

В. В. ХРИСТИАНОВСКИЙ, В. П. ЩЕРБИНА

Донецкий национальный университет

Т. В. УМАНЕЦ

Одесский национальный экономический университет

ПРАКТИКА ПРИМЕНЕНИЯ НЕЧЕТКОЙ ЛОГИКИ ПРИ ОЦЕНКЕ МОТИВАЦИИ ТРУДОВОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Розглянуто питання застосування формальних методів при аналізі мотивації трудової діяльності. Проаналізовано як працює алгоритм Мамдами при співставленні експертних оцінок щодо переваг у мотивації зі сторони роботодавців та працівників. Обґрунтовано вибір засобів нечіткої логіки для оцінки мотивації трудової діяльності.

Ключові слова: трудова діяльність, працівники, мотиви, стимули, мотивація, фактори, система, етапи, умови, переваги, моделі, правила, нечітка логіка, змінні, градація, функції.

V. V. HRISTIANOVSKY, V. P. SCHERBYNA

Donetsk National University

T. V. UMANETS

Odessa National Economic University

APPLICATION LOGIC NECHETKOY PRACTICE IN LOCATION MOTIVATION IN WORK ACTIVITIES

Abstract – How is working Proanalyzyrovanno algorithm Mamdamy at sopostavlenyy ekspertnyh otsenok Advantages Relatively building a motivation co storony employers and employees. In practice realnoy There dostatochno lot Variety As co storony enterprise incentives, and so predpochtenyy yndyvuduuma. ODO it's uchest in rassmatryvaemyh rules algorithm, have mercy osuschestvlyat vsevozmozhny busting incentives and predpochtenyy and neobhodimo kompyuternyy To do this, the algorithm enumeration.

Obosnovan Choice funds nechetkoy logic for evaluation of motivation in work activities.

Key words: trudovaya Deyatelnost, employee, motyvy, stymuly, motivation, factors, system etapy, terms, Benefits, models, rules nechetkaya logic, peremennyye, hradatsyya, function.

При применении формальных методов анализа мотивации трудовой деятельности человека, коллектива, предприятия и т. д. чаще всего используют подход, заключающийся в построении регрессионных моделей, в которых в качестве экзогенных переменных выбирают факторы, описывающие как характеристические особенности объекта исследования (пол, возраст, профессия) так и факторы – стимулы (различные показатели оплаты труда, условий работы и т.д.). Все эти факторы с точки зрения логики имеют различные отношения к мотивации, и объединять их в одну систему не совсем корректно.

В работе [1, с. 88] мы подошли к анализу мотивации с другой стороны. Прежде всего, мы разбили все факторы на две группы: факторы – идентификаторы объекта исследования и факторы – стимулы. При этом факторы – стимулы, учитывая физиологический закон Вебера [2, с. 247], в свою очередь рассматриваются с двух точек зрения: факторы – стимулы, которые устанавливает работодатель и факторы – предпочтения, которые высказывает относительно предлагаемой работы работник. По специальному алгоритму, описанному в работе [1], действие всех групп факторов объединялось в одну оценку мотивации, которая, по нашему мнению, учитывала все особенности этого сложного процесса.

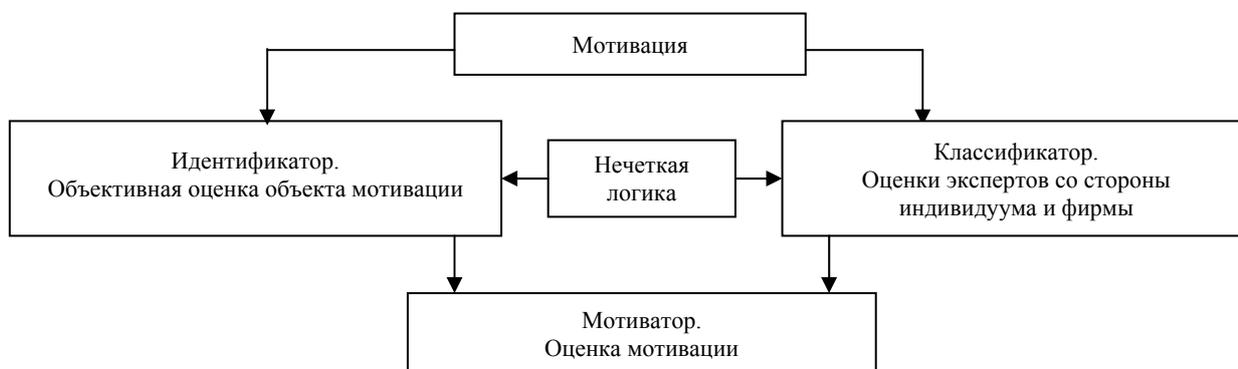


Рис. 1. Схема оценки мотивации с использованием нечеткой логики

При отборе факторов и их сравнении с разных точек зрения возникает необходимость в использовании множества экспертных оценок. Так как мнения экспертов всегда имеют большой характер субъективности, мы предлагаем использовать для получения различных оценок при обобщении мнения экспертов

подход, заключающийся в применении аппарата нечеткой логики. Это важно потому, что аппарат нечеткой логики более тонко учитывает различия в субъективных оценках экспертов и позволяет получать более объективные оценки их коллективного мнения.

В настоящей работе мы хотим показать, как работает известный алгоритм Мамдами при сопоставлении экспертных оценок со стороны работника и работодателя. Для этого мы выбираем фрагмент анализа процесса мотивации трудовой деятельности работника фирмы и на этом примере подробно описываем процедуру математических расчетов по алгоритму Мамдами. Этот алгоритм позволяет учитывать не очень четкие требования как работников, так и работодателей и сопоставлять их между собой в одной оценке. В этом, в основном, и заключается преимущество этого подхода к решению данной проблемы (см. рис. 1).

Будем считать лингвистические переменные стимулов со стороны предприятия входными переменными, а предпочтения работника – выходными переменными.

Рассмотрим фрагмент работы мотиватора, логику которого подробно описано в работе [1]. Для этого рассмотрим таблицу 1.

Таблица 1

Стимулы со стороны предприятия и предпочтения индивидуума

Стимулы со стороны предприятия	Предпочтения индивидуума
1. Материальные (зарплата, премии и др.).	1. Материальная оценка своего труда (зарплата, премии и др.).
2. Производственно-бытовые условия.	2. Интерес к работе.
3. Обеспечение социальных льгот.	3. Желание работать.
4. Возможность улучшать жилищные условия.	4. Уважение и доверие к руководителям
5. Уверенность в завтрашнем дне.	
6. Безопасность труда	

В реальной практике существует достаточно большое многообразие как стимулов со стороны предприятия, так и предпочтений индивидуума. Чтобы все их учесть в рассматриваемых правилах алгоритма, надо осуществлять всевозможный перебор стимулов и предпочтений, а для этого необходим компьютерный алгоритм перебора. Для примера мы рассмотрим только фрагмент (десять правил) возможных последствий перебора по схеме, указанной в таблице.

Последовательность этапов алгоритма Мамдами следующая [3]: формирование базы правил; фазификация входных переменных; агрегирование подусловий; активизация подзаклучений; аккумуляция заключений; дефазификация выходных переменных.

На первом этапе сформируем базу правил, для чего каждому подзаклучению ввода сопоставляем определённый вывод. При составлении правил будем использовать три градации лингвистических переменных: низкие, средние и высокие. На практике можно устанавливать их количество в зависимости от необходимой глубины различий получаемого обобщения. Правила относительно задания схемы анализа выглядят следующим образом.

Правило 1. Если материальные стимулы высокие **И** производственно – бытовые условия высокие, **ТО** желание работать высокое;

Правило 2. Если материальные стимулы высокие **И** производственно – бытовые условия низкие, **ТО** желание работать среднее;

Правило 3. Если материальные стимулы низкие **И** производственно – бытовые условия низкие, **ТО** желание работать низкое;

Правило 4. Если обеспечение социальных льгот высокое **ИЛИ** возможность улучшать жилищные условия средняя, **ТО** интерес к работе высокий;

Правило 5. Если обеспечение социальных льгот среднее **И** возможность улучшать жилищные условия высокая, **ТО** интерес к работе средний;

Правило 6. Если обеспечение социальных льгот низкое **ИЛИ** возможность улучшать жилищные условия средняя, **ТО** интерес к работе низкий;

Правило 7. Если уверенность в завтрашнем дне высокая **И** безопасность труда высокая, **ТО** материальная оценка труда высокая **И** уважение и доверие к руководителям высокое;

Правило 8. Если уверенность в завтрашнем дне высокая **И** безопасность труда низкая, **ТО** материальная оценка труда средняя;

Правило 9. Если уверенность в завтрашнем дне низкая **И** безопасность труда низкая, **ТО** желание работать низкое **И** уважение и доверие к руководителям низкое;

Правило 10. Если уверенность в завтрашнем дне высокая **И** обеспечение социальных льгот среднее, **ТО** материальная оценка труда высокая **И** уважение и доверие к руководителям среднее.

При большом количестве правил желательно составлять программу для осуществления их формирования. Для этого введём следующие размерности переменных: n – количество правил; m – количество входных переменных; s – количество выходных переменных; k – число подусловий в правилах; q – число подзаклучений в базе правил. В дальнейшем эти обозначения будут использоваться в формулах данного алгоритма.

На втором шаге алгоритма проведём фазсификацию входных переменных, для чего выбираем следующее множество лингвистических переменных: материальные условия; производственно – бытовые условия; обеспечение социальных льгот; возможность улучшать жилищные условия; уверенность в завтрашнем дне; безопасность труда – входные лингвистические переменные, а материальная оценка своего труда; интерес к работе; желание работать; уважение и доверие к руководителям – выходные лингвистические переменные.

Задачей второго этапа является получение значений истинности $b_i (i = \overline{1, m})$ для всех подусловий входных лингвистических переменных. Для этого находятся значения b_i по формуле:

$$b_i = \mu_i(a_i), (i = \overline{1, m}), \tag{1}$$

где $b_i (i = \overline{1, m})$ – значение истинности i -й входной переменной; $\mu_i(\cdot)$ – функция принадлежности для i -й входной переменной; a_i – экспертная оценка значения i -й входной переменной, полученной экспериментально или каким-то другим экспертным способом.

Как видно из формулы (1), самым важным в ней является функция принадлежности лингвистической переменной, то есть степень уверенности в выделенных посылах.

Предположим, что экспертным путем получены оценки входных переменных $a_i, (i = \overline{1, 6})$: они выбираются в баллах из 100 и записаны в таблице 2.

Таблица 2

Действие	Балл
1. Материальные (зарплата, премии и др.)	95
2. Производственно-бытовые условия	65
3. Обеспечение социальных льгот	75
4. Возможность улучшить жилищные условия	85
5. Уверенность в завтрашнем дне	40
6. Безопасность труда	90

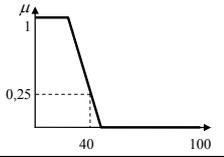
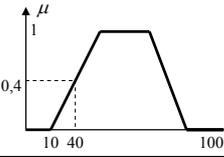
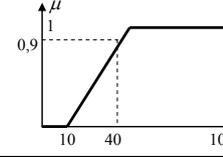
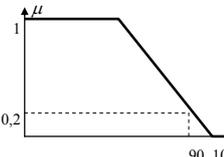
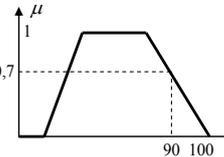
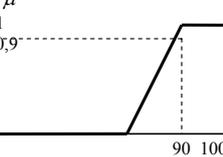
Строим графики функций принадлежности условий в правилах и с их помощью находим значения истинности лингвистических переменных. При построении графиков функций принадлежности считаем, что на интервале, на котором существует полная уверенность в истинности лингвистической переменной, функция принадлежности равна единице, а на интервале, на котором мы полностью уверены в невозможности рассматриваемого события, функция принадлежности равна нулю. Полученные результаты заносим в таблицу 3.

Таблица 3

Лингвистические переменные и их градации для входов

Лингвистическая переменная	Градации лингвистических переменных		
	Низкие	Средние	Высокие
1	2	3	4
Материальные условия (зарплата, премии и др.)			
Производственно-бытовые условия			
Обеспечение социальных льгот			
Возможность улучшать жилищные условия			

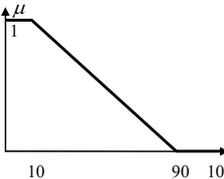
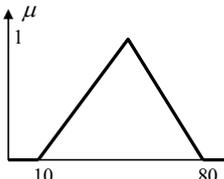
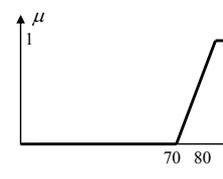
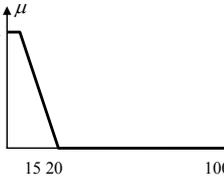
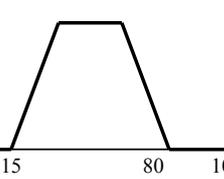
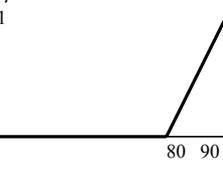
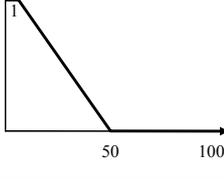
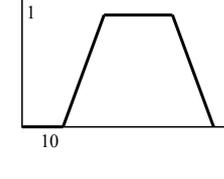
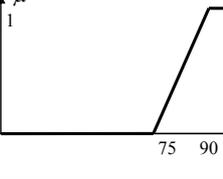
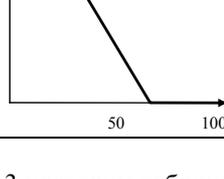
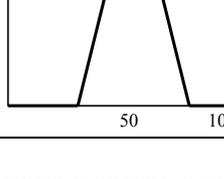
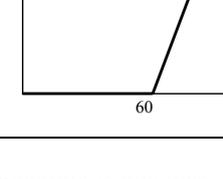
Продолжение таблицы 3

1	2	3	4
Уверенность в завтрашнем дне			
Безопасность труда			

Так как значение выводов являются искомыми величинами, то представим для наглядности и дальнейших расчётов только вид функций принадлежности выводов в правилах (табл. 4).

Таблица 4

Функции принадлежности выводов в правилах

Лингвистическая переменная	Градация лингвистической переменной		
	Низкие	Средние	Высокие
Желание работать			
Интерес к работе			
Материальная оценка своего труда (зарплата, премии и др.)			
Уважение и доверие к руководителям			

На основании таблицы 3 построим таблицу 5, отражающую результаты проведенного анализа.

Таблица 5

Лингвистическая переменная входных переменных $\mu_r(x)$	Градация лингвистической переменной $\mu_r(x)$		
	Низкая	Средняя	Высокая
Материальная оценка своего труда (зарплата, премии и др.)	0,2	0,8	0,85
Производственно-бытовые условия	0,1	0,3	0,8
Обеспечение социальных льгот	0,1	0,4	0,8
Возможность улучшить жилищные условия	0,15	0,7	0,75
Уверенность в завтрашнем дне	0,25	0,4	0,9
Безопасность труда	0,2	0,7	0,9

Условие правил может быть составным, когда термы связаны между собой при помощи логических операций “и” или “или”. Поэтому целью следующего этапа является определение степени истинности условий для каждого правила. Для этого, если имеется логическая операция “и”, то в этом случае находим минимальное значение истинности его подусловий, а если “или”, то максимальное значение его подусловий. Далее с помощью правил логики необходимо сделать везде логическую операцию “и”.

Обычно в качестве расширения операций “и” и “или” выбирают операции взятия минимума и максимума соответственно, то есть используют максиминный логический базис. Вообще, тот или иной логический базис задается априори, но существуют и другие точки зрения относительно выбора логического базиса [4]. Наиболее распространенным является максиминный ограниченный алгебраический базис, которого мы и придерживаемся. В этом случае степень истинности условий для каждого правила определяется по следующей формуле:

$$c_j = \begin{cases} \min \{b_{ji}\}, & \text{если операция "и" в условиях } j\text{-го правила} \\ \max \{b_{ji}\}, & \text{если операция "или" в условиях } j\text{-го правила} \end{cases} \begin{matrix} (j = \overline{1, n}; \\ i = \overline{1, q_j}) \end{matrix}, \quad (2)$$

где b_{ji} – подусловия в j -м правиле.

Вычислим степени уверенности посылок правил для нашего примера, воспользовавшись формулой (2). Информацию получаем следующим образом.

Правило 1. Если материальные стимулы высокие и производственно-бытовые условия высокие, тогда $\min(0,85; 0,8) = 0,8$.

Правило 2. Если материальные стимулы высокие и производственно-бытовые условия низкие, тогда $\min(0,85; 0,1) = 0,1$.

Правило 3. Если материальные стимулы низкие и производственно-бытовые условия низкие, тогда $\min(0,2; 0,1) = 0,1$.

Правило 4. Если обеспечение социальных льгот высокое или возможность улучшать жилищные условия среднее, тогда $\max(0,8; 0,7) = 0,8$.

Правило 5. Если обеспечение социальных льгот среднее и возможность улучшать жилищные условия высокая, тогда $\min(0,4; 0,75) = 0,4$.

Правило 6. Если обеспечение социальных льгот низкое или возможность улучшать жилищные условия средняя, тогда $\max(0,1; 0,7) = 0,7$.

Правило 7. Если уверенность в завтрашнем дне высокая и безопасность труда – высокая, тогда $\min(0,9; 0,9) = 0,9$.

Правило 8. Если уверенность в завтрашнем дне высокая и безопасность труда – низкая, тогда $\min(0,9; 0,2) = 0,2$.

Правило 9. Если уверенность в завтрашнем дне низкая и безопасность труда – низкая, тогда $\min(0,25; 0,2) = 0,2$.

Правило 10. Если уверенность в завтрашнем дне высокая и обеспечение социальных льгот среднее, тогда $\min(0,9; 0,4) = 0,4$.

Полученные значения вносим в таблицу 6, отражающую результаты агрегирования.

Таблица 6

Правило	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
c_j	0,8	0,1	0,1	0,8	0,4	0,7	0,9	0,2	0,2	0,4

Далее осуществляем операцию активизации подзаклучений, для чего переходим к анализу заключений. Для каждого подзаклучения находим степень его истинности, исходя из условия произведения степени истинности по формуле (3).

$$d_r = c'_r F_r \quad r = \overline{1, q}, \quad (3)$$

где d_r – степень истинности r -го подзаклучения (всего подзаклучений q); F_r – весовые коэффициенты r -го подзаклучения, определяемые экспертами, которые отражают степень уверенности в истинности получаемого подзаклучения; c'_r – степень истинности условий в правиле, которое соответствует r -му подзаклучению.

Отметим, что c'_r представляет собой по новому перенумерованные c_j с учетом того, что некоторые c_j последовательно повторяются столько раз, сколько подзаключений в j -м правиле. Каждому r -му подзаключению сопоставляем множество D_r с новой функцией принадлежности μ'_r , которую определяем следующим образом:

$$\mu'_r(x) = \min(d_r, \mu_r(x)) \quad (r = \overline{1, q}). \quad (4)$$

Находим степень истинности подзаключений. Предположим, что весовые коэффициенты пропорциональности равны соответственно выбранным требованиям с учётом градации лингвистических переменных и представлены в таблице 7.

Таблица 7

F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}	F_{13}
1	0,9	0,8	0,8	0,3	0,5	1	0,7	0,9	0,6	0,8	1	1

Тогда по формуле (3) рассчитаем значения степени истинности высказываний. Результаты представим в таблице 8.

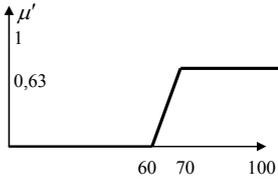
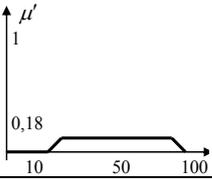
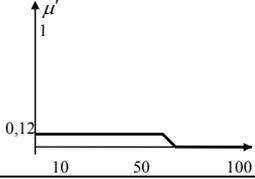
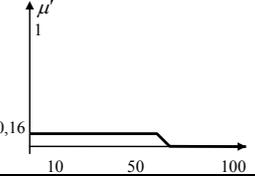
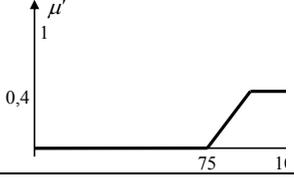
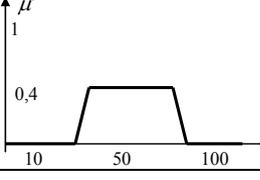
Таблица 8

Подзаключение	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
c'_r	0,8	0,1	0,1	0,8	0,4	0,7	0,9	0,9	0,2	0,2	0,2	0,4	0,4
F_r	1	0,9	0,8	0,8	0,3	0,5	1	0,7	0,9	0,6	0,8	1	1
$d_r = c'_p F_r$	0,8	0,09	0,08	0,64	0,12	0,35	0,9	0,63	0,18	0,12	0,16	0,4	0,4

Целью следующего этапа является получение совокупности активированных нечетких множеств D_r для каждого из подзаключений в базе правил. По формуле (4) рассчитаем новые функции принадлежности для выходных переменных и исправленные функции принадлежности представим в таблице 9. В этой таблице будем указывать только те функции принадлежности, которые фигурируют в правилах, а поэтому некоторые клетки в ней будут пустыми. Также в этой таблице указана последовательность номеров заклочений в выходных переменных.

Таблица 9

Лингвистическая переменная $\mu'_r(x)$	Градация ответов $\mu'_r(x)$		
	Низкие	Средние	Высокие
I	2	3	4
	3	2	1
Желание работать			
	6	5	4
Интерес к работе			
			7
Материальная оценка своего труда (зарплата, премии и др.)			

1	2	3	4
			8
Уважение и доверие к руководителям			
		9	
Материальная оценка своего труда (зарплата, премии и др.)			
	10		
Желание работать			
	11		
Уважение и доверие к руководителям			
			12
Материальная оценка своего труда (зарплата, премии и др.)			
		13	
Уважение и доверие к руководителям			

Дальше переходим к этапу аккумуляции заключений. На этом этапе для функций принадлежности предпочтений индивидуума осуществляем объединение функций принадлежности градаций лингвистических переменных. Объединение двух функций осуществляется по правилу:

$$\mu_r''(x) = \max(\mu_{r_1}'(x), \mu_{r_2}'(x)), \quad (6)$$

где r_1 и r_2 индексы лингвистических функций одинаковой градации в переменных с индексом r .

С помощью (6) определяем функции принадлежности для выходных переменных, для которых рассматриваем 13 и 14 подзаключений. Результаты анализа заносим в таблицу 10.

Последним шагом алгоритма Мамдами является дефаззификация выходных переменных. Целью дефаззификации является получение количественного значения для каждой из выходных лингвистических переменных. Для этого рассматривается t -ая выходная переменная и относящееся к ней множество E_t , которое является частью множества D_t .

Таблица 10

Объединение функций принадлежности выводов

Лингвистическая переменная	Градации термов	
	Низкие	Высокие
Желание работать		
Материальная оценка своего труда (зарплата, премии и др.)		

Итоговое количественное значение выходной переменной определяется по формуле:

$$x_t = \frac{\sum_{t=\underline{x}}^{\bar{x}} x_t \mu_t(x_t)}{\sum_{t=\underline{x}}^{\bar{x}} \mu_t(x_t)} \quad (t = \overline{1, s}), \tag{7}$$

где x_t – результат дефаззификации; $\mu_t''(x_t)$ – функция принадлежности множества E_i ; \underline{x}, \bar{x} – границы нечетких множеств, задаваемые экспертами.

Значения x_t являются центром тяжести площадей, ограниченных линиями $y = \mu_t''(x)$, $y = 0$, $x = \underline{x}$ и $x = \bar{x}$. Делая объединения, получаем функции принадлежности для начальных выходных переменных, значения которых вносим в таблицу 11.

Таблица 11

Потребности индивидуума	Материальная оценка труда	Интерес к работе
Функции принадлежности		
Потребности индивидуума	Уважение и доверие к руководителям	Желание работать
Функции принадлежности		

По функциям принадлежности, представленным в таблице 11, проводим дефаззификацию, значение признаков по которой вносим в таблицу 12.

Таблица 12

Потребности индивидуума		Материальная оценка труда	Интерес к работе	Уважение и доверие к руководителям	Желание работать
Результаты дефаззификации	D_i	0,92	0,91	0,72	0,87
Весовые коэффициенты	k_i	0,4	0,13	0,19	0,28

Обобщённая оценка мотивации труда работника с использованием результата анализа экспертных оценок с элементами нечёткой логики определяется по формуле:

$$M = \sum_{l=1}^s D_l k_l . \quad (8)$$

Величина оценки мотивации труда работника M , определяемой по формуле (8), реально может изменяться в пределах от 0 до 2, что легко объясняется экспериментально. Если $M = 1$, то это означает, что существует полное совпадение между предлагаемыми работнику стимулами и его предпочтениями. Если $M > 1$, то это означает, что работодатель усилил стимулирующие факторы и можно некоторые из них даже уменьшить без ущерба для предпочтений работника. Если же $M < 1$, то работник стимулирован не полностью и его отношение к выполняемой работе будет не совсем качественным. Это говорит о том, что надо либо добавить количество стимулирующих факторов, либо усилить самые весомые из них.

В нашем примере $M = 0,87$, что соответствует третьему случаю и работодатель должен усилить действие стимулирующих факторов. Рейтинг стимулирующих факторов определяется весовыми коэффициентами в формуле (8).

Литература

1. Христиановский В. В. Построение экономико-математических моделей для оценки трудовой деятельности работников фирмы / В. В. Христиановский, В. П. Щербина // Вісн. Донец. нац. університету. Серія В, "Економіка і право". Спецвипуск. – 2012. – Т. 2. – С. 86–98.
2. Вебер М. Избранные произведения / М. Вебер ; пер. с нем. – М. : Прогресс, 1990. – 808 с.
3. Дьяконов В. Математические пакеты расширения MATLAB : спец. справочник / В. Дьяконов, В. Круглов. – СПб. : Питер, 2001. – С. 307–309.
4. Последние достижения / пер. с англ. ; под ред. Р. Р. Ягера. – М. : Радио и связь, 1986.

References

1. Хры`sty`anovsky`j V. V. Postroyen`ye ekonomy`ko-matematy`chesky`x modelej dlya ocenky` trudovoj deyatel`nosti` rabotny`kov fy`rmy : speczvy`pusk / V. V. Хры`sty`anovsky`j, V. P. Shherby`na // Visny`k Donecz`kogo nacional`nogo univ`ersy`tetu. Seriya V "Ekonomika i pravo". – 2012. – Т. 2. – С. 86–98.
2. Veber M. Y`zbrannyye proy`zvedeny`ya / per. s nem. – М. : Progress, 1990. – 808 s.
3. D`yakonov V. Matematy`chesky`e pakety` rasshy`reny`ya MATLAB : specy`al`nyj spravochny`k / V. D`yakonov, V. Kruglov. – Sankt-Peterburg : Py`ter, 2001. – С. 307–309.
4. Posledny`e dosty`zheny`ya / per. s angl. ; pod red. R. R. Yagera. – М. : Rady`o y` svyaz`, 1986.

Надіслана/Written: 20.05.2014 р.
Надійшла/Received: 24.05.2014 р.
Рецензент: д.е.н., проф. О. О. Орлов