

## СВОЙСТВА И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НОРМИРУЕМЫХ ПОГРЕШНОСТЕЙ В ТЕЧЕНИЕ ВРЕМЕНИ НАРАБОТКИ НА МЕТРОЛОГИЧЕСКИЙ ОТКАЗ

*В результате сравнительного анализа экспоненциальной функций распределения установлено, что, определения времени наработки на метрологический отказ для средств измерений со стабильными параметрами метрологических характеристик целесообразно использовать функцию распределения Кондратова-Вейбулла, с менее стабильными – функцию распределения Кондратова-Коши, а с недостаточно стабильными – экспоненциальную функцию распределения В.Т. Кондратова или функцию распределения Кондратова-Лапласа.*

*It is set as a result of comparative analysis of exponential functions of distributing, that, determinations of time of work on a metrology refuse for facilities of measuring with the stable parameters of metrology descriptions it is expedient to utilize the function of distributing of Kondratov-Veybulla, with less stable - distributing function Kondratov-Koshi, and with it is understable - exponential function of distributing of Kondratov or function of distributing of Kondratov-Laplas.*

### Введение

Проблема синтеза, изучения свойств и возможностей прогнозных функций распределения нормируемых погрешностей в течение времени наработки на метрологический отказ (МО) или до МО по-прежнему является актуальной, поскольку направлена на решение задач прогно-зирования и определения показателей метрологической надежности (МН) средств измерений (СИ).

Решение указанных задач возможно только при установлении закономерной взаимосвязи метрологических характеристик (МХ) и параметров (показателей) МН для каждой группы СИ того или иного класса точности. Это можно было бы сделать по накопленным результатам периодических проверок СИ хотя бы за период с 1951 (1) по 1991 гг. (или за 1968-2008 гг.). К сожалению в СНГ такие данные практически отсутствуют из-за бесконтрольности и безответственности соответствующих служб Госстандарта СССР к проводимым проверкам. Остается только прогнозировать возможные развития событий по МО СИ, используя весьма скудные данные технической литературы по МХ и МН СИ разных групп и классов точности.

На сегодняшний день известно 219 функций распределений, из которых 111 принадлежат к классу экспоненциальных. На базе известных, нами было синтезировано пока четыре функции распределения – функция распределения Кондратова-Вейбулла, Кондратова-Коши, ординарная экспоненциальная и двойная экспоненциальная функция распределения Кондратова-Лапласа [1-3]. Из наиболее типовых будет синтезировано еще 7-10 функций распределений, пригодных для решения задач прогнозирования и определения показателей МН СИ. С остальными функциями плотности распределения вероятности случайных величин могут поработать другие ученые, специалисты-метрологи, аспиранты или даже студенты, которые желают увековечить свое имя, решив задачу синтеза новых функций распределения с заданными свойствами и связями с МХ. Синтез таких функций является весьма важной научно-технической задачей для метрологии вообще и теории метрологической надежности, в частности.

**Цель работы** является ознакомление ученых и специалистов со свойствами и функциональными возможностями синтезированных (экспоненциальной и двойной экспоненциальной) функций распределения.

### Результаты и обсуждение

Согласно [3], ординарная экспоненциальная функция распределения проф. В.Т. Кондратова описывается уравнением величин

$$\xi_x(t_x) = S_3(k_\phi) \left( (\xi_{нд} - \xi_{x0}) \exp\left(k_\phi \frac{t_x - T_{но}}{T_{но}}\right) - \xi_{x0} \right) - \xi_0 + \xi_3(k_\phi), \quad (1)$$

а двойная экспоненциальная функция распределения Кондратова-Лапласа – уравнением величин

$$\xi_x(t_x) = S_3(k_\phi) \left( (\xi_{нд} - \xi_{x0}) \exp\left(-k_\phi \frac{|t_x - T_{но}|}{T_{но}}\right) - \xi_{x0} \right) - \xi_0 + \xi_3(k_\phi), \quad (2)$$

где  $\xi_x(t_x)$  – функция распределения нормируемой погрешности ( $\xi_x$  – обобщенное обозначение нормируемых погрешностей);  $S_3(k_\phi)$  – функция стабилизации масштаба (индекс ”э” – указывает на принадлежность данной функции к экспоненциальной функции распределения) при вариации значений параметра формы;  $\xi_{нд}$  – максимально допустимая, нормированная по значению, доверительная граница погрешности. Ее значение относительно основной погрешности  $\xi_{x0}$  устанавливается с учетом максимально допустимого (по модулю) значения дополнительной погрешности, значения прогнозного времени наработки на МО или коэффициента метрологического запаса  $k_{мз}$  ( $k_{мз} = \xi_{нд} / \xi_{x0}$ ), а также с учетом значения присваиваемого класса точности

СИ;  $\xi_{x0}$  – усредненная по значению погрешность результата многократных измерений нормированной по значению ФВ  $x_0$  на момент времени  $t_{x0}$  начала эксплуатации или присвоения СИ класса точности ( $\xi_{x0} = \overline{\xi_{x0}(t_{x0}/T_{но})}$ );  $\xi_0$  – смещение экспоненциальной функции при нулевом значении погрешности  $\xi_{x0}$ ;  $\xi_3(k_\phi)$  – функция стабилизации смещения;  $\xi_{нд} - \xi_{x0} = \xi_{нд}(1 - k_{мз}) = \Delta\xi_{м}$  – параметр чувствительности функции (1) и (2) к разности нормируемых погрешностей;  $t_x$  – текущее (календарное) время в годах (индекс „x” указывает на то, что текущее время является переменной величиной и может принимать любые положительные значения), с параметрами  $\xi_{x0}$  и  $\xi_{нд}$ ,  $T_{но}$  и  $k_\phi$ , присущими только для конкретной группы СИ.

В упрощенном виде функции распределения (1) и (2) описываются уравнениями величин [3]:

$$\xi_x(t_x) = \xi_{см} \exp\left(k_\phi \frac{t_x - T_{но}}{T_{но}}\right) + \xi_{см}, \quad (3)$$

$$\xi_x(t_x) = \xi_{см} \exp\left(-k_\phi \frac{|t_x - T_{но}|}{T_{но}}\right) + \xi_{см}, \quad (4)$$

где  $\xi_{м} = \Delta\xi_{м} S_3(k_\phi) = (\xi_{нд} - \xi_{x0}) S_3(k_\phi) = \xi_{нд} S_3(k_\phi) (1 - k_{мз})$  – стабилизированный по значению параметр масштаба;  $\xi_{см} = \xi_3(k_\phi) - \xi_0 - \xi_{x0} S_3(k_\phi)$  – стабилизированное по значению смещение функции распределения в произвольный момент времени.

Рассмотрим свойства и функциональные возможности указанных экспоненциальных функций распределения, которые между собой отличаются только отсутствием или наличием модуля разности текущего времени и времени наработки на МО.

По данным работы [3], на рис. 1 приведено семейство графиков экспоненциальной (сплошные кривые – графики экспоненциальной функции распределения проф. В.Т. Кондратова) и двойной экспоненциальной функции (пунктирные кривые – графики функции распределения Кондратова-Лапласа). Указанные функции распределения характеризует возможные процессы постепенного выхода значений нормированной погрешности за априори установленные пределы ее доверительных границ ( $\xi_{нд} = \pm 1\%$ ) в результате протекания монотонных процессов деградации (старения) чувствительных, функциональных и конструктивных элементов измерительного канала (ИК) СИ.

Графики приведены при разных значениях погрешности на момент времени  $t_{x0}$  и  $T_{но}$  при разных значениях параметра формы  $k_\phi$ .

Синтезированные экспоненциальные функции распределения характеризуется следующими свойствами (см. рис. 1).

Графики экспоненциальной функции распределения нормируемой погрешности во времени монотонно увеличиваются или уменьшаются. Они пересекают доверительные границы строго в заданные прогнозные моменты времени наработки на МО (см. рис. 1, графики при заданных значениях параметра сдвига  $T_{но} = 10, 20, 30, 40$  и  $50$  лет, при значениях параметра формы  $k_\phi$  (равным  $4, 5, 6, 7, 8$ ) и начальных значениях погрешности  $\xi_{x0}$  ( $\xi_{x0} = 0\%, -0,2\%, -0,4\%, +0,5\%, -0,5\%$ ). С увеличением значений параметра формы  $k_\phi$  скорость изменения погрешности  $\xi_x(t_x)$  вблизи установленного значения момента времени  $T_{но}$  заметно возрастает.

В первой 2/5 части интервала времени наработки на отказ, где  $\{t_x\} = 10, 20, 30, 40, 50$ , отклонение графиков экспоненциальной функции распределения от прямой  $\xi_{x0} = \text{const}$  и  $-\xi_{x0} = \text{const}$  не существенно и составляет менее  $(10-15)\%$ . Поэтому, в данном случае, при  $k_{мз} = 2,5$  и известном прогнозном значении времени наработки на МО, проводить проверку СИ не целесообразно. Это обеспечит экономию средств на проверку СИ. Из приведенных графиков также видно, что при больших значениях погрешности  $\xi_{x0}$ , превышающих допустимые граничные значения  $\xi_{нд} = \pm 0,5\%$  (при коэффициенте метрологического запаса  $k_{мз} = 2,5$ ) и тенденции дальнейшего их возрастания (по модулю), большие значения времени наработки на МО достичь маловероятно (см. рис. 1, графики 1, 2 и 1', 2').

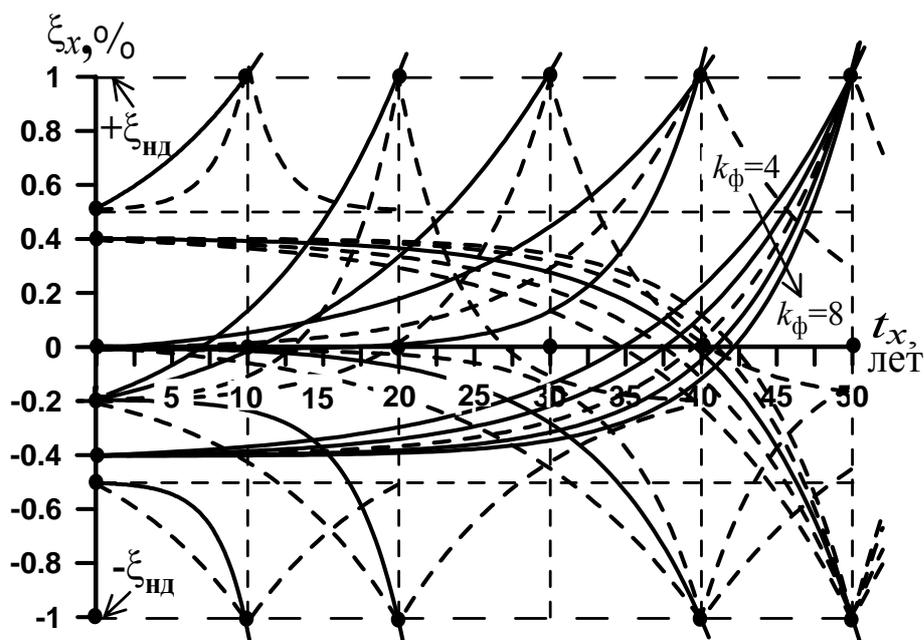


Рис. 1. Семейство графиков экспоненциальной (сплошные кривые) и двойной экспоненциальной функции (пунктирные кривые)

Лучшие результаты по достижению метрологического ресурса равного 20-50 лет возможны при обеспечении рассеяния значений нормируемых погрешностей в пределах  $-0,5\% \leq \xi_{x0} \leq 0,5\%$  в течение всего времени наработки на МО. Однако для СИ, реализующих прямые методы измерений, обеспечить это условие практически невозможно. Наиболее перспективными являются методы и средства избыточных измерений [3-5], инвариантные к изменениям значений параметров нелинейной функции преобразования (НФП) ИК.

Использование синтезированной экспоненциальной функции распределения предпочтительно для оценки параметров МН СИ, у которых момент времени наступления метрологического и функционального отказов близки между собой или совпадают. Этот вывод следует из графиков функции распределения, погрешностей, приведенных на рис. 2. Все графики пересекают установленные доверительные границы  $\xi_{x0} = \pm 1\%$  и никогда не меняют знак приращения погрешности. Другими словами, графики, приведенные на рис. 1, характеризуют экспоненциальное распределение прогрессирующих погрешностей во времени при невозвратимости процессов деградации и старения.

В описываемой экспоненциальной функции распределения, как и в функции распределения Кондратова-Вейбулла [1], начальные значения основной нормируемой погрешности влияют на форму графика, и, как следствие, на скорость изменения нормируемой погрешности по времени, в том числе и в межповерочные интервалы. В качестве примера на рис. 2 приведены графики рассматриваемой функции распределения погрешности при дискретных значениях  $\xi_{x0}$  (с шагом 0,2 %) при  $T_{но} = 30$  лет,  $k_{\phi} = 5$ ,  $-1\% \leq \delta_{x0} \leq 1\%$  и установленном значении  $k_{мз} = 2$ .

Пунктиром показаны графики экспоненциальной функции распределения, начальные значения основной погрешностей которых не вписываются в полосу неопределенности  $\xi_{x0} = \pm 0,5\%$  для СИ той или иной группы с  $k_{мз} = 2$ . Эти графики имеют место при наличии дополнительной погрешности измерений, обусловленной эксплуатацией СИ в реальных условиях, отличных от нормальных. В результате функции распределения смещаются на соответствующие значения дополнительных погрешностей вверх или вниз по оси ординат. При определении действительного значения времени  $T_{но}$  наработки на МО по синтезированной экспоненциальной функции распределения, особое внимание следует уделять эксплуатации СИ в последней трети прогнозного времени  $T_{но}$ .

Начиная с момента времени ( $t_x = 20$  лет) достижения или превышения графика функции  $\xi_x(t_x)$  доверительной границы относительно уровня  $\xi_{x0} = |\pm 0,5| \%$ , (см. рис. 2), существенно повышается скорость изменения нормируемой погрешности.

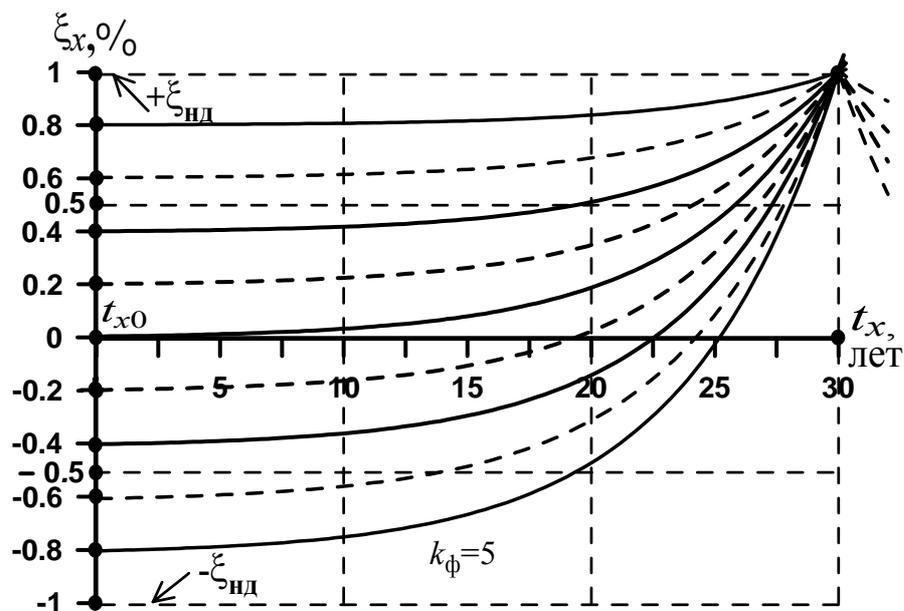


Рис. 2. Графики ординарной (сплошные кривые) и двойной (пунктирные кривые) экспоненциальной функции распределения при разных значениях нормируемой погрешности в начальный момент времени  $t_{x0}$

Для повышения точности определения  $T_{но}$  целесообразно установление новых графиков поверки СИ с меньшими межповерочными интервалами.

В отличие от функции распределения Кондратова-Вейбулла, графики которых могут быть как вогнутыми, так и выпуклыми, все графики экспоненциальной функции распределения являются вогнутыми при любых значениях параметра формы. Это указывает на меньшую гибкость данной функции, что ограничивает ее функциональные возможности. В качестве примера на рис. 3 приведено семейство графиков экспоненциальной функции распределения при  $T_{но} = 30$  лет и  $k_{\phi} = 1, \dots, k_{\phi} = 10$  (см. рис. 3, графики, выполненные сплошными линиями), а также при  $k_{\phi} = 0,5$  и  $k_{\phi} = 20$  (см. графики, выполненные пунктирными линиями).

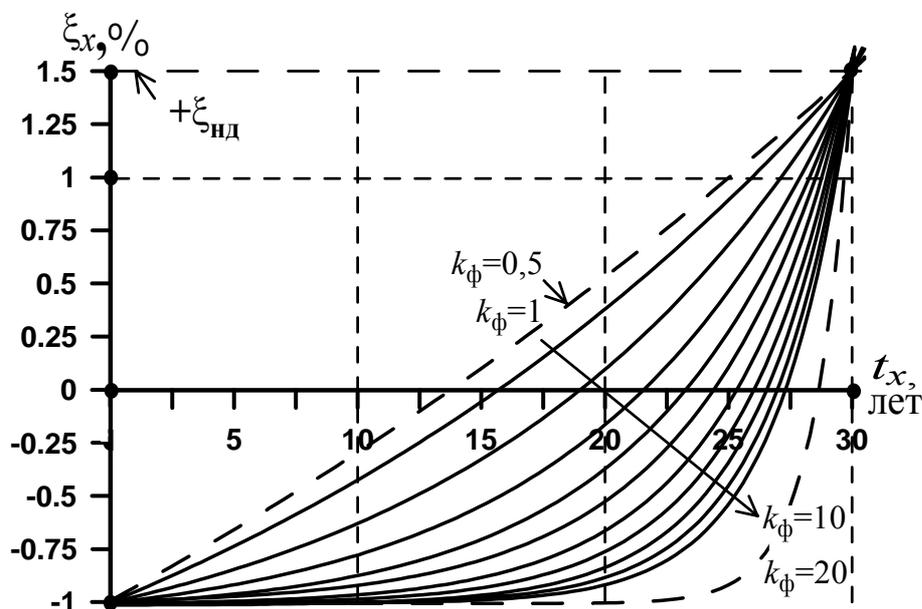


Рис. 3. Графики возможных распределений нормируемой погрешности в течение времени наработки на отказ при разных значениях параметра формы (экспоненциальная функция распределения при  $T_{но} = 30$  лет)

Ниже, на рис. 4, приведено семейство графиков двойной экспоненциальной функции распределения при  $T_{но} = 15$  лет и  $k_{\phi} = 1, \dots, k_{\phi} = 10$  (см. рис. 4, графики, выполненные сплошными линиями), а также при  $k_{\phi} = 0,5$  и  $k_{\phi} = 20$  (см. графики, выполненные пунктирными линиями). Экспоненциальную функцию распределения следует использовать для прогнозирования и определения параметров метрологической

надежности СИ, у которых большинство процессов деградации происходят монотонно, без изменения знака приращения погрешностей, согласно экспоненциальному закону (1).

При решении задач МН СИ необходимо учитывать значения погрешностей результатов многократных измерений нормированной по значению ФВ  $x_0$  как после, так и до интенсивной прогонки (искусственного старения) СИ. Поскольку значения основной погрешности результатов измерений до и после, интенсивной прогонки СИ практически отличаются друг от друга ( $\xi_{x0} \neq \xi_{0п}$ ), то целесообразно скорректировать значение прогнозного времени наработки на МО. Для решения данной задачи в [1] было предложено использовать три вида зависимости прогнозного параметра  $T_{но}$  от нормируемых погрешностей на моменты времени прогонки ( $\xi_{0п}$ ) и присвоения класса точности СИ ( $\xi_{x0}$  и  $\xi_{нд}$ ): 1) линейная, 2) экспоненциальная и 3) логарифмическая.

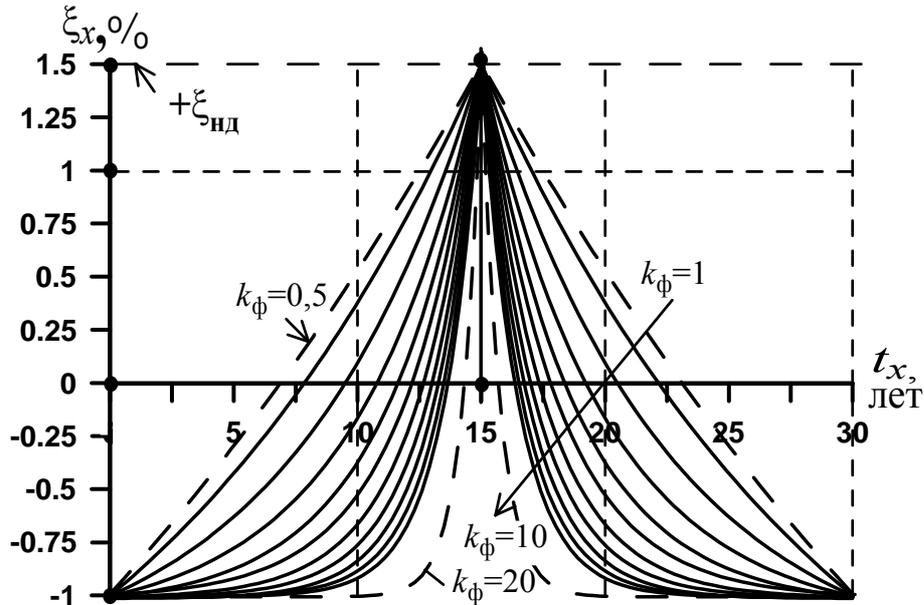


Рис. 4. Графики возможных распределений нормируемой погрешности в течение времени наработки на отказ при разных значениях параметра формы (для двойной экспоненциальной функции распределения при  $T_{но} = 15$  лет)

Детальный анализ показал, что скорректированное значение прогнозного времени наработки на МО зависит от знака погрешностей. Приведенные в [1] зависимости справедливы только для положительных значений погрешностей. Общий случай учета влияния погрешностей  $\xi_{x0}$  и  $\xi_{0п}$  разного знака на конечный результат определения  $T_{но}$  нами будет рассмотрен вне рамок настоящей статьи.

Использование трех видов зависимостей обеспечивает расширение функциональных возможностей экспоненциальной функций распределения и более точное прогнозирование времени наработки на МО.

В первом случае взаимосвязь времени  $T_{но}$  с погрешностями  $\xi_{0п}$ ,  $\xi_{x0}$  и  $\xi_{нд}$  описывается линейным уравнением величин вида [1]

$$T_{но}(\xi_{x0}) = k_M S_{лп} T_{оп} = k_M T_{оп} \frac{\xi_{нд} - \xi_{x0}}{\xi_{нд} - \xi_{0п}}, \quad (5)$$

где  $T_{оп}$  — начальное (прогнозное) значение времени наработки на отказ, установленное разработчиками до присвоения СИ определенного класса точности и при прогножном значении нормируемой погрешности  $\xi_{0п}$ ;  $S_{лп}$  — прогнозная чувствительность или крутизна преобразования;  $k_M$  — масштабный коэффициент.

С учетом уравнения (5) связи параметров  $T_{но}$ ,  $T_{оп}$ ,  $\xi_{нд}$ ,  $\xi_{x0}$ ,  $\xi_{0п}$  и  $k_M$ , экспоненциальная функция распределения проф. В.Т. Кондратова примет вид

$$\xi_x(t_x) = S_3(k_\phi) \left( (\xi_{нд} - \xi_{x0}) \exp \left( \frac{k_\phi t_x}{k_M T_{оп} ((\xi_{нд} - \xi_{x0}) / (\xi_{нд} - \xi_{0п}))} - k_\phi \right) - \xi_{x0} \right) - \xi_0 + \xi_3(k_\phi). \quad (6)$$

или

$$\xi_x(t_x) = \xi_M \exp \left( \frac{k_\phi t_x}{k_M T_{оп} ((\xi_{нд} - \xi_{x0}) / (\xi_{нд} - \xi_{0п}))} - k_\phi \right) + \xi_{см}. \quad (7)$$

Ниже, на рис. 5, приведены графики, показывающие влияние значений нормируемой погрешности на последующее увеличение или уменьшение прогнозного времени наработки на МО при разных знаках и значениях погрешностей  $\xi_{0п}$  и  $\xi_{x0}$ .

Пусть, например, дано значения приведенной погрешностей до проведения прогонки СИ.  $\xi_{0п} = 0,5\%$ . Тогда, при  $\xi_{нд} = 1,5\%$ ,  $T_{оп} = 10$  лет,  $k_m = 1,2$  и  $S_{лп} = 1,25$  прогнозируемое время наработки на МО будет равно  $T_{ноп} = 10$  лет (см. рис. 5, график 1).

Дальнейшее уточнение действительного значения времени наработки на МО должно осуществляться исходя из значения погрешности, полученной на момент времени присвоения класса точности СИ, т.е. на момент времени  $t_{x0}$ . Предположим, что на данный момент времени  $\xi_{x0} = 0,25\%$ . В этом случае, согласно (5), расчетное прогнозируемое время наработки на МО составит  $T_{ноп} = 15$  лет (рис. 5, график 2). Практически время  $T_{но}$  наработки на МО связано с прогнозным и действительными значениями приведенной погрешности нелинейной функцией связи величин и параметров  $T_{оп}$ ,  $\xi_{нд}$ ,  $\xi_{но}$ ,  $\xi_{x0}$ ,  $\xi_{0п}$ .

Во втором случае взаимосвязь времени  $T_{но}$  с погрешностями  $\xi_{0п}$ ,  $\xi_{x0}$  и  $\xi_{нд}$  описывается экспоненциальной зависимостью вида [1]

$$T_{но}(\xi_{x0}) = T_{оп} + T_0(e^{S_{лп}} - e) = T_{оп} + T_0\left(e^{((\xi_{нд} - \xi_{x0})/(\xi_{нд} - \xi_{0п}))} - e\right), \quad (8)$$

где  $T_0$  – начальное значение времени наработки на МО, прогнозируемое или определяемое по результатам исследований СИ на МН.

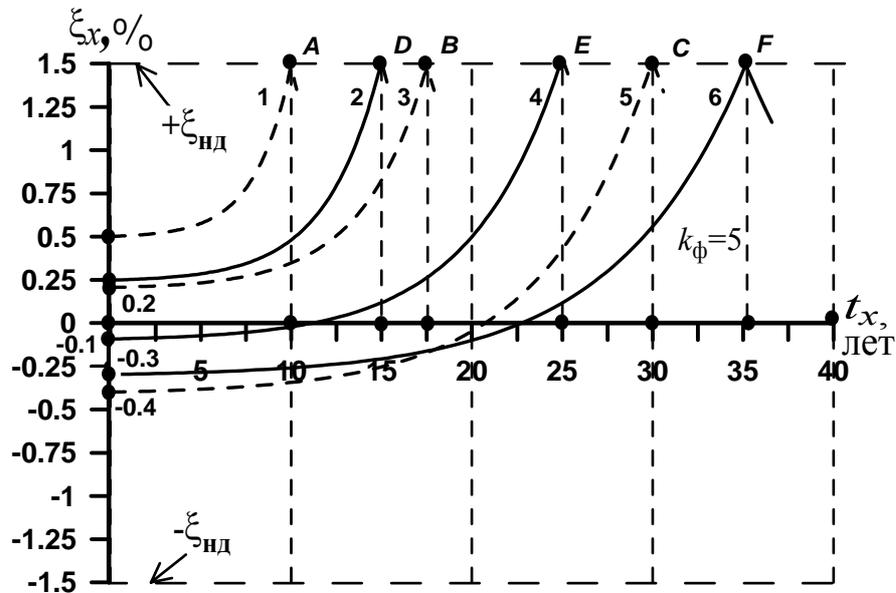


Рис. 5. Графики функции  $\xi_x(t_x)$  при линейной, экспоненциальной и логарифмической зависимости прогнозного времени наработки на отказ от начальных значений погрешностей

Из (8) следует, что при равенстве значений и знаков приведенных погрешностей  $\xi_{x0}$  и  $\xi_{0п}$ , т.е. при  $\{\xi_{x0}\} = \{\xi_{0п}\}$ ,  $\{T_{но}(\xi_{x0})\} = \{T_{оп}\}$ . Значение  $T_0$  рекомендуется выбирать в пределах  $1 \leq \{T_0\} \leq 10$ .

С учетом экспоненциальной функции связи (8), экспоненциальная функция распределения (1), например, примет вид

$$\xi_x(t_x) = S_1(k_\phi) \left( (\xi_{нд} - \xi_{x0}) \exp \left( \frac{k_\phi t_x}{T_{оп} + T_0 \left( e^{((\xi_{нд} - \xi_{x0})/(\xi_{нд} - \xi_{0п}))} - e \right)} - k_\phi \right) - \xi_{x0} \right) - \xi_0 + \Delta \xi_0(k_\phi). \quad (9)$$

или

$$\xi_x(t_x) = \xi_m \exp \left( \frac{k_\phi t_x}{T_{оп} + T_o \left( e^{((\xi_{нд} - \xi_{x0})/(\xi_{нд} - \xi_{оп}))} - e \right)} - k_\phi \right) + \xi_{см}. \quad (10)$$

На рис. 5 приведены графики (3 и 4) функции распределения  $\xi_x(t_x)$ , показывающие влияние значений приведенной погрешности  $\xi_{x0}$  на последующее изменение прогнозного времени наработки на отказ при экспоненциальной зависимости (8) величин и параметров ( $T_{но}$ ,  $T_{оп}$ ,  $\xi_{нд}$ ,  $\xi_{x0}$ ,  $\xi_{оп}$ ) и при разных знаках значений приведенных погрешностей  $\xi_{x0}$  и  $\xi_{оп}$ .

В частности, например, предположим, что до прогонки СИ значение приведенной погрешности составило  $\xi_{оп} = 0,2\%$ , а после прогонки –  $\xi_{x0} = -0,1\%$ . Тогда, при  $\xi_{нд} = 1,5\%$ ,  $T_o = 10$  лет и  $S_{лп} = 1,25$ , прогнозируемое время наработки на метрологический отказ будет превышать время  $T_{оп} = 17,5$  лет на 8,99 лет, т.е.  $T_{ноп} = 26,49$  лет (рис. 5, графики 3 и 4).

В третьем случае время  $T_{но}$  наработки на МО может быть связано с параметрами  $T_{оп}$ ,  $\xi_{нд}$ ,  $\xi_{x0}$  и  $\xi_{оп}$  логарифмической зависимостью

$$T_{но}(\xi_{x0}) = T_{оп} + T_{оп} \ln \frac{\xi_{нд} - \xi_{оп}}{\xi_{нд} - \xi_{x0}}. \quad (11)$$

Из уравнения величин (11) следует, что при равенстве значений и знаков приведенных погрешностей  $\xi_{x0}$  и  $\xi_{оп}$ , т.е. при  $\{\xi_{x0}\} = \{\xi_{оп}\}$ ,  $T_{но}(\xi_{x0}) = T_{оп}$ .

С учетом логарифмической функции связи (11), экспоненциальная функция распределения (1) примет вид

$$\xi_x(t_x) = S_1(k_\phi) \left( (\xi_{нд} - \xi_{x0}) \exp \left( \frac{k_\phi t_x}{T_{оп} + T_{оп} \ln \left( (\xi_{нд} - \xi_{оп}) / (\xi_{нд} - \xi_{x0}) \right)} - k_\phi \right) - \xi_{x0} \right) - \xi_o + \Delta \xi_o(k_\phi). \quad (12)$$

или

$$\xi_x(t_x) = \xi_m \exp \left( \frac{k_\phi t_x}{T_{оп} + T_{оп} \ln \left( (\xi_{нд} - \xi_{оп}) / (\xi_{нд} - \xi_{x0}) \right)} - k_\phi \right) + \xi_{см}. \quad (13)$$

Рассмотрим пример логарифмической функции связи времени  $T_{но}$  наработки на МО с параметрами и величинами  $T_{оп}$ ,  $\xi_{нд}$ ,  $\xi_{но}$ ,  $\xi_{x0}$  и  $\xi_{оп}$ . Предположим, что получены следующие значения нормируемых погрешностей:  $\xi_{оп} = -0,4\%$  и  $\xi_{x0} = -0,1\%$  при  $\xi_{нд} = 1,5\%$  и  $T_{оп} = 30$  лет. Тогда прогнозируемое время наработки на МО составит  $T_{ноп} = 35,15$  лет (рис. 5, графики 5 и 6).

Во всех трех рассмотренных случаях очень важно правильно подобрать статистически достоверные значения исходных параметров  $k_m$  и  $T_{оп}$  для разных групп СИ того или иного класса точности. Это является самостоятельной задачей исследований.

При решении задач прогнозирования и определения времени наработки на МО было установлено, что все графики функции распределения нормируемых погрешностей в течение времени наработки на МО или до МО необходимо представлять с указанием пределов доверительных границ полосы неопределенности полученных значений погрешностей, полученных после соответствующей поверки СИ. На рис. 6, в качестве примера, приведены два графика (см. графики 1 и 6) экспоненциальной функции распределения при  $\xi_{x0} = 0,25\%$ ,  $k_\phi = 4$  и  $\xi_{x0} = -1\%$ ,  $k_\phi = 5$  с указанием двух пределов доверительных границ полосы неопределенности полученных значений погрешности. Первая полоса (см. рис. 6, графики 2 и 3, 7 и 8 проведенные пунктирными линиями), – с равномерной шириной  $\pm 0,375\%$  и  $\pm 0,365\%$ , а вторая (см. рис. 6, графики 4 и 5 с тонкими линиями) – с неравномерной шириной, изменяющейся по экспоненциальному закону.

В общем случае пределы доверительных границ полосы неопределенности нормируемой погрешности на момент времени проведения той или иной поверки будут отличаться между собой (см. вертикальные риски на рис. 6, график 6 при  $k_\phi = 2$ ). Ввиду сложности отображения пределов доверительных границ полосы неопределенности, на рис. 6 приведены усредненные во времени доверительные границы полосы неопределенности, которые монотонно расширяются с приближением к моменту времени  $T_{но}$  (см. рис. 6, графики 4 и 5).

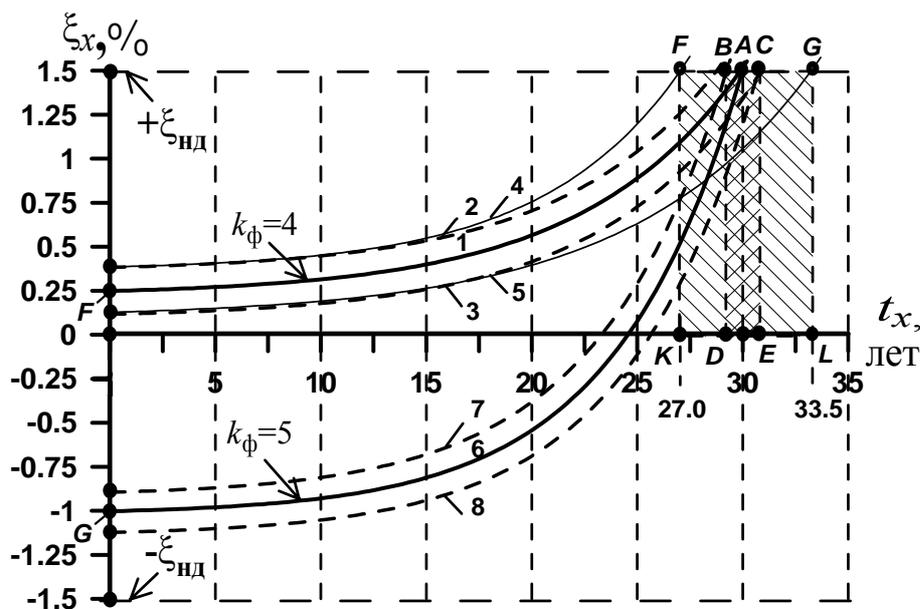


Рис. 6. Графики экспоненциальной функции распределения с установленными пределами доверительных границ полосы неопределенности

Пунктирные вертикальные линии  $FK$  и  $GL$  показывают, что доверительные границы „усредненной“ полосы неопределенности к моменту времени  $T_{но}$  наработки на отказ могут быть отличными от доверительных границ в момент времени  $t_{x0}$ . Установлено, что при определении времени наработки на МО необходимо учитывать пределы доверительных границ полосы неопределенности и значение параметра формы.

Они существенно влияют на погрешность определения действительного значения  $T_{но}$ . Как видно из рис. 6, доверительные границы  $BD$  и  $CE$ ,  $FK$  и  $GL$  полосы неопределенности  $\Delta T_1$  и  $\Delta T_2$  для погрешности определения действительного значения  $T_{но}$  тем меньше, чем больше значения  $k_\phi$  на момент времени последней поверки и чем меньше ширина полосы неопределенности.

При  $k_\phi = 4$  погрешность определения значения времени  $T_{но}$  может достичь  $\Delta T_2 = \pm 3,25$  года, а при  $k_\phi = 5$  –  $\Delta T_1 = \pm 0,85$  года (рис. 6, точки  $F$  и  $B$ ). С целью получения более точного значения  $T_{но}$ , на последних этапах его определения необходимо добиваться увеличения значения параметра формы  $k_\phi$  до максимального значения, например, до 10...15. Наибольшую точность можно достичь при  $k_\phi \geq 10$  и минимальной ширине полосы неопределенности.

#### Выводы

Ординарная экспоненциальная функция распределения проф. В.Т. Кондратова и двойная экспоненциальная функция распределения Кондратова-Лапласа могут быть использованы, на наш взгляд, для решения задач определения параметров и характеристик МН СИ, для которых метрологические и функциональные отказы близки во времени или совпадают.

Установлена возможность изменения параметра формы  $k_\phi$  в пределах от 0,5 до 10 (20), параметра сдвига  $T_{но}$  – от 5 лет до 50 лет и более при заданном значении параметра чувствительности  $\Delta \xi_M$ , зависящем от класса точности СИ.

Показано, что с увеличением значения параметра формы  $k_\phi$  и уменьшением ширины полосы неопределенности уменьшается погрешность определения действительного значения времени наработки на МО.

По графикам синтезированных функций и результатам проверок возможно прогнозирование и оценивание скорости изменения нормируемой погрешности во времени.

Установлено влияние значения нормируемой погрешности  $\xi_{x0}$  на скорость ее изменения в течение времени эксплуатации СИ, на прогнозирование значений времени наработки на МО, на время проведения первой и последующих поверок, на текущее значение коэффициента метрологического запаса  $k_{мз}$  и т.д.

Рекомендовано выбирать прогнозное значение параметра формы при  $k_\phi = 3 \pm 1$ , а результаты определения времени  $T_{но}$  наработки на отказ представлять при значениях  $k_\phi = 10 \pm 2$  и более. Причем

параметр формы может принимать и дробные значения.

Решена задача „привязки”  $T_{но}$  к прогнозным значениям нормируемой погрешности  $\xi_{0п}$ , установленным до поведения интенсивной прогонки СИ (до установления класса точности), а также с погрешностью  $\xi_{x0}$  на момент ввода СИ в эксплуатацию. Отмечена необходимость детального изучения этих зависимостей для разных групп СИ того или иного класса точности.

Показана возможность использования для синтезированных экспоненциальных функций распределения трех видов зависимостей прогнозного времени наработки на отказ от погрешностей  $\xi_{0п}$ ,  $\xi_{нд}$  и  $\xi_{x0}$ : линейной, экспоненциальной и логарифмической. Это расширяет функциональные возможности синтезированных функций распределения.

Приведены соответствующие уравнения связи величин, разновидности экспоненциальных функций распределения и соответствующие графики, характеризующие предложенные зависимости. Это обеспечивает возможность коррекции и уточнения прогнозного времени наработки на отказ в зависимости от действительного значения погрешности  $\xi_{x0}$ , полученного на момент ввода СИ в эксплуатацию.

Предложено при решении задач высокоточного определения параметров МН СИ представлять графики функций распределения в виде метрологических функций, т.е. с указанием пределов доверительных границ полосы неопределенности, а также начальных и конечных значений параметра формы  $k_{ф}$ . Данные границы полосы неопределенности могут быть усредненными за прогнозное время эксплуатации СИ до МО или иметь дискретные значения, соответствующие каждому моменту времени поверки СИ.

В результате сравнительного анализа экспоненциальной функций распределения проф. В.Т.Кондратова, функций распределения Кондратова-Вейбулла и Кондратова-Коши установлено, что, определения времени  $T_{но}$  наработки на МО для СИ со стабильными параметрами ФП ИК (или МХ) целесообразно использовать функцию распределения Кондратова-Вейбулла, с менее стабильными – функцию распределения Кондратова-Коши, а с недостаточно стабильными – экспоненциальную функцию распределения проф. В.Т. Кондратова или функцию распределения Кондратова-Лапласа.

Решение задачи синтеза экспоненциальных функций распределения и их разновидностей расширяет класс функций распределения нормируемых погрешностей в течение времени наработки на МО и открывает новую страницу в развитии теории метрологической надежности СИ в части прогнозирования и определения показателей МН СИ.

## Литература

1. Кондратов В.Т. Теория метрологической надежности: функция распределения Кондратова-Вейбулла // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2008. – № 3. – С. 101-113.
2. Кондратов В.Т. Теория метрологической надежности: функция распределения Кондратова-Коши // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2007. – № 2. – С. 23-31.
3. Кондратов В.Т. Теория метрологической надежности: экспоненциальная функция распределения проф. В.Т.Кондратова и функция распределения Кондратова-Лапласа // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2008. – № 6. – С. 43-55.
4. Кондратов В.Т. Теория избыточных измерений // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2005. – № 1. – С. 7-24.
5. Кондратов В.Т. Теория избыточных измерений – теория мирового значения // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2007. – № 1. – С. 152-160.

Надійшла 16.1.2009 р.