение оптимальной стратегии (10) не предоставляется возможным, ведь выход на рынок осуществляется лишь один раз, а не бесчисленное число раз, что является необходимым условием реализации любого вероятностного распределения случайной величины.

В связи с этой проблемой цель настоящей статьи состоит в построении модели однократного выхода на рынок двух конкурирующих предприятий в рамках игровой бесшумной дуэли, бесконечное повторение которой приведет к практическому внедрению оптимальной стратегии (10). Построенную модель необходимо будет представить в адаптированной программной среде для её быстрого и наглядного использования.

Модель однократного выхода на рынок

В работах [6 — 8] разработаны и представлены приёмы постепенного выбора игроком его чистых стратегий из спектра оптимальной смешанной стратегии для её практической реализации. В игре типа бесшумной дуэли спектр оптимальной смешанной стратегии (10) является бесконечным, поэтому для практической реализации стратегии (10) необходима первоначальная дискретизация функции $\dfrac{1}{4a^3}$ на сегменте $\left[\dfrac{1}{3};\ 1\right]$. Далее уже можно применить программу **opr1p1** из MATLAB 7.0.1 (рис. 1), входными данными для которой являются вектор вероятностей смешанной стратегии и указание о выводе на экран выбранной чистой стратегии, номер которой возвращается в рабочее пространство MATLAB 7.0.1 Command Window.

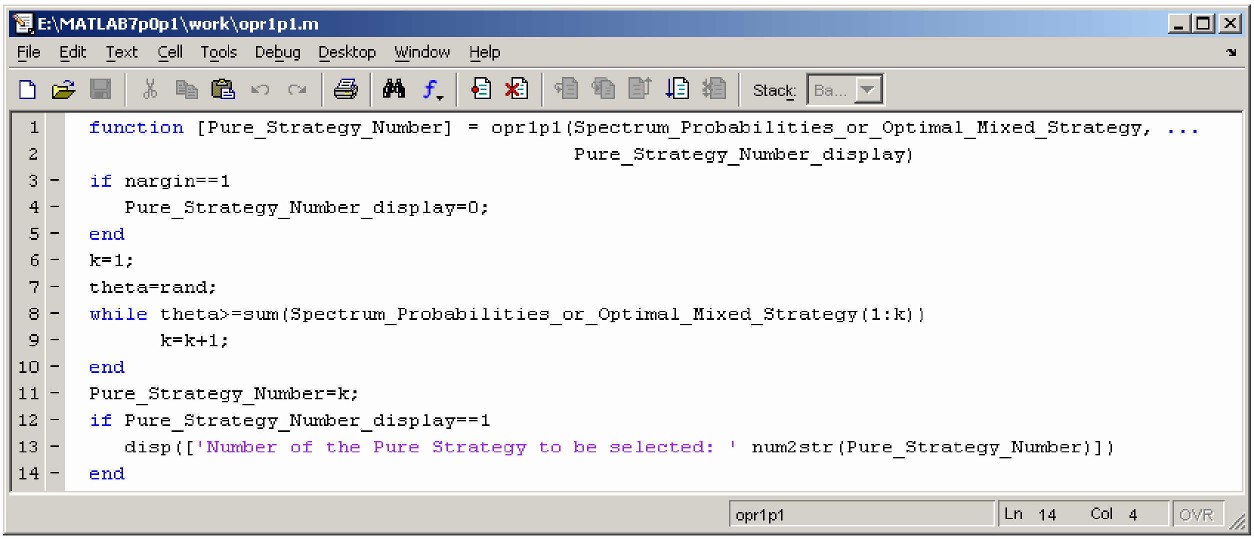
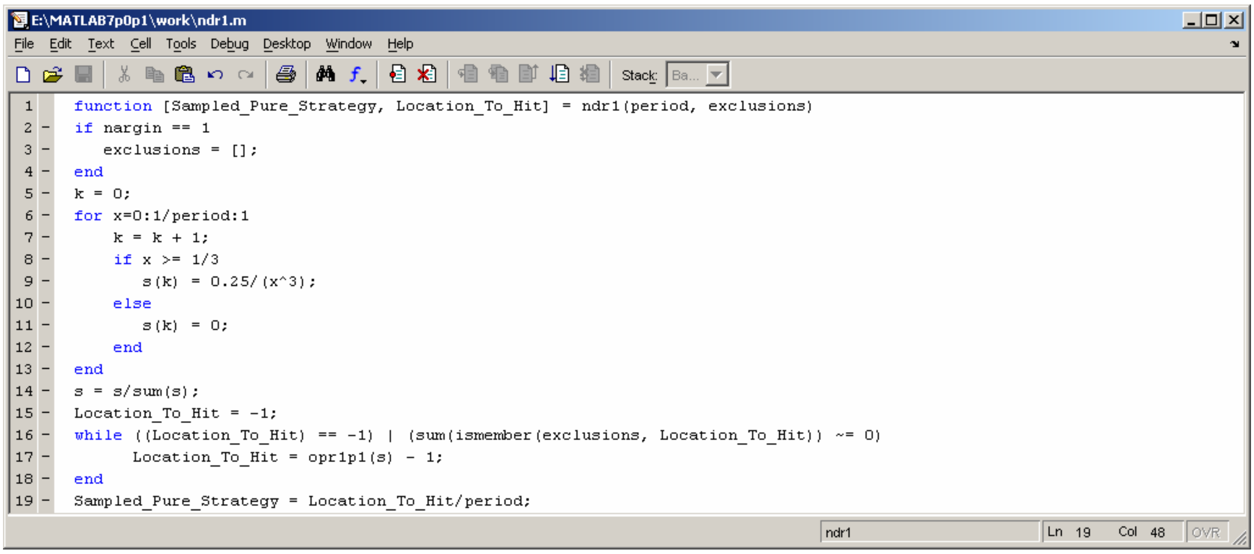


Рис. 1. MATLAB-код программы `opr1p1` для генерации номера выбираемой чистой стратегии [8]

На основании программы **opr1p1** можно написать код для генерации предприятием времени выброса товара на рынок в условиях бесшумной дуэли. Соответствующая программа **ndr1** имеет два входных параметра, первый из которых указывает на безотносительную длительность p процесса выхода на рынок (целое число), а второй (необязательный) — предписывает точки q множества $\{j\}_{k=1}^{p}$, где выход на рынок невозможен (рис. 2). Например, если выход на рынок необходимо осуществить в течении недели, начиная с понедельника и исключая выходные дни (субботу и воскресенье), то $p = 7$ и $q \in \{6, 7\}$.



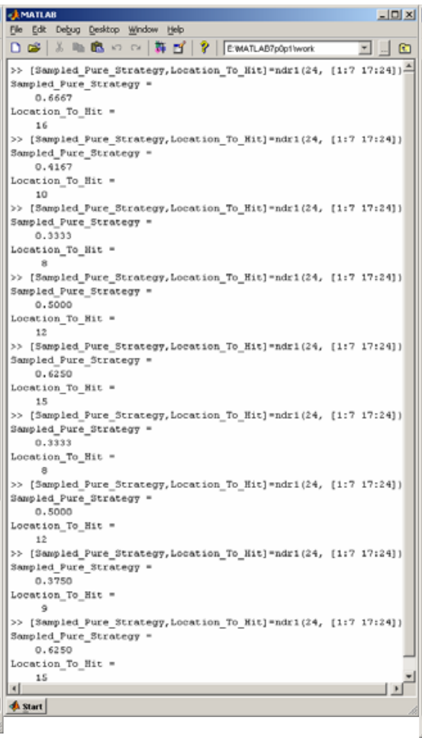
```
function [Sampled_Pure_Strategy, Location_To_Hit] = ndr1(period, exclusions)
if nargin == 1
   exclusions = [];
end
k = 0;
for x=0:1/period:1
    k = k + 1;
    if x >= 1/3
       s(k) = 0.25/(x^3);
    else
       s(k) = 0;
    end
end
s = s/sum(s);
Location_To_Hit = -1;
while ((Location_To_Hit) == -1) | (sum(ismember(exclusions, Location_To_Hit)) ~= 0)
      Location_To_Hit = opr1p1(s) - 1;
end
Sampled_Pure_Strategy = Location_To_Hit/period;
```

Рис. 2. MATLAB-код программы `ndr1` **для генерации предприятием номера выбираемой чистой стратегии или времени выброса товара на рынок**

На рис. 3 показаны примеры выбора дня недели для выхода на рынок с выходными субботой и воскресеньем, на рис. 4 — примеры выбора времени суток (с вычетом ночного и вечернего времени), а на рис. 5 — примеры выбора месяца (с вычетом летних отпускных периодов — июля и августа).

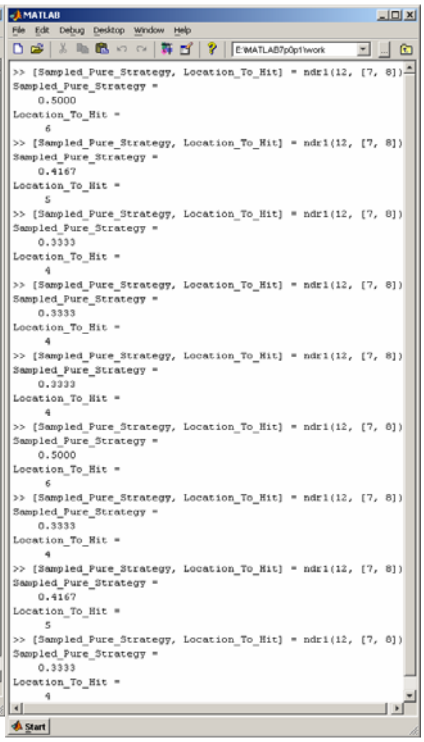
```
>> [Sampled_Pure_Strategy, Location_To_Hit] = ndr1(7, [6, 7])
Sampled_Pure_Strategy =
    0.7143
Location_To_Hit =
     5
>> [Sampled_Pure_Strategy, Location_To_Hit] = ndr1(7, [6, 7])
Sampled_Pure_Strategy =
    0.4286
Location_To_Hit =
     3
>> [Sampled_Pure_Strategy, Location_To_Hit] = ndr1(7, [6, 7])
Sampled_Pure_Strategy =
    0.4286
Location_To_Hit =
     3
>> [Sampled_Pure_Strategy, Location_To_Hit] = ndr1(7, [6, 7])
Sampled_Pure_Strategy =
    0.4286
Location_To_Hit =
     3
>> [Sampled_Pure_Strategy, Location_To_Hit] = ndr1(7, [6, 7])
Sampled_Pure_Strategy =
    0.4286
Location_To_Hit =
     3
>> [Sampled_Pure_Strategy, Location_To_Hit] = ndr1(7, [6, 7])
Sampled_Pure_Strategy =
    0.5714
Location_To_Hit =
     4
>> [Sampled_Pure_Strategy, Location_To_Hit] = ndr1(7, [6, 7])
Sampled_Pure_Strategy =
    0.4286
Location_To_Hit =
     3
>> [Sampled_Pure_Strategy, Location_To_Hit] = ndr1(7, [6, 7])
Sampled_Pure_Strategy =
    0.4286
Location_To_Hit =
     3
>> [Sampled_Pure_Strategy, Location_To_Hit] = ndr1(7, [6, 7])
Sampled_Pure_Strategy =
    0.4286
Location_To_Hit =
     3
```

Рис. 3. Выбор дня недели с выходными субботой и воскресеньем



```
>> [Sampled_Pure_Strategy,Location_To_Hit]=ndr1(24, [1:7 17:24])
Sampled_Pure_Strategy =
    0.6667
Location_To_Hit =
    16
>> [Sampled_Pure_Strategy,Location_To_Hit]=ndr1(24, [1:7 17:24])
Sampled_Pure_Strategy =
    0.4167
Location_To_Hit =
    10
>> [Sampled_Pure_Strategy,Location_To_Hit]=ndr1(24, [1:7 17:24])
Sampled_Pure_Strategy =
    0.3333
Location_To_Hit =
     8
>> [Sampled_Pure_Strategy,Location_To_Hit]=ndr1(24, [1:7 17:24])
Sampled_Pure_Strategy =
    0.5000
Location_To_Hit =
    12
>> [Sampled_Pure_Strategy,Location_To_Hit]=ndr1(24, [1:7 17:24])
Sampled_Pure_Strategy =
    0.6250
Location_To_Hit =
    15
>> [Sampled_Pure_Strategy,Location_To_Hit]=ndr1(24, [1:7 17:24])
Sampled_Pure_Strategy =
    0.3333
Location_To_Hit =
     8
>> [Sampled_Pure_Strategy,Location_To_Hit]=ndr1(24, [1:7 17:24])
Sampled_Pure_Strategy =
    0.5000
Location_To_Hit =
    12
>> [Sampled_Pure_Strategy,Location_To_Hit]=ndr1(24, [1:7 17:24])
Sampled_Pure_Strategy =
    0.3750
Location_To_Hit =
     9
>> [Sampled_Pure_Strategy,Location_To_Hit]=ndr1(24, [1:7 17:24])
Sampled_Pure_Strategy =
    0.6250
Location_To_Hit =
    15
```

Рис. 4. Выбор времени суток с вычетом ночного (от 0:00 до 7:00) и вечернего (от 16:00 до 0:00) времени



```
>> [Sampled_Pure_Strategy, Location_To_Hit] = ndr1(12, [7, 8])
Sampled_Pure_Strategy =
    0.5000
Location_To_Hit =
     6
>> [Sampled_Pure_Strategy, Location_To_Hit] = ndr1(12, [7, 8])
Sampled_Pure_Strategy =
    0.4167
Location_To_Hit =
     5
>> [Sampled_Pure_Strategy, Location_To_Hit] = ndr1(12, [7, 8])
Sampled_Pure_Strategy =
    0.3333
Location_To_Hit =
     4
>> [Sampled_Pure_Strategy, Location_To_Hit] = ndr1(12, [7, 8])
Sampled_Pure_Strategy =
    0.3333
Location_To_Hit =
     4
>> [Sampled_Pure_Strategy, Location_To_Hit] = ndr1(12, [7, 8])
Sampled_Pure_Strategy =
    0.3333
Location_To_Hit =
     4
>> [Sampled_Pure_Strategy, Location_To_Hit] = ndr1(12, [7, 8])
Sampled_Pure_Strategy =
    0.5000
Location_To_Hit =
     6
>> [Sampled_Pure_Strategy, Location_To_Hit] = ndr1(12, [7, 8])
Sampled_Pure_Strategy =
    0.3333
Location_To_Hit =
     4
>> [Sampled_Pure_Strategy, Location_To_Hit] = ndr1(12, [7, 8])
Sampled_Pure_Strategy =
    0.4167
Location_To_Hit =
     5
>> [Sampled_Pure_Strategy, Location_To_Hit] = ndr1(12, [7, 8])
Sampled_Pure_Strategy =
    0.3333
Location_To_Hit =
     4
```

Рис. 5. Выбор месяца с вычетом июля и августа

Демонстрационное моделирование результатов выхода на рынок с заданным количеством повторений

Используя программу **ndr1** бесконечное число раз, игрок, реализовав оптимальною стратегию (10), гарантирует себе нулевое оптимальное значение игры. Другими словами, если $v(k)$ является выигрышем первого предприятия в k-м повторении выхода на рынок, и это предприятие использует каждый раз результат программы **ndr1**, то

$$\lim_{R\to\infty}\frac{1}{R}\sum_{k=1}^{R}v(k)=0. \tag{11}$$

Для моделирования результатов выхода на рынок с заданным количеством повторений следует использовать программу **ndr1demo**, написанную на основе программы **ndr1**. Программа **ndr1demo** имеет три параметра: длительность p, множество точек q множества $\{j\}_{j=1}^{p}$, и количество повторений R. Первый параметр p, как и в программе **ndr1**, является обязательным. При введении только этого параметра множество точек q, где выход на рынок невозможен, является пустым, а $R=10$ (рис. 6). В рабочее пространство MATLAB 7.0.1 Command Window программой **ndr1demo** возвращается выбираемая каждым предприятием чистая стратегия и её номер, а также средний выигрыш

$$\tilde{v}(R)=\frac{1}{R}\sum_{k=1}^{R}v(k). \tag{12}$$

```
E:\MATLAB7p0p1\work\ndr1demo.m
function [Sampled_Pure_Strategy1, Location_To_Hit1, Sampled_Pure_Strategy2, Location_To_Hit2, Averaged_Payoff] = ...
          ndr1demo(period, exclusions, repeats)
if nargin < 3
   repeats = 10;
   if nargin < 2
      exclusions = [];
   end
end
for k=1:repeats
    [Sampled_Pure_Strategy1(k), Location_To_Hit1(k)] = ndr1(period, exclusions);
    [Sampled_Pure_Strategy2(k), Location_To_Hit2(k)] = ndr1(period, exclusions);
    switch sign(Sampled_Pure_Strategy1(k) - Sampled_Pure_Strategy2(k))
        case {1}
             Payoff(k) = ...
             Sampled_Pure_Strategy1(k) - Sampled_Pure_Strategy2(k) + Sampled_Pure_Strategy1(k)*Sampled_Pure_Strategy2(k);
        case {0}
             Payoff(k) = 0;
        case {-1}
             Payoff(k) = ...
             Sampled_Pure_Strategy1(k) - Sampled_Pure_Strategy2(k) - Sampled_Pure_Strategy1(k)*Sampled_Pure_Strategy2(k);
    end
end
Averaged_Payoff = sum(Payoff)/repeats;
```

Рис. 6. MATLAB-код программы `ndr1demo` **для демонстрационного моделирования результатов выхода на рынок двух конкурирующих предприятий**

На рис. 7 показан пример с результатами демонстрационного моделирования с помощью программы **ndr1demo**, где $p=7$ и $q\in\{\varnothing\}$ при $R=80$. В этом примере можно считать, что предприятиям предстоит выйти на рынок в течении недели без выходных дней, и эта ситуация будет повторяться в течении 80 недель. За это время средний выигрыш первого предприятия, который можно считать относительным, составит $\tilde{v}(80)=-0.0974$. Естественно, этот выигрыш является значением случайной величины с нулевым математическим ожиданием (рис. 8), выборочная дисперсия которой

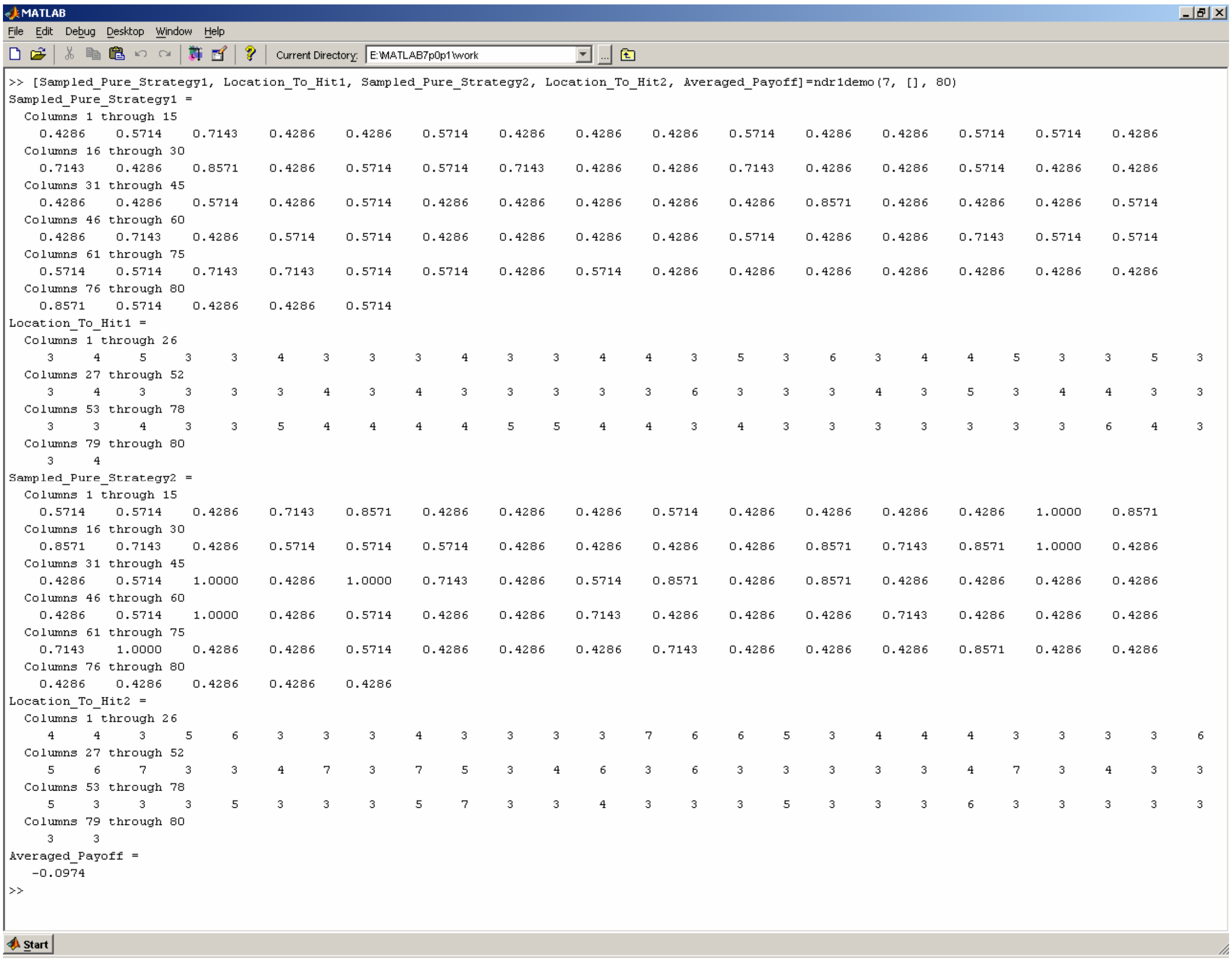


Рис. 7. Результаты демонстрационного моделирования для $p = 7$ **и** $q \in \{\varnothing\}$ **при** $R = 80$

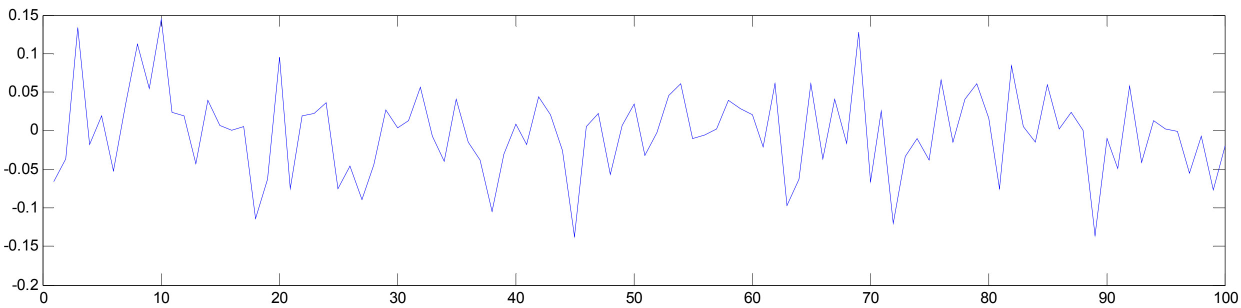


Рис. 8. Средний выигрыш первого предприятия при стократном повторении примера для $p = 7$ **и** $q \in \{\varnothing\}$ **с** $R = 80$

$$\frac{1}{R}\sum_{k=1}^{R}\left[v(k)-\tilde{v}(R)\right]^2 = \frac{1}{R}\sum_{k=1}^{R}\left[v(k)-\frac{1}{R}\sum_{k=1}^{R}v(k)\right]^2 \qquad (13)$$

с увеличением количества повторений R стремится к нулю (рис. 9):

$$\lim_{R\to\infty}\frac{1}{R}\sum_{k=1}^{R}\left[v(k)-\tilde{v}(R)\right]^2 = \lim_{R\to\infty}\frac{1}{R}\sum_{k=1}^{R}\left[v(k)-\frac{1}{R}\sum_{k=1}^{R}v(k)\right]^2 = 0\,. \qquad (14)$$

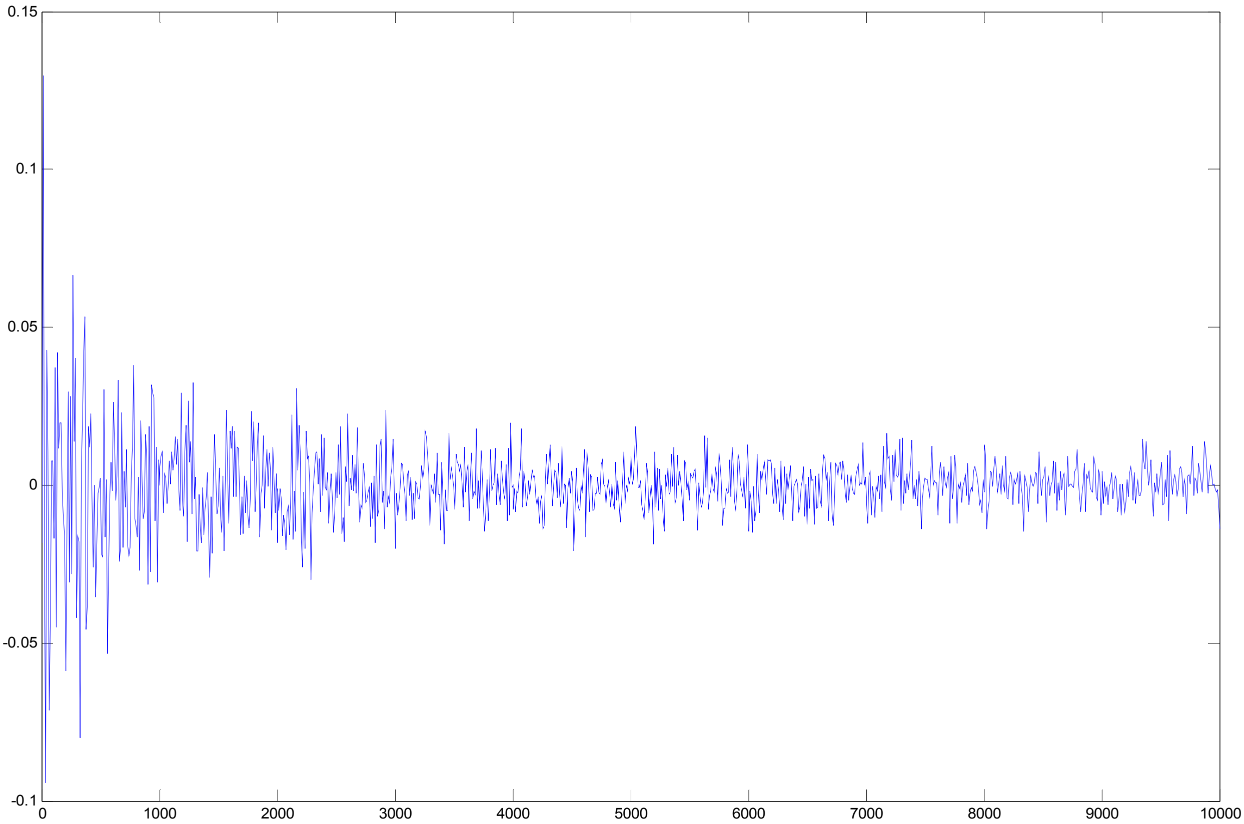


Рис. 9. Зависимость одного значения выигрыша первого предприятия с $p = 7$ и $q \in \{\varnothing\}$ при увеличении R от 10 до 10000 через 10

Выводы и перспектива дальнейшего исследования

Построенная программа-модель однократного выхода на рынок двух конкурирующих предприятий в рамках игровой бесшумной дуэли позволяет предприятию свободно выбирать время предоставления своих услуг на рынке, задавая также периоды, в течение которых выход на рынок исключён. Такое поведение целиком реализует концепцию честной и открытой конкуренции, результатом которой есть одинаковое распределение полезности между двумя предприятиями в предельном переходе (11). В перспективе можно предложить исследовать игры типа бесшумной дуэли с двумя и более возможностями выхода на рынок, где решение будет уже сложнее, если только конфликт не решится в оптимальных чистых стратегиях.

Литература

1. Популярные лекции по математике. Выпуск 32. Вентцель Е. С. Элементы теории игр. — М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1961. — 67 с.

2. Мулен Э. Теория игр с примерами из математической экономики: Пер. с франц. — М.: Мир, 1985. — 199 с.: ил.

3. Воробьёв Н. Н. Теория игр для экономистов-кибернетиков. — М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1985. — 272 с.

4. Теория игр: Учеб. пособие для ун-тов / Л. А. Петросян, Н. А. Зенкевич, Е. А. Семина. — М.: Высшая школа, Книжный дом "Университет", 1998. — 304 с.: ил.

5. Оуэн Г. Теория игр: Пер. с англ. Изд. 2-е. — М.: Едиториал УРСС, 2004. — 216 с.

6. Романюк В. В. Моделювання реалізації оптимальних змішаних стратегій в антагоністичній грі з двома чистими стратегіями в кожного з гравців // Наукові вісті НТУУ "КПІ". — 2007. — № 3. — С. 74 — 77.

7. Романюк В. В. Метод реалізації принципу оптимальності у матричних іграх без сідлової точки // Вісник НТУ "ХПІ". Тематичний випуск: Інформатика та моделювання. — Харків: НТУ "ХПІ", 2008. — № 49. — С. 146 — 154.

8. Романюк В. В. Метод реалізації оптимальних змішаних стратегій у матричній грі з пустою множиною сідлових точок у чистих стратегіях з невідомою кількістю партій гри // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. — 2009. — № 2. — С. 224 — 229.

Надійшла 28.05.2009