

## ФІНАНСИ ТА БАНКІВСЬКА СПРАВА

УДК 388.26

О. Я. ПРЯДКО, Г. Г. ЦЕГЕЛИК

Львівський національний університет імені Івана Франка

ЗАДАЧА РОЗПОДІЛУ КРЕДИТНИХ КОШТІВ БАНКУ  
З МІНІМАЛЬНОЮ ВЕЛИЧИНОЮ РИЗИКУ

*Висвітлено сучасний стан кредитного портфеля банків України. Використано метод динамічного програмування для розв'язування задачі мінімізації кредитних ризиків під час розподілу кредитних коштів банку.*

*The actual status of the credit portfolio of banks of Ukraine has been analyzed. We used the method of dynamic programming for solving the problem of minimizing credit risks in the distribution of credit costs to a bank.*

*Ключові слова: кредитний портфель, кредитний ризик, динамічне програмування.*

**Постановка проблеми.** Функціонування фінансової системи України в умовах світових кризових процесів потребує пошуку нових підходів до організації управління усіма сферами економіки, у тому числі банківським сектором. Ослаблення банківської системи України через посилення негативного впливу світової фінансової кризи певною мірою сприяло переоцінці кредитних ризиків і зміні механізмів їх виявлення. За останні роки збитки, які виникли в кредитній діяльності банків, були спричинені внаслідок несплати відсотків за користування кредитами та неповернення самих кредитів. Головною причиною такої ситуації є недосконала система оцінки кредитних проектів і недостатня обґрунтованість наявних методик розрахунку реальної величини ризику, притаманного кредитним операціям. Один з основних підходів до зменшення кредитних ризиків полягає у ретельному відборі потенційних позичальників шляхом аналізу їхньої платоспроможності. Тому ефективність кредитної діяльності комерційного банку та його фінансова стійкість в цілому залежать від правильної оцінки кредитоспроможності. Усе це обумовлює актуальність проблеми удосконалення існуючих і впровадження нових методик оцінки кредитного ризику та управління ним. Для наукового обґрунтування рішень залежно від виду операції може використовуватись той чи інший математичний апарат [1,2]: методи лінійного і нелінійного програмування, динамічне програмування, стохастичне програмування, теорія ігор, теорія масового обслуговування, теорія графів та ін. Крім того, може використовуватись статистичне моделювання, імітаційне моделювання, регресійний аналіз тощо.

Метою цієї статті є обґрунтування теоретичних аспектів кредитного ризику та використання методу динамічного програмування для розв'язування задачі розподілу кредитних коштів банку з мінімальною величиною ризику.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Аналіз наукових досліджень, що стосується розвитку банківської системи, свідчить про те, що вітчизняні науковці все більше уваги приділяють вивченню різносторонніх проблем функціонування банківської системи. Зокрема, підвищення інтересу до оцінки кредитного ризику пов'язано зі зростанням обсягів кредитних портфелів банків, зниженням рентабельності в банківській сфері, що спонукає банки приймати на себе високі кредитні ризики. Усе це обумовило актуальність вдосконалення існуючих і впровадження нових методик оцінок та управління кредитним ризиком.

Теоретичні та практичні аспекти управління кредитним ризиком знайшли відображення у науковому доробку таких вітчизняних та зарубіжних науковців, як Л.О. Примостка, С.І. Житарюк [3], О.Д. Вовчак, О.В. Дзюблук, С.М. Ілляшенко, В.М. Геєць, Б.Л. Луціва [4], А.М. Мороз, О.І. Лаврушина, Дж. Сінкі, І.Т. Балабанов, І.В. Вишняков та інші. Разом з тим, відаючи належне науковим та практичним напрацюванням сучасних вчених з даної проблеми, існує потреба в удосконаленні управління банківським ризиком, в її подальшому дослідженні, а також у використанні економіко-математичних методів, реалізація яких вела б до мінімізації кредитних ризиків банків.

**Виклад основного матеріалу.** Виявлення факторів ризику дає змогу узагальнити можливі негативні наслідки для банківської системи, зокрема:

- подальше погіршення якості кредитних портфелів банківських установ через зростання частки прострочених і сумнівних кредитів, втрату об'єктами застави частини вартості;
- зниження прибутковості діяльності банків, що посилює ризик збиткової діяльності, особливо в умовах знецінення національної валюти для кредиторів, які проводили ризикову кредитну політику;
- подальше обмеження ресурсної бази, а, отже, й уповільнення темпів кредитування через високий відсоток проблемних кредитів та інше [5].

Слід зазначити, що характеризуючи кредитні ризики, перш за все, значну увагу потрібно зосередити саме на особливостях їх виникнення, які безпосередньо пов'язані із послідовною реалізацією етапів кредитного процесу. Рівень кредитного ризику може значно збільшитися з появою різних причин та факторів, які впливають на повернення кредиту, що лежать поза межами контролю банку, які описані в [6]. Крім того, важливу роль відіграє правильна оцінка кредитоспроможності позичальників. Одним з факторів

кредитоспроможності позичальника є його дохід – достатність виконання кредитних зобов'язань є необхідною умовою для отримання кредиту. Водночас кредитоспроможність позичальника опосередковано залежить і від інших (переважно якісних) факторів: матеріального та сімейного стану позичальника, місця і стажу його роботи, віку та здоров'я, наявності та характеру кредитної історії тощо.

Несприятливий розвиток процесів як у світовій економіці, так і безпосередньо в Україні, відобразився на довірі до банківської системи. Аналіз діяльності комерційних банків щодо забезпечення повернення наданих кредитів свідчить, що частка проблемних кредитів у кредитному портфелі банків за останні два роки стрімко зростає (табл. 1) [7].

Як бачимо з табл. 1, частка проблемних кредитів у кредитному портфелі банків зростає, тому банкам задля гарантування повернення позик повинна проводитися якісна та кількісна оцінка ризику. Використаємо метод динамічного програмування для розв'язання задачі розподілу кредитних коштів банку з мінімальною величиною ризику.

Таблиця 1

**Динаміка структури заборгованості за кредитами, наданими банками в економіку України, млн грн(станом на 01.01.2003 – 2010 рр.)**

Показник	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Кредитний портфель	46736	73442	97197	156268	268294	485368	792244	747348
Проблемні кредити (прострочені та сумнівні)	2113	2500	3145	3379	4456	6357	18015	69935
Частка проблемних кредитів в кредитному портфелі, %	4,5	3,4	3,2	2,2	1,7	1,3	2,3	9,3

Нехай для кредитування банк може виділити  $m$  грошових одиниць коштів, обсяг кожної з яких становить  $S$  умовних одиниць. Відомо, що банк має можливість кредитувати  $n$  позичальників  $P_1, P_2, \dots, P_n$ . При цьому для кредитування одного позичальника банк може виділити не більше одного кредиту, розмір якого може становити  $S \cdot k$  грошових одиниць коштів, де  $k=1, 2, \dots, m$ . Розмір кредиту і позичальник становлять відповідну величину ризику. Задача полягає в такому розподілі кредитів банку серед позичальників, за якого сумарна величина ризику була б мінімальною.

Нехай  $g_i(x_j)$ ,  $i=1, 2, \dots, n$ , – величина ризику від надання кредиту в розмірі  $x_j = j$ ,  $j=0, 1, \dots, m$ , грошових одиниць коштів позичальнику  $P_i$ . Позначимо через  $F_i(x_j)$ ,  $i=1, 2, \dots, n$ , величину ризику від надання кредиту в розмірі  $x_j = j$ ,  $j=0, 1, \dots, m$ , одиниць коштів першим  $i$  позичальникам  $P_1, P_2, \dots, P_i$ , а через  $F_i^*(x_j)$ ,  $i=1, 2, \dots, n$ , – мінімальну величину ризику від надання кредиту в розмірі  $x_j = j$ ,  $j=0, 1, \dots, m$ , одиниць коштів першим  $i$  позичальникам  $P_1, P_2, \dots, P_i$ .

Процес розв'язування задачі розіб'ємо на  $n$  кроків. На першому кроці визначимо величину мінімального ризику від надання кредиту в розмірі  $x_j = j$ ,  $j=0, 1, \dots, m$ , одиниць коштів першому позичальнику  $P_1$ . На другому кроці визначимо величину мінімального ризику від надання кредиту в розмірі  $x_j = j$ ,  $j=0, 1, \dots, m$ , одиниць коштів першим двома позичальникам  $P_1, P_2$ , і т. д. Нарешті, на  $n$ -му кроці визначимо величину мінімального ризику від надання кредиту в розмірі  $x_j = j$ ,  $j=0, 1, \dots, m$ , одиниць коштів всім позичальникам  $P_1, P_2, \dots, P_n$ .

На першому кроці покладаємо

$$F_1(x_j) = g_1(x_j), \quad F_1^*(x_j) = g_1(x_j), \quad j=0, 1, \dots, m,$$

де  $g_i(0) = 0$ ,  $i=1, 2, \dots, n$ .

На другому кроці визначаємо

$$F_2(x_j) = \begin{cases} g_2(0) + F_1^*(x_j - 0), \\ g_2(1) + F_1^*(x_j - 1), \\ \dots \\ g_2(x_j) + F_1^*(0) \end{cases}$$

і

$$F_2^*(x_j) = \min_{0 \leq k \leq j} \{g_2(k) + F_1^*(x_j - k)\}$$

для  $j = 0, 1, \dots, m$ .Взагалі, на  $s$ -му кроці,  $s = 3, 4, \dots, n-1$ , визначаємо

$$F_s(x_j) = \begin{cases} g_s(0) + F_{s-1}^*(x_j - 0), \\ g_s(1) + F_{s-1}^*(x_j - 1), \\ \dots \\ g_s(x_j) + F_{s-1}^*(0) \end{cases}$$

і

$$F_s^*(x_j) = \min_{0 \leq k \leq j} \{g_s(k) + F_{s-1}^*(x_j - k)\}$$

для  $j = 0, 1, \dots, m$ .На останньому  $n$ -му кроці досить обчислити  $F_n(m)$  і  $F_n^*(m)$ , де

$$F_n(m) = \begin{cases} g_n(0) + F_{n-1}^*(m), \\ g_n(1) + F_{n-1}^*(m-1), \\ \dots \\ g_n(m) + F_{n-1}^*(0) \end{cases}$$

і

$$F_n^*(m) = \min_{0 \leq k \leq m} \{g_n(k) + F_{n-1}^*(x_j - k)\}.$$

Оптимальний розподіл кредитів серед позичальників  $P_1, P_2, \dots, P_n$  визначаємо так.

Нехай  $F_n^*(m)$  приймає найменше значення для  $k = l_1$ . Тоді кредит в розмірі  $l_1$  одиниць коштів треба надати позичальнику  $P_n$ . Далі необхідно розподілити  $m - l_1$  одиниць коштів серед позичальників  $P_1, P_2, \dots, P_{n-1}$ . Припустимо, що  $F_{n-1}^*(m - l_1)$  приймає найменше значення для  $k = l_2$ . Це означає, що кредит в розмірі  $l_2$  одиниць коштів треба надати позичальнику  $P_{n-1}$ . Якщо  $F_{n-2}^*(m - (l_1 + l_2))$  приймає найменше значення для  $k = l_3$ , то кредит в розмірі  $l_3$  одиниць коштів треба надати позичальнику  $P_{n-2}$ , і т. д. Нехай  $F_2^*(m - (l_1 + l_2 + \dots + l_{n-2}))$  приймає найменше значення для  $k = l_{n-1}$ . Тоді кредит в розмірі  $l_{n-1}$  одиниць коштів треба надати позичальнику  $P_2$ . Нарешті, кредит в розмірі  $l_n = (m - (l_1 + l_2 + \dots + l_{n-1}))$  одиниць коштів треба надати позичальнику  $P_1$ . Сумарна величина мінімального ризику становить  $F_n^*(m)$  одиниць.

**Висновки.** Банківське кредитування відіграє важливу роль з огляду на результативність і функціонування банківської системи. Скорочення кредитного портфеля зменшує внутрішній попит на ринках, економіка недоотримує ресурсів не тільки для інноваційного розвитку, а й для підтримки її на досягнутому рівні. Неefективне управління банківськими ризиками, зокрема, кредитними, підвищує ймовірність настання збитків та втрати вкладених ресурсів. Це зумовлює потребу в оцінці кредитних ризиків банків. В статті використано метод динамічного програмування для розв'язування задачі розподілу кредитних коштів банку з мінімальною величиною ризику.

### Література

1. Зайченко Ю. П. Дослідження операцій / Ю. П. Зайченко. – К. : ЗАТ «ВПОЛ», 2000. – 688 с.
2. Калихман И. Л., Войтенко М.А. Динамическое программирование в примерах и задачах / И. Л. Калихман, М.А. Войтенко. – М. : Высш. шк., 1979. – 125 с.
3. Житарюк С. І. Моделирование кредитно-депозитной та инвестиционной стратегии банка в условиях конкурентного середовища: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. екон. наук : спец 08.00.11

«Математичні методи, моделі та інформаційні технології в економіці» / С. І. Житарюк. – К., 2007. – 20 с.

4. Луців Б.Л. Кредитно інвестиційна діяльність банків України : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня докт. екон. наук / спец. 08.04.01 «Фінанси, грошовий обіг і кредит» / Б. Л. Луців. – Тернопіль, 2005. – 36 с.

5. Нідзельська І. А. Кредитні ризики та їх наслідки для банківської системи України в умовах поглиблення фінансової кризи / І. А. Нідзельська // Фінанси України : науково-теоретичний та інформаційно-практичний журнал Міністерства фінансів України / І. А. Нідзельська. – Київ: Міністерство фінансів України, 1995. – С. 102 – 108.

6. Прядко О. Я., Цегелик Г. Г. До питання оптимізації кредитних ризиків банків України / О.Я. Прядко, Г.Г. Цегелик // Вісник ЛДФА. «Економічні науки». – 2010. – № 18. – С. 247 – 252.

7. Основні показники діяльності банків України на 01.01.2010 року [Електронний ресурс]. – 25 вересня 2010.- Режим доступу : <http://www.bank.gov.ua/>

Надійшла 07.10.2010

УДК 330.45

Б. Ю. КИШАКЕВИЧ

Дрогобицький державний педагогічний університет ім. Івана Франка

## ФОРМУВАННЯ ОПТИМАЛЬНИХ ЗА ПАРЕТО КРЕДИТНИХ ПОРТФЕЛІВ ЗА ДОПОМОГОЮ ГЕНЕТИЧНОГО АЛГОРИТМУ

*У статті запропоновано декілька постановок нелінійних задач багатокритеріальної оптимізації кредитного портфеля банку. Для них було побудовано границі Парето з допомогою генетичного алгоритму, для чого було розроблені оператори кросингверу та мутації для бінарної задачі та створене відповідне програмне забезпечення.*

*The new nonlinear multiobjective problems of credit portfolio optimization were offered. Pareto fronts for them were built by means of genetic algorithm. For that purpose crossover and mutation operators for binary case were developed and corresponding software was created.*

*Ключові слова: границя Парето, багатокритеріальна оптимізація, кредитний портфель, ефективний портфель, оптимальний за Парето портфель, множина Парето.*

**Постановка проблеми.** Апроксимація границі Парето є класичною задачею дослідження операцій та має велике практичне значення, особливо у фінансовій та банківській діяльності, оскільки на використанні інформації про границю Парето побудовані ефективні методи підтримки прийняття рішень за наявності декількох критеріїв оцінки економічних показників. При аналізі математичних моделей процесу прийняття рішень в банківському ризик-менеджменті методи багатокритеріальної оптимізації дозволяють враховувати суперечливі цілі, такі як, наприклад, досягнення максимальної прибутковості при мінімальному рівні ризику кредитного портфеля тощо. Ці методи дають можливість отримати множини ефективних за Парето портфелів та відповідні границі Парето (далі паретові границі). В умовах світової фінансової кризи та підвищених вимог до банківського ризик-менеджменту надзвичайно актуальною є проблема визначення паретової границі та подальше інформування осіб, які приймають рішення про невідомі критеріальні вектори або портфелі з тим, щоб максимально ефективно використати наявні фінансові ресурси, наражаючись при цьому на мінімальні ризики.

**Аналіз останніх наукових досліджень.** Питанням застосування еволюційного обчислення та моделювання для наближення границь Парето в задачах багатокритеріальної оптимізації присвячено досить багато наукових праць, серед яких можна виділити роботи Ван Велдхузена [1], Г. Лемота [1], С. Мішрала, Г. Панда, С. Мехера [2], В. Берьозкіна [3], К. Аудета, Г. Саварда [4] та інші. В цих та багатьох інших роботах описуються різні методи використання еволюційного моделювання при апроксимації границі Парето та визначення невідомі точок (портфелів), проте враховуючи специфіку ціноутворення кредиту, дуже рідко можна зустріти праці, присвячені саме формуванню ефективного кредитного портфеля.

**Мета статті** – постановка задачі нелінійної багатокритеріальної оптимізації кредитного портфеля та апроксимація відповідних границь Парето для цих задач.

**Виклад основного матеріалу.** У задачах фінансового ризик-менеджменту часто виникає потреба забезпечити оптимальність одночасно декількох критеріїв, які ми позначимо  $\varphi_k(X), k \in [1, s]$ . Зазвичай, ці критерії є суперечливими і оптимізація по кожному із них призводить до різних значень вектора параметрів  $X^*$ . Так, наприклад, у загальновідомій портфельній теорії Марковича задача багатокритеріальної оптимізації виникає при побудові портфеля активів із найменшим значенням дисперсії доходності (ризик) та найбільшим значенням доходності.

Введемо поняття Парето оптимального кредитного портфеля. Будемо називати кожен із критеріїв оптимальності  $\varphi_k(X), k \in [1, s]$  частковим критерієм оптимальності портфеля. Сукупність часткових критеріїв оптимальності  $\Phi(X) = (\varphi_1(X), \varphi_2(X), \dots, \varphi_s(X))$  назвемо векторним критерієм оптимальності.