

АНАЛІТИЧНИЙ СИНТЕЗ ЧОТИРЬОХЛАНКОВОГО МЕХАНІЗМУ ЗА КРАЙНІМИ ПОЛОЖЕННЯМИ ВЕДЕНОЇ ЛАНКИ В РЕГУЛЬОВАНІЙ ДІАПАЗОНІ

В статті представлено синтез важельного чотириохланкового механізму за крайніми положеннями веденої ланки в регульованому діапазоні від 3 до 50 мм за умови збереження крайнього правого положення сталим. Механізм є складовою частиною регульованого багатоланкового шарнірно-важельного механізму формування складок-плісе плісирувальної машини.

In the paper there has been presented the synthesis of the lever four-link mechanism for the marginal positions of the driven link within the controlled range from 3 up to 50 mm by the condition of the marginal right position constancy. The mechanism is the part of the controlled multi-link hinge-lever mechanism of the fold-pleats formation of the pleating machine.

В технологічних машинах часто використовуються важельні регульовані механізми, які забезпечують швидке переналагоджування при зміні параметрів обробки виробів. Важельні механізми можуть забезпечити більшу надійність та довговічність роботи машин при великих навантаженнях і необхідних регулюваннях, завдяки відсутності в них вищих кінематичних пар.

Розглянуто методи теоретичних досліджень, які відносяться до розв'язання задач синтезу плоских важельних механізмів, наприклад [1, 2], а також – регульованих важельних механізмів [3]. В основному віддається перевага аналітичним і оптимізаційним, як найбільш точним, методам дослідження і синтезу важельних механізмів, які пропонуються автором в даній роботі та в – [4, 5].

Одним з етапів проектування регульованого механізму формування складок-плісе [6], є синтез чотириохланкового контура цього механізму, який передає рух від шестиланкового механізму через ланку ЕК до ведучої ланки MN, на якій закріплено складкоутворюючі елементи-ножі (рис. 1), [5, 6].

Задачею аналітичного синтезу є визначення геометричних параметрів чотириохланкового шарнірно-важельного механізму та положення веденої ланки при заданих параметрах регулювання і збереженні крайнього правого положення веденої ланки, що обумовлюють точність регулювання параметрів складок-плісе та технічні вимоги до роботи багатоланкового механізму формування складок.

Розрахункова схема механізму зображена на рис. 1 в крайніх його положеннях при мінімальному і максимальному регулюваннях глибини складок $S_{min}=3$ мм і $S_{max}=50$ мм. Ведучою ланкою є коромисло ЕК, веденою – ланка LMN. Для чотириохланкового механізму $EK^{(1)}L^{(2)}MN^{(3)}$ оберемо систему координат $X'MY'$, відлік ведемо від точки М, тобто $X'_m, Y'_m=0$, положення провідного коромисла ЕК буде визначатися кутом φ від вісі $MX'=EX'$, кутові координати ψ_0 і ψ_2 крайніх положень веденої ланки MN – відраховуємо від вісі MX' . Кутові координати α і β відраховуємо від вісі ME. Позитивним напрямом відліку кутів вважаємо поворот проти годинникової стрілки. Довжину стійки ME приймемо рівною одиниці $ME = d = 1$. [1,3].

Відносні довжини ланок і координати нерухомих точок позначаємо:

$$a_{11} = \frac{X_E}{l_{ME}}, a_{12} = \frac{Y_E}{l_{ME}}, a_{13} = \frac{l_{EK}}{l_{ME}}, a_{14} = \frac{l_{LK}}{l_{ME}}, a_{15} = \frac{l_{ML}}{l_{ME}}, a_{16} = \frac{l_{MN}}{l_{ME}}, a_{17} = \gamma, a_{18} = \frac{X_{N_0}}{l_{ME}} = const, \\ a_{19} = \frac{Y_{N_0}}{l_{ME}} = const, a_{20} = \frac{S^{(j)}}{l_{ME}}$$

Значення постійних параметрів схеми: координати точки E – a_{11}, a_{12} , точки N_1 – a_{18}, a_{19} , довжини – a_{13}, a_{16}, a_{20} і кути $a_{17} = \gamma$.

Потрібно визначити постійні параметри схеми a_{14}, a_{15} по заданих умовах регулювання глибини складок $S = 3 + 50$ мм із збереженням крайнього положення веденої ланки MN. Кути передачі $\mu_3^{(j)}$ на всьому діапазоні регулювання повинні задовольняти обмеження:

$$\mu_{don} \leq \mu_3^{(j)}(\varphi') \leq \pi - \mu_{don}, \quad (1)$$

при всіх $\varphi \in [\varphi'_0, \varphi'_m^{(j)}]$, де $j=1, m$ – номер регулювання в кінцевих правому і лівому положеннях ланки при максимальному куті розмаху φ'_0 , μ_{don} – допустимий кут передачі.

Початкове рівняння синтезу [1, 4], що використовується до розрахункової схеми (див. рис. 1) даного механізму має вигляд:

$$a_{13}^2 - a_{14}^2 + a_{15}^2 + 1 - 2a_{13} \cdot \cos(\alpha_0 + \varphi'^{(j)}) + 2a_{15} \cdot \cos(\beta'_0 + \psi'^{(j)}) - \\ - 2a_{13} \cdot a_{15} \cdot \cos(\beta'_0 + \psi'^{(j)} - \alpha_0 - \varphi'^{(j)}) = 0, \quad (2)$$

де $j = 1, 2, \dots, N$ – номер заданого крайнього положення при певному регулюванні.

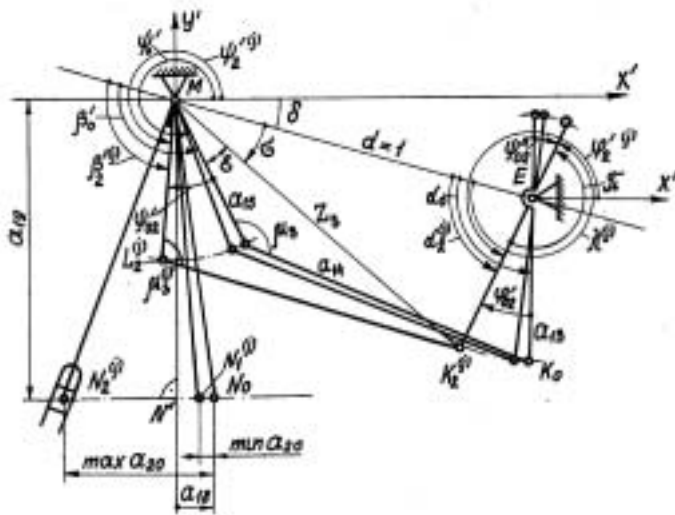


Рис. 1. Схема до синтезу чотирьохланкового механізму

Систему рівнянь (2) розв'язуємо щодо обчислюваних параметрів механізму. Параметр a_{14} знаходимо з першого рівняння системи:

$$a_{14} = \sqrt{1 + a_{13}^2 + a_{15}^2 - 2a_{13} \cdot \cos \alpha_0 + 2a_{15} \cdot \cos \beta'_0 - 2a_{13}a_{15} \cos(\beta'_0 - \alpha_0)}. \quad (3)$$

Тепер виключимо параметр a_{14} з системи (2), віднявши перше рівняння з рівнянь з номерами $j = 2, 3, \dots, N$, [3, 4]:

$$a_{13} [\cos(\alpha_0 + \varphi^{(j)}) - \cos \alpha_0] - a_{15} [\cos(\beta'_0 + \psi^{(j)}) - \cos \beta'_0] + a_{13} \cdot a_{15} [\cos(\beta'_0 + \psi^{(j)} - \alpha_0 - \varphi^{(j)}) - \cos(\beta'_0 - \alpha_0)] = 0, \quad (4)$$

де $j = 2, 3, \dots, N$.

Вирішивши рівняння відносно a_{15} отримаємо:

$$a_{15} = \frac{a_{13} [\cos(\alpha_0 + \varphi^{(j)}) - \cos \alpha_0]}{[\cos(\beta'_0 + \psi^{(j)}) - \cos \beta'_0] + a_{13} [\cos(\beta'_0 + \psi^{(j)} - \alpha_0 - \varphi^{(j)}) - \cos(\beta'_0 - \alpha_0)]}. \quad (5)$$

Для обчислення довжин ланок a_{14} и a_{15} визначимо невідомі кутові параметри схеми: $\psi^{(j)}$, $\psi'^{(j)}$, $\beta^{(j)}$, $\beta'^{(j)}$, $\psi_{02}^{(j)}$, $\alpha^{(j)}$, $\varphi^{(j)}$.

Кутові координати положень відомої ланки MN визначимо по заданих координатах

$X_{N_0} = a_{18}$, $Y_{N_0} = a_{19}$ шарніра N_0 у крайньому правому положенні і дискретним значенням величини ходу ножів $S^{(j)}$, тобто глибини складок плісе.

Звернемося до розрахункової схеми, зображеної на рис. 2, до визначення кутових параметрів ψ_0 , $\psi_2^{(j)}$, ψ'_0 , $\psi_2'^{(j)}$, залежно від глибини $S^{(j)}$ складок.

Кутова координата ланки MN в крайньому правому положенні:

$$\psi_0 = 2\pi - |\theta_0| = const, \quad (6)$$

де кут

$$\theta_0 = \arctg \frac{Y_{N_0}}{X_{N_0}} = \arctg \frac{a_{19}}{a_{18}} = const \quad (7)$$

Кутова координата ланки MN в крайньому правому положенні при будь-якому регулюванні:

$$\psi_2^{(j)} = 2\pi - |\theta_2^{(j)}|, \quad (8)$$

де кут $\theta_2^{(j)}$ рівний:

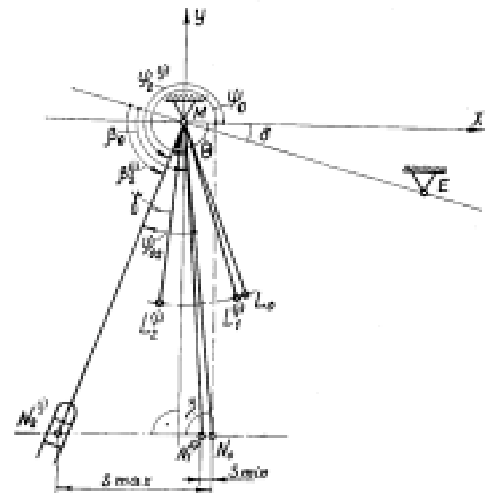


Рис. 2. Розрахункова схема до вихідної (виконавчої) ланки механізму

$$\theta_2^{(j)} = \operatorname{arctg} \frac{Y_{N_2}^{(j)}}{X_{N_2}^{(j)}}, \quad (9)$$

де

$$Y_{N_2}^{(j)} = a_{19} = \operatorname{const}, \quad X_{N_2}^{(j)} = a_{18} - a_{20}^{(j)}, \quad (10)$$

де

$$a_{20}^{(j)} = S'^{(j)} / l_{ME} - \text{див. рис. 1, 2.} \quad (11)$$

Кутові координати ψ'_0 і ψ'_2 веденої ланки ML чотирьохланкового механізму $EK^{(j)}L^{(j)}M$:

$$\psi'_0 = \psi_0 + \gamma = \operatorname{const}, \quad \psi'_2^{(j)} = \psi_2^{(j)} + \gamma. \quad (12)$$

Кут розмаху φ_{02} веденої ланки MN :

$$\psi_{02} = \psi_2 - \psi_0, \quad (13)$$

а кут розмаху ланки ML рівний:

$$\psi'_{02} = \psi_{02} = \psi'_0 - \psi'_2,$$

Визначаємо кут розмаху ψ'_{02} залежно від глибини $S^{(j)}$ складок. Використовуємо теорему синусів (див. рис. 2)

$$\sin \psi'_{02} = \frac{S'^{(j)} \cdot \sin \xi}{a_{16}}, \quad \text{тобто} \quad \psi'_{02} = \arcsin \frac{S'^{(j)} \cdot \sin \xi}{a_{16}}, \quad (14)$$

де

$$a_{16} = \frac{l_{MN_2}^{(j)}}{l_{ME}}, \quad (15)$$

де $\xi = \theta_0$, так як $N_0N_2 \perp MX$,

а змінна довжина ланки MN рівна:

$$l_{MN_2}^{(j)} = \sqrt{(X_{N_2}^{(j)})^2 + (Y_{N_2}^{(j)})^2}, \quad (16)$$

де $X_{N_2}^{(j)}$, $Y_{N_2}^{(j)}$ визначається формулами (10, 11).

Виразимо кути β_0 і β_2 , що визначають крайнє положення веденої ланки MN по приведеній схемі механізму (рис. 2) відносно вісі OE :

$$\beta_0 = \psi_0 - \pi + \delta = \operatorname{const}, \quad (17)$$

$$\beta_2^{(j)} = \psi_2^{(j)} - \pi + \delta, \quad (18)$$

де δ – кут нахилу ME до вісі MX' , він рівний:

$$\delta = \operatorname{arctg} \frac{a_{12}}{a_{11}} = \operatorname{arctg} \frac{Y_M - Y_E}{X_M - X_E}. \quad (19)$$

Для веденої ланки ML жорстко пов'язаної з MN кути β'_0 і $\beta_2^{(j)}$ рівні:

$$\beta'_0 = \beta_0 + \gamma = \operatorname{const}, \quad \beta_2^{(j)} = \beta_2^{(j)} + \gamma. \quad (20, 21)$$

Підставивши знайдені кутові параметри схеми у вирази (3, 5) визначимо постійні параметри a_{15} і a_{14} – довжини ланок ML і KL .

Перевіримо обов'язкові умови синтезу – умови існування механізму в даній збірці у вигляді замкнутого кінематичного ланцюга при будь-якому значенні кута φ' повороту вхідної ланки EK із заданого проміжку $[\varphi'_0; \varphi_m^{(j)}]$.

Механізм $EK^{(j)}L^{(j)}M$ є коромисловим, а кут φ' змінюється в проміжку $0 < \varphi' < 2\pi$.

Обов'язкові умови синтезу виражаються нерівністю вигляду:

$$Tg(n) > 0 \quad (g = 1, 2, \dots, V), \quad (22)$$

де $n = \{n_1, n_2, \dots, n_n\}$; g - число нерівностей.

Критерій якості P_1 , що характеризує існування механізму [3]:

$$\begin{cases} 0 & \text{— при виконанні нерівності (22)} \\ \frac{2}{\pi} \arctg |Tg| + V - n & \text{— при виконанні нерівностей за номерами } 1, 2, \dots, g-1 \end{cases} \quad (23)$$

невиконанні нерівності з номером $g (g \leq V)$.

Нерівності, що виражають умови існування чотириохланкового механізму $EK^{(j)}L^{(j)}M$:

$$\begin{cases} a_{14} + a_{15} > Z_{3 \max}, \\ |a_{14} - a_{15}| < Z_{3 \min}. \end{cases} \quad (24)$$

Визначаємо $Z_{3 \min}$ і $Z_{3 \max}$ залежно від показника збірки M_3 і параметрів схеми. Чисельний показник M_3 варіант збірки рівний:

$$M_3 = \text{sign}[M_M(\bar{K}\bar{L})]. \quad (25)$$

Передбачається $M_M(\bar{K}\bar{L}) > 0$, якщо поворот вектора KL навколо точки M видний проти годинникової стрілки, і $M_M(\bar{K}\bar{L}) > 0$ — за часовою стрілкою.

Для механізму $EK^{(j)}L^{(j)}M$ (рис. 1) показник збірки $M_3 = -1$, тоді $Z_3^{(j)}$ рівний:

$$Z_3^{(j)} = \sqrt{l_{EK}^2 + l_{ME}^2 - 2l_{EK} \cdot l_{ME} \cdot \cos \alpha^{(j)}}. \quad (26)$$

Мінімальне значення $Z_{3 \min}$ досягає при $\alpha_{2 \min} = \alpha_2^{(50)}$, що відповідає крайньому лівому положенню ведучої і віденої ланок, тобто при $S = 50$ мм, а максимальне значення $Z_{3 \max}$ — при $\alpha_{\max} = \alpha_0$, що відповідає крайньому правому положенню.

Значення Z_3 запишемо в наведених формулах:

$$Z_{3 \max} = \sqrt{a_{13}^2 + 1 - 2a_{13} \cdot \cos \alpha_0}, \quad (27)$$

$$Z_{3 \min} = \sqrt{a_{13}^2 + 1 - 2a_{13} \cdot \cos \alpha_{2 \min}}. \quad (28)$$

Умови існування чотириохланкового механізму $EK^{(j)}L^{(j)}M$ в стандартній формі для приведеної схеми:

$$\begin{cases} T_1 = (a_{14} + a_{15})^2 - a_{13}^2 - 1 + 2a_{13} \cdot \cos \alpha_1 > 0 \\ T_2 = a_{13}^2 + 1 - 2a_{13} \cdot \cos \alpha_{2 \min} - (a_{14} - a_{15})^2 > 0 \end{cases}. \quad (29)$$

при всіх $\alpha \in [\alpha_1, \alpha_2^{(j)}]$. Так як $\alpha = 0$ і $\alpha = \pi$ не належать даному відрізку, нерівності досить перевірити при двох значеннях кута α : при $\alpha_{\max} = \alpha_0$ і при $\alpha_{2 \min} = \alpha_2^{(50)}$ для крайніх положень відомої ланки EK при максимальному значенні $S = 50$ мм.

Необхідно визначити кутові координати $\alpha^{(j)}$ веденої ланки EK залежно від кутових координат $\beta^{(j)}$ веденої ланки ML механізму $EK^{(j)}L^{(j)}M$.

Кут $\vartheta^{(j)}$, (див. рис. 3), рівний:

$$\vartheta^{(j)} = \pi - \beta^{(j)}. \quad (30)$$

До визначення кута $\alpha^{(j)}$ і відстані $\Omega^{(j)}$ див. рис. 3.

Виразимо кут α :

$$\alpha^{(j)} = f^{(j)} + \rho^{(j)}. \quad (31)$$

Побудуємо діагональ $LM = \Omega$ і розглянемо $\triangle LEK$ і $\triangle MLE$ (рис. 3). Використавши теореми косинусів, визначимо кут $\rho^{(j)}$:

$$\rho^{(j)} = \arccos \frac{(\Omega^{(j)})^2 + a_{13}^2 - a_{14}^2}{2\Omega^{(j)} \cdot a_{13}}. \quad (32)$$

За теоремою синусів визначимо $\sin f^{(j)}$, і із $\triangle EL' \alpha_0$ виразимо $\cos f^{(j)}$:

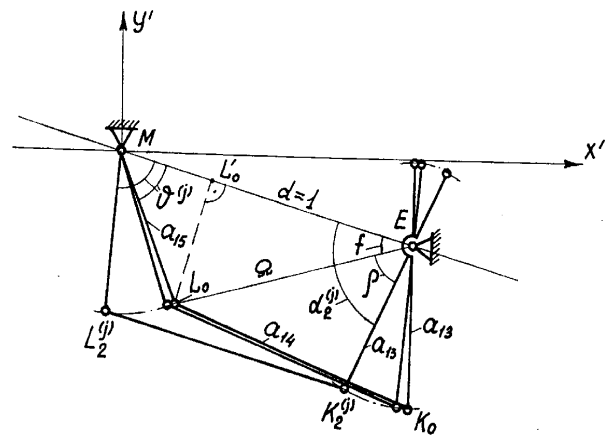


Рис. 3. Схема до визначення параметрів механізму

$$\sin f^{(j)} = \frac{a_{15}}{\Omega^{(j)}} \sin \vartheta^{(j)}, \quad \cos f^{(j)} = \frac{1 - a_{15} \cos \vartheta^{(j)}}{\Omega^{(j)}}. \quad (33)$$

Для визначення довжини Ω діагоналі EL , використовуємо метод рішення неправильних трикутників – теорему косинусів:

$$\Omega^{(j)} = \sqrt{a_{15}^2 + 1 - 2a_{15} \cos \vartheta^{(j)}}. \quad (34)$$

Отже, визначений кут $\alpha^{(j)}$ повороту ведучої ланки EK залежно від кута повороту $\beta^{(j)}$ чи $\psi^{(j)}$ веденої ланки MN механізму $EK^{(j)}L^{(j)}MN^{(j)}$ при регулюваннях глибини складок в діапазоні $S = 3 \div 50$ мм, тобто α_{\min} і α_{\max} . Визначив кут $\alpha^{(j)}$, розрахуємо Z_3 за формулами (27, 28) і перевіримо умови існування механізму $EK^{(j)}L^{(j)}M$ згідно формул (24, 29).

При виконанні обов'язкових умов синтезу перевіримо виконання бажаних умов синтезу, тобто повинні бути забезпечені сприятливі умови передачі руху і сил від ведучої ланки до веденої.

Бажані умови синтезу виражаються нерівністю:

$P_g(U) \geq 0$ ($g = 1, 2, \dots, w$), тобто:

$$P_g = 1 - \left(\frac{\mu_{\text{don}}}{\mu_{\text{max}}} \right) \geq 0. \quad (35)$$

Критерій $P_2 = P_2(U)$, що характеризує якість виконання умов синтезу [3]:

$$P_2 = \frac{1}{2} \sum_{g=1}^w K_g (|P_g| - P_g). \quad (36)$$

де K_g – вагові коефіцієнти, що призначаються розраховувачем;

$|P_g|$ – ступінь невиконання нерівності під номером g .

При виконанні всіх бажаних умов $P_2 = 0$, при невиконанні хоча б однієї з умов штраф $P_2 > 0$.

Для чотирьохланкового механізму $EK^{(j)}L^{(j)}M$ критеріями якості P_2 , що характеризують умови передачі руху і сил, служать кути передачі $\mu_3^{(j)}$, значення, які повинні задовільняти умовам (1).

Для $EK^{(j)}L^{(j)}M$ запишемо умови:

$$|\cos \mu_3|_{\max} - \cos \mu_{3 \text{ don}} \leq 0 \quad (37)$$

де

$$|\cos \mu_3|_{\max} = \max \left\{ |\cos \mu_{3 \max}|, |\cos \mu_{3 \min}| \right\} \quad (38)$$

Прийmemo допустимий кут передачі $\mu_{3 \text{ don}} = 45^\circ$.

Із трикутника ΔMLK (див. рис1) визначимо:

$$\mu_{3 \max}(\alpha) = \arccos \frac{a_{14}^2 + a_{15}^2 - Z_{3 \max}^2}{2a_{14} \cdot a_{15}}. \quad (39)$$

$$\mu_{3 \min}(\alpha) = \arccos \frac{a_{14}^2 + a_{15}^2 - Z_{3 \min}^2}{2a_{14} \cdot a_{15}}. \quad (40)$$

де

$$Z_{3 \max} = Z_3^{(j)}(\alpha_0), \quad Z_{3 \min} = Z_3^{(j)}(\alpha_{2 \min}), \quad (41,42)$$

де α_0 – кутова координата крайнього правого положення ведучої ланки EK :

$\alpha_{2 \min}$ – кутова координата ведучої ланки EK при ході ножів $S_{\max} = 50$ мм, що визначається за формулою (31). Діагоналі $Z_{3 \max}$ і $Z_{3 \min}$ трикутника ΔMLK визначені за формулами (41, 42).

По знайденим значенням кутів α_0 і $\alpha_2^{(j)}$ визначасмо кутові координати ведучої ланки EK механізму $EK^{(j)}L^{(j)}MN^{(j)}$ відносно вісі OX :

$$\varphi'_0 = \alpha_0 + \pi - \delta, \quad \varphi'_2 = \alpha_2^{(j)} + \pi - \delta \quad (43,44)$$

Кут розмаху ведучої ланки φ'_{02} рівний:

$$\varphi'_{02} = \varphi'_0 - \varphi'_2 = \alpha_0 - \alpha_2^{(j)}. \quad (45)$$

В результаті роботи виконано один з етапів проектування регульованого багатоланкового механізму формування складок-плісе. Виконана головна задача аналітичного синтезу чотирьохланкового важільного механізму по його крайніх положеннях зі сталим крайнім положенням веденої ланки: визначено положення веденої ланки EK при мінімальному та максимальному регулюваннях глибини складок-плісе $S = 3..50$ мм, а також визначені геометричні параметри механізму – довжини a_{14}, a_{15} ланок приведеної схеми з урахуванням обмежень на кути передачі.

Література

1. Артоболевский И.И., Левитський Н.И., Черкудинов С.А. Синтез плоских механізмів. – М.: Физматгиз, 1959,-1084 с.
2. Пейсах Э.Е., Нестеров В.А. Система проектирования плоских рычажных механізмів. – М: Машиностроение, 1988. – 232 с.
3. Сункуев Б.С. К синтезу регулируемых рычажных механізмів. В кн.: Анализ и синтез механізмів, М., Наука, 1970. – С. 227-255.
4. Коротич О.О. Оптимізаційний синтез шестиланкового механізму, що утворює багатоланковий механізм формування складок-плісе // Вісник Технологічного університету Поділля, м. Хмельницький, 1998. – № 4. – С. 43-44.
5. Коротич О.А., Капустенский П.І. Аналітико-оптимізаційний синтез многозвенного механізма формування складок // Збірник наукових праць “Проблеми сучасного машинобудування”, ТУП, м. Хмельницький, 1996. – С. 45-47.
6. Коротич О.А. Разработка и исследование полуавтомата для плиссирования: Дис.... к.т.н. – Ленинград, 1988. – С. 64-78.

Надійшла 22.12.2008 р.