2. Журавльова І.В. Управління людським капіталом підприємства : [наук. вид.] / І.В. Журавльова, А.В. Кудлай. – Харків : Вид. ХНЕУ, 2004.

3. Журавльова І.В. Методичні основи управління інвестуванням у людський та соціальний капітал. / І.В. Журавльова, К.Р. Немашкало // Економіка: проблеми теорії та практики : збірник наукових праць : у 4 т. Том ІІІ. – Дніпропетровськ : ДНУ, 2005. – Вип. 210

4. Кошулько О.П. Проблеми визначення складових інтелектуального капіталу у вітчизняній і закордонній практиці / Кошулько О.П. // Теорія і практика сучасної економіки. Матеріали IX міжнародної науково-практичної конференції : Черкаси, 24-26 вересня 2008 року / Хомяков В.І. – Черкаси : ЧДТУ, 2008. – С. 173 – 176.

5. Маркова Н. Дослідження тенденцій формування інтелектуальних складових людського капіталу / Н. Маркова // Україна: аспекти праці. – 2005. – № 3. – С. 45 – 49.

6. www.smida.gov.ua

Надійшла 10.11.2009

УДК 519.86+336.76

О. В. САВИЧ
Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

ПРОГНОЗУВАННЯ НОРМИ ПРИБУТКУ ІНВЕСТИЦІЙНОГО ПОРТФЕЛЮ

В даній статті розглядається і описується метод прогнозування норми прибутку портфеля цінних паперів. Використання запропонованої конструкції для прогнозування норми прибутку портфеля акцій надає інвесторам інформацію, яка може сприяти підвищенню ефективності прийняття рішення щодо формування інвестиційного портфелю. Запропонований метод також може бути використаний для диверсифікації ризику інвестиційного портфелю.

The method of prognostication of rate of return investment portfolio is examined in this article and described. The use of the offered construction for prognostication of rate of return investment portfolio gives to the investors information which can assist the increase efficiency of decisions in relation to forming an investment brief-case. The offered method also can be used for diversification of risk an investment portfolio.

Ключові слова: Ринок капіталу, прогноз, інвестиції, портфель, цінний папір, ризик, модель, акція.

Рішення, пов’язані з інвестуванням в цінні папери, є такими, що приймаються в умовах невизначеності. Головною ознакою ненадійних ситуацій є брак інформації про змінні і розклади ймовірностей, яким вони підлягають. Зазвичай, відомі лише межі, в яких значення змінних може міститись, і можливо ймовірність їхнього здійснення. Складання прогнозу постачає певну інформацію, яка може збільшити ефективність прийняття рішення. Варто відмітити, що біржового інвестора цікавить норма прибутку, яку він отримає від інвестованого капіталу. Норма прибутку може приймати різні значення з визначеними ймовірностями. Дані значення залежать від ситуації на ринку цінних паперів (між іншим, також і від загальної економічної ситуації). Важливим показником норми прибутку є так звана очікувана норма повернення, яка визначається за наступною формулою:

$$E(R) = \sum_{i-1}^{m} R_i p_i \, , \qquad (1)$$

де E – величина очікуваного значення,

R_i – i-е можливе значення норми ризику,

p_i – ймовірність здійснення i-го можливого значення норми ризику.

Мірою ризику, як правило, виступає варіація та стандартне відхилення.

Варіацію визначають за формулою:

$$V = \sum_{i=1}^{m} \left[R_i - E(R) \right]^2 p_i \, . \qquad (2)$$

Як бачимо, варіація цінного паперу є середньозваженою квадратів відхилень можливих норм прибутку від очікуваної норми прибутку.

Середня величина норми прибутку у прогнозованому періоді може бути визначена на основі ретроспективного аналізу різних норм прибутку.

Підставою раціонального інвестування в цінні папери є максимізація норми прибутку і мінімізація ризику. Тому природним є інвестиція в акції з вищою очікуваною нормою прибутку при тому ж самому ризику. При однаковій очікуваній нормі прибутку інвестор надає перевагу акціям з нижчим ризиком.

Ризик інвестування можна зменшити, здійснюючи покупку декількох цінних паперів.

У структурі портфеля цінних паперів потрібно розглядати не тільки норму прибутку і ризику, але також кореляцію норм прибутку, показником якої є коефіцієнт кореляції. Даний коефіцієнт, на прикладі портфеля, котрий складається з двох акцій, визначається за наступною формулою:

$$r_{12} = \frac{\sum_{i=1}^{m} p_i (R_{1i} - R_1)(R_{2i} - R_2)}{S_1 S_2}, \quad (3)$$

де r_{12} – коефіцієнт кореляції першої і другої акції,
p_i – ймовірність існування можливих норм прибутку акцій,
R_1 – очікувана норма прибутку першої акції,
R_2 – очікувана норма прибутку другої акції,
R_{1i} – можливі норми прибутку першої акції,
R_{2i} – можливі норми прибутку другої акції,
S_1 – стандартне відхилення першої акції,
S_2 – стандартне відхилення другої акції.

При конструкції портфеля цінних паперів ми користуємося наступною інтерпретацією коефіцієнта кореляції цінних паперів:

-якщо коефіцієнт кореляції становить 1, що означає повністю позитивну кореляцію норм прибутку, то для уникнення ризику не варто інвестувати в дані акції,

- якщо коефіцієнт кореляції становить -1, що інтерпретується як негативна кореляція норм прибутку, портфель акцій у повній мірі безпечний,

- якщо коефіцієнт кореляції є в межах -1 < r < 1, потрібно задуматися над можливістю підбору більш оптимального портфелю.

Як ми вже зазначили, підставою раціонального інвестування в цінні папери є максимізація норми прибутку і мінімізація ризику. З метою збільшення норми прибутку і зменшення ризику, пов'язаного з інвестуванням в акції, можна здійснити покупку портфеля акцій. В випадку двох акцій норма прибутку і ризик визначаються за наступними формулами:

$$E(R_p^{(2)}) = K_1 E(R^{(1)}) + K_2 E(R^{(2)}), \quad (4)$$

$$S_p^2 = K_1^2 S_1^2 + K_2^2 S_2^2 + 2 K_1 K_2 S_1 S_2 r_{12}, \quad (5)$$

де $E(R_p^{(2)})$ - норма прибутку портфеля двох акцій,
S_p – ризик (стандартне відхилення) портфеля двох акцій,
K_1 – частка першої акції в портфелі,
K_2 – частка другої акції в портфелі,
$E(R^{(1)})$ – очікувана норма прибутку першої акції,
$E(R^{(2)})$ – очікувана норма прибутку другої акції,
S_1 – стандартне відхилення першої акції,
S_2 – стандартне відхилення другої акції,
r_{12} – коефіцієнт кореляції першої і другої акції.

Мінімальне значення ризику портфеля двох акцій досягається для наступних часток акцій а портфелі (див. формулу (5):

$$K_1 = \frac{S_2^2 - S_1 S_2 r_{12}}{S_1^2 + S_2^2 - 2 S_1 S_2 r_{12}}, \; K_2 = \frac{S_1^2 - S_1 S_2 r_{12}}{S_1^2 + S_2^2 - 2 S_1 S_2 r_{12}}, \; K_1 + K_2 = 1. \quad (6)$$

Потрібно зазначити, що ризик портфеля двох акцій є тим меншим, чим більше коефіцієнт кореляції наближається до -1.

Для визначення в прогнозованому періоді норми прибутку портфеля акцій, показником якої є очікувана норма повернення $E(R_p)$, а також ризику, котрий вимірюється стандартним відхиленням S_p, потрібною є інформація про очікувану норму прибутку першої акції $E(R^{(1)})$, очікувана норма прибутку другої акції $E(R^{(2)})$, часток акцій K_1, K_2 (відповідно першої і другої), стандартних відхилень першої і другої акції - S_1, S_2, а також коефіцієнта кореляції цих акцій – r_{12} (формули 4, 5, 6). Інакше кажучи, визначення прогнозу норми прибутку портфеля двох акцій $\hat{E}(R_p^{(2)}) = E(R_p^{(2)})_{|\, t=n+1}$ вимагає від нас здійснення наступного прогнозу:

$$\hat{E}(R^{(1)}) = E(R^{(1)})_{|\, t=n+1}, \; \hat{E}(R^{(2)}) = E(R^{(2)})_{|\, t=n+1}, \; \hat{K}_1 = K_{1|t=n+1}, \; \hat{K}_2 = K_{2|t=n+1}.$$

Для визначення прогнозу ризику $\hat{S}_p = S_{p|t=n+1}$ потрібно знати частку першої і другої акції в портфелі - $\hat{K}_1$, $\hat{K}_2$, стандартних відхилень першої і другої акції - $\hat{S}_1 = S_{1|t=n+1}$, $\hat{S}_2 = S_{2|t=n+1}$, а також коефіцієнта кореляції цих акцій $\hat{r}_{12} = r_{12|t=n+1}$.

Для прогнозування $\hat{E}(R_p^{(1)}) = E(R_p^{(1)})_{|\, t=n+1}$, $\hat{S}_p = S_{p|t=n+1}$, потрібно використати методи прогнозування на підставі наступних часових рядів:

$$E(R^{(1)})_{|\, t=1}, E(R^{(1)})_{|\, t=2}, ..., E(R^{(1)})_{|\, t=n} \Big| \to \hat{E}(R^{(1)}) = E(R^{(1)})_{|\, t=n+1},$$

$$E(R^{(2)})_{|\, t=1}, E(R^{(2)})_{|\, t=2}, ..., E(R^{(2)})_{|\, t=n} \Big| \to \hat{E}(R^{(2)}) = E(R^{(2)})_{|\, t=n+1},$$

$$K_{1|t=1}, K_{1|t=2}, ..., K_{1|t=n} \Big| \to \hat{K}_1 = K_{1|t=n+1},$$

$$K_{2|t=1}, K_{2|t=2}, ..., K_{2|t=n} \Big| \to \hat{K}_2 = K_{2|t=n+1},$$

$$S_{1|t=1}, S_{1|t=2}, ..., S_{1|t=n} \Big| \to \hat{S}_1 = S_{1|t=1+n},$$

$$S_{2|t=1}, S_{2|t=2}, ..., S_{2|t=n} \Big| \to \hat{S}_2 = S_{2|t=1+n},$$

$$r_{12|t=1}, r_{12|t=2}, ..., r_{12|t=n} \Big| \to \hat{r}_{12} = r_{12|t=n+1}.$$

В результаті прогноз $\hat{E}(R_p)$ норми прибутку $E(R_p)$, а також прогноз $\hat{S}_p$ ризику S_p портфеля двох акцій вираховується за наступними формулами:

$$\hat{E}(R_p^{(2)}) = \hat{K}_1\hat{E}(R^{(1)}) + \hat{K}_2\hat{E}(R^{(2)}) \tag{7}$$

$$\hat{S}_p^2 = \hat{K}_1^2\hat{S}_1^2 + \hat{K}_2^2\hat{S}_2^2 + 2\hat{K}_1\hat{K}_2\hat{S}_1\hat{S}_2\hat{r}_{12} \tag{8}$$

Прогноз складових формул (7) і (8), до яких входять частка першої акції в портфелі (Kˆ1), частка першої акції в портфелі (Kˆ 2), очікувана норма прибутку першої акції (Eˆ (R(1))), очікувана норму прибутку другої акції (*E*ˆ(*R*(2))), стандартне відхилення першої акції (*S*ˆ), стандартне відхилення другої акції (Sˆ2), а також коефіцієнт кореляції першої і другої акції (rˆ12) визначається в цілому різними методами. Ті методи зумовлені є властивостями наданих часових рядів.

Якщо отриманий часовий ряд належить до несезонних часових рядів і генерується моделлю ARIMA (p, d, q), то для практичного обчислення прогнозу підхід, котрий базується на використанні диференціального рівняння, буде найпростішим і ситуацію *z*t+l, яка генерується через процес φ*(β)*z*t = *θ (β)a*t, *де* φ*(β)* = φ *(β)*d, можна окреслити безпосередньо за допомогою диференціального рівняння:

$$zt + l = \varphi 1\, zt + 1 - 1 + ... + \varphi\, p + d\, zt + l - p - d - \theta 1 at + 1 - 1 - ... - \theta q\, at + l - q + at + 1 \tag{9}$$

Прогноз *z*ˆt (*l*) з найменшою середньоквадратичною похибкою, котре має випередження *l*, є умовним значенням випадкової змінної *z*t+l в період *t*, тобто $\hat{z}t\,(l) = \underset{t}{E}\,[\,zt + 1\,]$. Переходячи в формулі (9) до умовних очікуваних значень в періоді *t* і впроваджуючи означення $[at{+}l] = \underset{t}{E}\,[at + 1\,]$, $[\,zt + 1\,] = \underset{t}{E}\,[\,zt + 1\,]$, отримуємо:

$$[\,zt + l\,] = \hat{z}t\,(1) = \varphi 1\,[\,zt + 1 - 1\,] + ... + \varphi\, p + d\,[\,zt + l - p - d\,] - \theta 1[at + l - 1\,] - ... - \theta q\,[at + 1 - q\,] + [at + 1\,] \tag{10}$$

Щоб обрахувати умовні очікувані значення з формули (10), варто взяти під увагу, що в випадку, коли *j* є величиною повністю додатною, ми маємо:

$$[\,zt - j\,] = \underset{t}{E}\,[\,zt - j\,] = zt - j\,, j = 0, 1, 2, ... ,$$

$$[\,zt + j\,] = \underset{t}{E}\,[\,zt + j\,] = \hat{z}t\,(j), j = 1, 2, ... ,$$

$$[at + j\,] = \underset{t}{E}\,[at + j\,] = 0, j = 1, 2, ... ,$$

$$[at - j\,] = \underset{t}{E}\,[at - j\,] = at - j = zt - j - \hat{z}t - j - 1\,(1), j = 0, 1, 2, ... ,$$

Складові правої частини рівняння (10) ми трактуємо згідно з наступними правилами:

$zt - j$, (*j* = 0, 1, 2), період t відомий і залишається без змін,

$zt - j$, (*j* = 1, 2, …), невідомі замінюємо їхніми прогнозами на період t , *z*ˆ*t* (*j*),

at–*j*, (*j* = 0, 1, 2, ...), відомі окреслюємо як *zt*–*j* –*z*ˆ*t* − *j* −1 (1),

at+*j*, (*j* = 1, 2, ...), невідомі замінюємо нулем.

З поданих правил і зразка (9) випливає, що в випадку, коли оператор середньої рухомої *θ (β)* відноситься до ряду *q*, рівняння прогнозів *z*ˆ*t* (1), *z*ˆ*t* (2), ..., *z*ˆ*t* (*q*) залежатимуть безпосередньо від *a*, натомість для прогнозів з більшим випередженням такої залежності не існує.

На практиці в багатьох випадках необхідним є визначення прогнозу для різних випереджень, на приклад – на 1, 2, 3, ..., *l* кроків вперед. В такій ситуації можна використати формулу (11) з поданими правилами. Використання формули (10) вимагає від нас інформації про ваги φ1 , ..., φ *p* + *d* , θ1 , θ2 , ..., θ*q* .

Ці ваги можна використати також для вирахування прогнозу крапкового значення *zt*+l–1 в момент *t* + *l* з формули: $\hat{z}t + 1\,(l) = \hat{z}t\,(l + 1) + \psi\, l\, at + 1$,

де *z*ˆ*t* (*l* + 1) – прогноз значення *zt*+*l*+1 в момент *t*,

$at + 1 = zt + 1 - z\hat{}t$ (1) – похибка прогнозу на один крок вперед,

$$\begin{aligned}
&\psi_1 = \varphi_1^* - \theta_1 \\
&\psi_2 = \varphi_1^*\psi_1 + \varphi_2^* - \theta_2 \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\psi_j = \varphi_1^*\psi_{j-1} + \ldots + \varphi_{p+d}^*\psi_{j-p-d} - \theta_j,
\end{aligned}$$

де $\psi 0 = 1$, $\psi j = 0$ для $j < 0$ і $\theta j = 0$ для $j > q$.

Якщо k більше значень $p + d - 1$ і q, то для $j > k$ ваги ψ задовольняють диференціальне рівняння:

$$\psi_j = \varphi_1^*\psi_{j-1} + \ldots + \varphi_{p+d}^*\psi_{j-p-d}$$

Прогноз періодів для заданої зверху вірогідності прогнозу p конструюється у наступний спосіб:

$$P(z_{t+l}(-) < z_{t+l} < z_{t+l}(+)) = P = 1 - \varepsilon,$$

Sa – естиматор варіації $\sigma_a 2$,

$u\varepsilon/2$ – квантиль ряду $1 - \varepsilon/2$ стандартного нормального розподілу.

Портфелі, що розглядались до цього часу, містили всього лише два складники. До складу портфеля може також входити багато складових. Надалі ми розглянемо портфель акцій зі значенням u, $u > 2$.

Щоб отримати для портфеля акцій прогноз норми прибутку, варто скористатись методом послідовного додавання. З формули (7) спочатку отримуємо прогноз пар акцій, а після цього – їхні нові пари, і процес продовжується до тих пір, поки не отримаємо остаточний прогноз $E\hat{}\ (R(k))$ норми прибутку $E(R(k))$ портфеля акцій. Даний прогноз також можна отримати, використовуючи наступні формули:

$$\hat{E}(R_p^{(3)}) = \hat{K}_2(\hat{K}_1\hat{E}(R^{(1)}) + (1-\hat{K}_1)\hat{E}(R^{(2)}) + (1-\hat{K}_2)\hat{E}(R^{(3)}), \tag{11}$$

$$\begin{aligned}\hat{E}(R_p^{(4)}) = \hat{K}_3[\hat{K}_2(\hat{K}_1\hat{E}(R^{(1)}) + (1-\hat{K}_1)\hat{E}(R^{(2)}) + (1-\hat{K}_2)\hat{E}(R^{(3)})] + \\ + (1-\hat{K}_3)\hat{E}(R^{(4)}),\end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned}\hat{E}(R_p^{(5)}) = \hat{K}_4\{\hat{K}_3[\hat{K}_2(\hat{K}_1\hat{E}(R^{(1)}) + (1-\hat{K}_1)\hat{E}(R^{(2)}) + (1-\hat{K}_2)\hat{E}(R^{(3)})] + \\ + (1-\hat{K}_3)\hat{E}(R^{(4)})\} + (1-\hat{K}_4)\hat{E}(R^{(5)}),\end{aligned} \tag{13}$$

де $E\hat{}\ (R(k)_p)$ – прогноз норми прибутку портфеля акцій.

На практиці зручно використовувати відносну середню похибку прогнозу $\Phi(k)$, яка є рівною середній похибці прогнозу, поділеній на значення прогнозу, тобто:

$$\Phi^{(k)} = \frac{[\mathrm{var}(\beta_k)]^{1/2}}{\hat{E}(R^k)}, \; k = 1,2, \tag{14}$$

де $\beta k = E(R\ k) - E\hat{}\ (R\ k)$ – похибки прогнозу норми прибутку першої акції ($k = 1$) і другої акції ($k = 2$).

Хоча саме визначення похибки прогнозу з формальної точки зору є очевидним, вона однак не дає змогу визначити похибку прогнозу $\hat{E}(R^k)$ (k=1,2). Таку похибку в деяких випадках (за відповідних припущень) можна визначити використовуючи ретроспективний аналіз, точніше – виявлені в процесі цього аналізу закономірності, пов'язані з очікуваною нормою прибутку всіх акцій досліджуваного портфеля, а також минулі прогнози, що в результаті зробить можливим визначення в прогнозованому періоді відносної середньої похибки $\Phi^{(k)}$.

Література

1. Ульянченко О.В. Дослідження операцій в економіці / О.В. Ульянченко. – Харків, 2003.
2. Ульянченко О.В. Методи оптимізації в економіці / О.В. Ульянченко. – Харків, 2001.
3. Математические методы исследования операций. – К. : Вища школа, 1979. – 312 с.
4. Бугір М.К. Математика для економістів. Лінійна алгебра, лінійні моделі / М.К. Бугір. – К. : Академія, 1998. – 272 с.
5. Całczyński, D. K-Stróż, D. Orzecowska, Z. Śleszyński. Elementy badań operacyjnych w zarządzaniu. Radom, 2000.
6. W. Dębski. Rynek finansowy i jego mechanizmy. PWN, Warszawa, 2002.
7. W. Tarczyński. Rynki kapitałowe – Metody ilościowe. Placet, Warszawa, 2004.

Надійшла 16.11.2009