УДК 62.755

І.В. ДРАЧ
Хмельницький національний університет

МАЛІ РУХИ РІДИНИ В ЦИЛІНДРИЧНІЙ КАМЕРІ АВТОБАЛАНСУЮЧОГО ПРИСТРОЮ

У статті вивчається процес хвилеутворення на поверхні рідини в камері рідинного автобалансуючого пристрою, частково заповненого рідиною, для роторів з вертикальною віссю обертання при нестаціонарних режимах руху системи. При нестаціонарних процесах можливе хвилеутворення викликає динамічну нестійкість в роботі машини і підвищення вібрацій при певних режимах експлуатації. В статті розв'язується задача для випадку, коли ротор встановлено в пружних опорах, розглядаються спільні рухи системи ротор – рідина і досліджується їх стійкість.

In the paper there is studied the process of wave-forming on the liquid surface within the liquid autobalancing device chamber, partially filled with the liquid, for the rotors with the vertical pivot by the non-stationary move modes of the system. By the non-stationary processes the possible wave-forming causes the dynamic instability of the machine work, and the vibrations increment for the known exploitation modes. In the paper there is solved the problem for the case, when the rotor is set in the resilient props, considered the joint moving of the rotor – liquid system and researched their stability.

Для машин із змінним дисбалансом ротора і при балансуванні роторів машин без зупинки в експлуатаційних умовах традиційні методи зниження вібрацій малоефективні. До таких машин належать сепаратори та центрифуги, які використовуються в різних галузях народного господарства (харчовій, хімічній, цукровій, гірничій і т.д.), медицині, побуті. Найбільш надійним, перспективним, а часто і єдиноможливим методом зниження вібрацій таких машин є автоматичне балансування за допомогою пристроїв з вільним переміщенням коригувальних мас, які мають вигляд порожнистої камери, частково заповненої робочими тілами (рідиною), і є пасивними регуляторами прямої дії, що не потребують підводу енергії та системи керування для переміщення корегуючих мас.

Характерними особливостями процесу автобалансування рідиною за стаціонарних умов руху ротора з вертикальною віссю обертання є те, що автоматичне балансування рідиною є ефективним для пружно-деформівних роторів, роторів на пружних опорах, де наявна різниця фаз між напрямком сили від дисбалансу і прогином ротора або переміщенням ротора, а також те, що у камері автобалансира рідина прагне встановитися проти дисбалансу не тільки в зарезонансній, але й у дорезонансній зоні обертання ротора і на самому резонансі [1]. Однак теоретичне обґрунтування поведінки рідини в камері АБП за нестаціонарних умов обертання ротора відсутнє.

При деяких спрощених припущеннях у [2] показано, що небезпека втрати стійкості руху системи, що містить порожнину, частково заповнену рідиною, є завжди, коли власна частота будь-якої форми вільних коливань рідини близька до частоти нутації несучого рідину тіла. Нескінченній кількості форм вільних коливань рідини відповідає нескінченна кількість областей нестійкості, однак, як показано в [3], лише декілька перших областей можуть мати практичне значення. Вважається, що внутрішнє тертя, що демпфірує власні коливання рідини, зводить нанівець області нестійкості більш високого порядку.

Метою статті є аналіз поведінки рідини в камері авобалансуючого пристрою для роторів машин з вертикальною віссю обертання у випадку нестаціонарного руху системи вал– рідинний АБП, де необхідно враховувати коливання вільної поверхні рідини.

У [1] показано, що вільна поверхня рідини є частиною параболоїда обертання з віссю, яка співпадає з головною центральною віссю інерції системи. Із збільшенням швидкості параболічна форма вироджується в циліндричну. В горизонтальному перерізі камери АБП вільна поверхня рідини є колом. Зменшення радіуса вільної поверхні і відповідно збільшення товщини шару рідини при постійному радіусі камери R не призводить до зсуву центра мас системи, оскільки центр вільної поверхні рідини збігається з центром мас системи. У зміні незрівноваженого стану обертової системи бере участь тонкий шар рідини, близький за величиною до подвійного зміщення центра мас ротора [1]. Інша рідина лише збільшує масу системи, розташовуючись концентрично навколо осі обертання. Однак експериментально визначено, що на діапазоні критичних частот при заповненні камери АБП більшою кількістю рідини, ніж необхідно для балансування, амплітуди коливань системи збільшувалися.

Щоб пояснити таку поведінку системи, розглянемо умови хвилеутворення на вільній поверхні рідини. Для цього проаналізуємо частотне рівняння системи диференціальних рівнянь, які описують рух обертового ротора з АБП і рідиною усередині нього [4]. Приймемо розрахункову схему, показану на рис. 1. Припустимо, що розглядається спрощена плоска задача (оскільки геометричні розміри АБП мають співвідношення *R*>>*h* [1]); що рідина, захоплюється циліндричною камерою АБП і обертається з ротором як одне тверде тіло і що вона при нехтуванні гравітаційними силами має форму кільця з внутрішнім радіусом R_1 і зовнішнім – *R*. Будемо розглядати малі поступальні рухи циліндра в площині обертання (*z*=*z* (*t*) і *y*=*y* (*t*) – узагальнені координати осі циліндра). При цьому рух рідини стосовно циліндра теж вважається малим. У відносному русі сили в'язкості не враховуються.

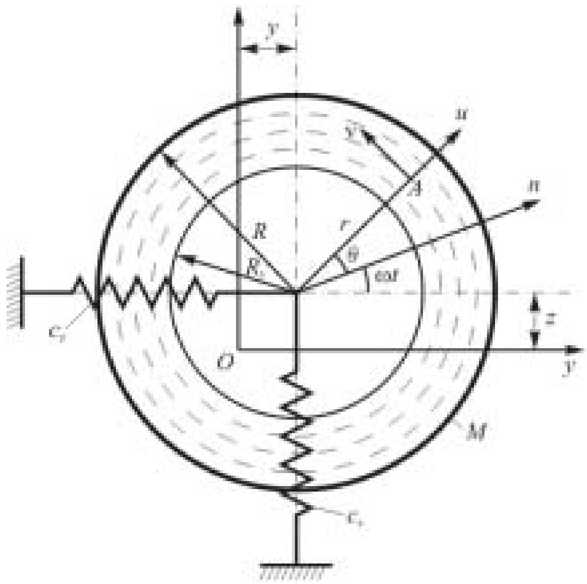

Рис. 1. Розрахункова схема

За рухому систему координат, зв'язану з обертовим циліндром, приймемо полярну систему координат з полярною віссю *n* (рис. 1); *r, θ* – координати точки в цій системі. Крім того, на рис. 1 введені наступні позначення: *u*= *u* (*r*, *θ*, *t*); *υ*= *υ* (*r*, *θ*, *t*) – відповідно радіальна та тангенціальна складові відносної швидкості рідини в точці (*r, θ*). Позначимо *M* – масу ротора з АБП.

Вільні коливання системи ротор-рідина описуються лінеаризованими (через малість розглядуваних рухів системи) диференціальними рівняннями в обраній полярній системі координат

$$\frac{\partial u}{\partial t}-2\omega\upsilon=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r}-\ddot{y}\cos(\omega t+\theta)-\ddot{z}\sin(\omega t+\theta)+r\omega^2;$$
$$\frac{\partial \upsilon}{\partial t}+2\omega u=-\frac{1}{\rho r}\frac{\partial p}{\partial \theta}+\ddot{y}\sin(\omega t+\theta)-\ddot{z}\cos(\omega t+\theta), \tag{1}$$

рівнянням нерозривності

$$\frac{\partial}{\partial r}(ur)+\frac{\partial \upsilon}{\partial \theta}=0, \tag{2}$$

і виразами для сил, що діють на систему,

$$M\ddot{z}+c_z z=Rh\int_0^{2\pi}p\big|_{r=R}\sin(\omega t+\theta)d\theta;$$
$$M\ddot{y}+c_y y=Rh\int_0^{2\pi}p\big|_{r=R}\cos(\omega t+\theta)d\theta, \tag{3}$$

при граничних умовах

$$u\big|_{r=R}=0;\; u\big|_{r=R_1}=\frac{\partial\zeta}{\partial t};\; p\big|_{r=R_1+\zeta}=0,$$

де *p*=*p* (*r*, *θ*, *t*) – тиск рідини в точці (*r, θ*), ρ – густина рідини; *h* – висота циліндричної камери; *ς*=*ς* (*r*, *θ*) – радіальне відхилення точок вільної поверхні рідини.

Інтегрування системи рівнянь (1) – (3) зазнає значних труднощів. Тому, маючи на увазі дослідження стійкості руху системи, перейдемо до аналізу її характеристичного рівняння.

Якщо шукати можливі рухи системи у вигляді головних коливань, при яких всі узагальнені координати змінюються з однією і тією ж частотою (позначимо її *k*), задавши закон зміни узагальнених координат ротора у вигляді

$$z=A_1\sin kt;\qquad y=A_2\cos kt, \tag{4}$$

і брати до уваги тільки хвилі 1-го порядку (оскільки при спільних коливаннях системи циліндр – рідина в рідині виникають хвилі тільки першого порядку (довжина хвилі дорівнює довжині вільної поверхні рідини) [3]), то знаходимо форму внутрішньої поверхні рідини з точністю до довільних сталих B_1 і B_2

$$\varsigma=B_1\cos[(k+\omega)t+\theta]+B_2\cos[(k-\omega)t-\theta]. \tag{5}$$

Знайдемо головні коливання рідини тієї ж частоти *k*.

Розв'язок системи рівнянь (1) – (3) з урахуванням залежностей (4) і (5) є системою з чотирьох рівнянь

$$
\left.\begin{array}{l}
\frac{1}{2}Ak^2+\left[\frac{2(k+\omega)^2}{(R/R_1)^2-1}+(3\omega+k)\cdot(k+\omega)-\omega^2\right]B_1=0;\\
\frac{1}{2}Bk^2+\left[-\frac{2(k-\omega)^2}{(R/R_1)^2-1}+(3\omega-k)\cdot(k-\omega)+\omega^2\right]B_2=0;\\
-\left[k^2-\frac{c_z+c_y}{2(M+m)}\right]B+\frac{c_z-c_y}{2(M+m)}A+\frac{4m(k-\omega)^2}{\left[(R/R_1)^2-1\right](M+m)}B_2=0;\\
\frac{c_z-c_y}{2(M+m)}B-\left[k^2-\frac{c_z+c_y}{2(M+m)}\right]A-\frac{4m(k+\omega)^2}{\left[(R/R_1)^2-1\right](M+m)}B_1=0,
\end{array}\right\} \qquad (6)
$$

де m – маса рідини в роторі, $A=A_1-A_2$, $B=B_1-B_2$.

Щоб система (6) мала нетривіальний розв’язок, її визначник повинен дорівнювати нулеві. З цієї умови одержимо рівняння частот

$$
\begin{vmatrix}
\frac{1}{2}k^2 & \left[\frac{2(k+\omega)^2}{(R/R_1)^2-1}+(3\omega+k)\cdot(k+\omega)-\omega^2\right] & 0 & 0\\
\left[k^2-\frac{c_z+c_y}{2(M+m)}\right] & \frac{4m(k+\omega)^2}{\left[(R/R_1)^2-1\right](M+m)} & -\left[\frac{c_z-c_y}{2(M+m)}\right] & 0\\
0 & 0 & \frac{1}{2}k^2 & \left[-\frac{2(k-\omega)^2}{(R/R_1)^2-1}+(3\omega-k)\cdot(k-\omega)+\omega^2\right]\\
\left[\frac{c_z-c_y}{2(M+m)}\right] & 0 & -\left[k^2-\frac{c_z+c_y}{2(M+m)}\right] & \frac{4m(k-\omega)^2}{\left[(R/R_1)^2-1\right](M+m)}
\end{vmatrix}=0. \qquad (7)
$$

Якщо $c_z=c_y=c$, то система (6) розпадається на дві незв’язані системи, а частотне рівняння (7) – на два незалежних вирази, оскільки ліва частина (7) при $c_z=c_y=c$ може бути подана у вигляді двох співмножників, причому другий з них одержують з першого заміною k на $(-k)$. Для розв’язання питання про стійкість коливань розглядуваної системи при $c_z=c_y=c$ досить дослідити одне з рівнянь четвертого степеня, наприклад

$$
\frac{2mk^2(k-\omega)^2}{(M+m)\left[(R/R_1)^2-1\right]}+\left(k^2-\frac{c}{M+m}\right)\cdot\left[-\frac{2(k-\omega)^2}{(R/R_1)^2-1}+(3\omega-k)\cdot(k-\omega)+\omega^2\right]=0. \qquad (8)
$$

Поділ виразу (7) на два незалежних рівняння означає, що при $c_z=c_y$ головні коливання системи є круговими. Рівняння (4) описують рух осі циліндра по еліптичній траєкторії. Однак використавши вирази $A=A_1-A_2$, $B=B_1-B_2$, еліптичну траєкторію можна подати у вигляді суми двох кругових, причому кутові швидкості руху по цих траєкторіях будуть рівними k і $(-k)$

$$
z=A_1\sin kt=\frac{A+B}{2}\sin kt=-\frac{A}{2}\sin(-kt)+\frac{B}{2}\sin kt;
$$

$$
y=A_2\cos kt=-\frac{A-B}{2}\cos kt=-\frac{A}{2}\cos(-kt)+\frac{B}{2}\cos kt,
$$

що відповідає поширенню хвилі в прямому і зворотному напрямку (у рухомій системі координат пряма хвиля поширюється убік обертання циліндра, а зворотна – проти обертання).

Ознакою нестійкості руху системи є наявність у частковому рівнянні (8) коренів з від’ємною уявною частиною. Тому, якщо серед чотирьох коренів рівняння (8) є пара комплексно-спряжених, рух можна вважати нестійким.

Корені рівняння (8) є частотами коливань системи ротор – рідина при $c_z=c_y=c$.

Прийнявши рідину нерухомою щодо ротора ($A_1=A_2$, $B_1=B_2=0$) одержимо парціальні частоти поширення прямої і зворотної хвиль і частоту коливань системи ротор – рідина

$$
k^{+}_{\text{рід}}=\omega\cdot b=\frac{\omega}{1-\sqrt{\frac{1-(R_1/R)^2}{2}}}; \qquad k^{-}_{\text{рід}}=\omega\cdot a=\frac{\omega}{1+\sqrt{\frac{1-(R_1/R)^2}{2}}}.
$$

Виразимо (8) через парціальні частоти

$$
\alpha k^2(k-\omega)^2-(k^2-k_p^2)\cdot(k-k^{+}_{\text{рід}})\cdot(k-k^{-}_{\text{рід}})=0, \qquad (9)
$$

де $\alpha=\frac{2m}{M+m}\cdot\frac{1}{1+(R/R_1)^2}<1$; $k_p^2=\frac{c}{M+m}$ – парціальна частота ротора з рідиною в ньому у стані спокою.

У [3] показано, що при будь-яких α, a, b, k_p^2, що є конструктивними параметрами системи, завжди існує така швидкість обертання ротора ω, при якій рівняння (8) буде мати комплексні корені, тобто система буде нестійкою.

Для конкретних параметрів системи чисельними методами, прирівнявши дискримінант рівняння (9) до нуля або використавши алгоритм Евкліда, можна визначити границі зони нестійкості.

Таким чином, ротор, що обертається, частково заповнений рідиною і встановлений на пружних опорах, при деяких швидкостях обертання втрачає стійкість. Ці швидкості не є дискретними. При c_z=c_y спостерігається одна зона нестійкості, розташована навколо швидкості обертання $\omega_{кр}$, при якій відбувається збіг парціальної частоти ротора k_p з парціальною швидкістю поширення зворотної хвилі в рідині ($k^{-}_{рід} = \omega\cdot a$).

З цієї умови ($k^{-}_{рід} = \omega\cdot a$) одержимо формулу критичної швидкості

$$\omega_{kp} = \sqrt{\frac{c}{M+m}}\cdot\left[1+\sqrt{\frac{1-\left(R_1/R\right)^2}{2}}\right]. \tag{10}$$

Вираз (10) визначає центральну точку нестійкої зони. Основним параметром, що характеризує ширину нестійкої зони, є α.

Параметр α є конструктивним параметром системи ротор – рідина, що залежить від ступеня заповнення камери АБП рідиною. При чому чисельно було перевірено, що збільшення маси рідини приводить до розширення зони нестійкості. Так для таких параметрів системи: маса ротора з камерою АБП (M)– 7,3 кг, маса дисбалансу ($m_д$) – 0,1 кг, зовнішній радіус камери АБП (R) – 0,2 м, висота камери АБП (h) – 0,05 м, маса рідини (m) – 0,05 – 0,45 кг, густина рідини (ρ) – 1000 кг/м^3, температура рідини (t) – 18° С, критична швидкість ротора ($\omega_{кр}$) – 10,14 – 9,64 Гц залежність між ступенем заповнення камери АБП і коефіцієнтом α має вигляд, показаний на рис. 2.

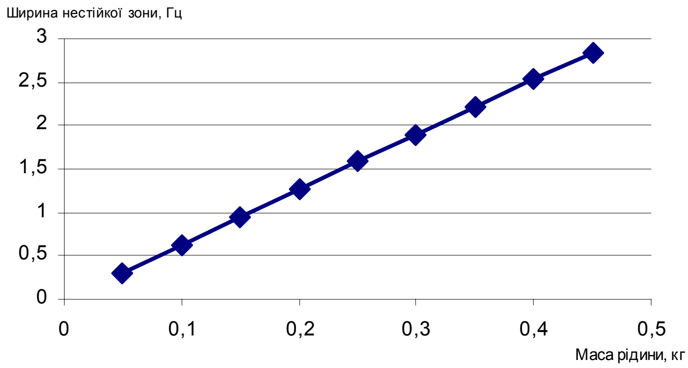

Рис. 2. Збільшення ширини зони нестійкості руху системи ротор – АБП – рідина залежно від заповнення камери АБП рідиною

Отже при заповненні камери рідиною масою 50 г зона нестійкості системи становить 10,726 – 11,036 Гц (ширина зони нестійкості 0,31 Гц), а при заповненні 450 г рідини зона нестійкості системи становить 10,047 – 12,885 Гц (ширина зони нестійкості 2,839 Гц).

Наявністю зон нестійкості руху системи ротор – рідина і залежністю ширини зони від маси рідини, що заповнює камеру АБП, можна пояснити збільшення амплітуд коливань системи при заповненні камери АБП більшою кількістю рідини, ніж необхідно для балансування. Частота хвилі в рідині резонує з частотою обертання ротора.

Література

1. Ройзман В.П., Драч І.В., Ткачук В.П. Теорія автоматичного балансування роторів машин рідинними робочими тілами // Вібрації в техніці та технологіях. – 2007. – № 2. С.45-50.
2. Stewartson K., Fluid Mech. J // Механика. – № 6 (64). – 1960. – 3-19.
3. Мархашов Л.М. Колебания и устойчивость твердой оболочки с идеальной жидкостью на упругих опорах (к теории карусельного гидроканала) // ПМТФ. – 1962. – № 6. – С. 32-39.
4. Моисеев Н.Н., Румянцев В.В. Динамика тела с полостями содержащими жидкость. – М.: Наука, 1965. – 440 с.

Надійшла 8.12.2008 р.