

## ВИКОРИСТАННЯ ВЕЙВЛЕТ-ПЕРЕТВОРЕННЯ ДЛЯ ЗАДАЧ ОБРОБКИ СИГНАЛУ

*Проведено аналіз бігармонійного сигналу з шумом на основі дискретного вейвлет-перетворення. Досліджено локальні і «тонкі» особливості сигналів (функцій) на базі дискретного одновимірного вейвлет-перетворення. Наведено структуру вейвлет-спектра шуму.*

*In the article investigational local and «thin» features of signals (functions) are on the base of discrete Continuous Wavelet 1-D. It is resulted structure of Wavelet – spectrum of noise, experimental spectral descriptions, fixing beginning and end of impulse.*

### Вступ

В кінці минулого століття виник і успішно розвивається новий і важливий напрям в теорії і техніці обробки сигналів, зображень і часових рядів, який отримав назву вейвлет-перетворення і добре пристосований для вивчення структури неоднорідних процесів.

Термін вейвлет (wavelet) ввели в своїй статті Гроссманн (Grossmann) і Морле (Morlet) в середині 80-х років ХХ століття у зв'язку з аналізом властивостей сейсмічних і акустичних сигналів. Їх робота послужила початком інтенсивного дослідження вейвлетів в подальше десятиліття рядом учених таких, як Добеши (Dobechies), Мейєр (Meyer), Малл (Mallat), Фарж (Farge), Чуї (Chui) і ін.

Вейвлети є особливими функціями у вигляді коротких хвиль (сплесків) з нульовим інтегральним значенням і з локалізацією по осі незалежної змінної ( $t$  або  $x$ ), здатні до зміни по цій осі і масштабуванню (розтягненню/стисненню). Будь-який з найчастіше використовуваних типів вейвлетів породжує повну ортогональну систему функцій. В разі вейвлет-аналізу (декомпозиції) процесу (сигналу) у зв'язку із зміною масштабу вейвлети здатні виявити відмінність в характеристиках процесу на різних шкалах, а за допомогою зрушення можна проаналізувати властивості процесу в різних точках на всьому досліджуваному інтервалі. Саме завдяки властивості повноти цієї системи, можна здійснити відновлення (реконструкцію або синтез) процесу за допомогою зворотного вейвлет-перетворення.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

Вейвлет перетворення є особливий тип лінійного перетворення сигналів і відображає цими сигналами фізичні дані про процеси і фізичні властивості природних середовищ і об'єктів. Базис власних функцій, по якому проводиться вейвлет розкладання сигналів, володіє багатьма специфічними властивостями і можливостями. Базисна вейвлет функція дозволяє сконцентрувати увагу на тих або інших локальних особливостях аналізованих процесів, які не можуть бути виявлені за допомогою традиційних перетворень Фур'є і Лапласа. До таких процесів в геофізиці відносяться поля різних фізичних параметрів природних середовищ. В першу чергу це стосується полів температури, тиску, профілів сейсмічних трас і інших фізичних величин. Принципове значення має можливість вейвлетів аналізувати нестационарні сигнали із зміною компонентного вмісту в часі або в просторі.

Вейвлети мають вид коротких хвильових пакетів з нульовим інтегральним значенням, локалізованих по осі аргументів (незалежних змінних), інваріантних до зрушення і лінійних до операції масштабування (стиснення/розтягування). По локалізації в часовому і частотному представленні вейвлети займають проміжне положення між гармонійними (синусоїдальними) функціями, локалізованими по частоті, і функцією Діраку, локалізованою в часі.

Основна область застосування вейвлет перетворень – аналіз і обробка сигналів і функцій, нестационарних в часі або неоднорідних в просторі, коли результати аналізу повинні містити не тільки загальну частотну характеристику сигналу (розподіл енергії сигналу по частотних складових), але і відомості про певні локальні координати, на яких проявляють себе ті або інші групи частотних складових, або на яких відбуваються швидкі зміни частотних складових сигналу. В порівнянні з розкладанням сигналів на ряди Фур'є, вейвлети здатні з набагато вищою точністю представляти локальні особливості сигналів, аж до розривів 1-го роду (стрибків). На відміну від перетворень Фур'є, вейвлет-перетворення одновимірних сигналів забезпечує двовимірну розгортку, при цьому частота і координата розглядаються як незалежні змінні, що дає можливість аналізу сигналів відразу в двох просторах.

Вейвлет перетворення широко застосовується для дослідження нестационарних сигналів, неоднорідних полів і зображень різної природи і часових рядів, для розпізнавання образів і для вирішення багатьох завдань в радіотехніці, зв'язку, електроніці, ядерній фізиці, сейсмоакустиці, метеорології, біології, економіці і інших галузях науки і техніки.

Підтвердженням значущості вейвлет перетворення є і той факт, що алгоритми вейвлет перетворення представлені в широко поширених системах комп'ютерної математики, таких як Mathcad, MATLAB, Mathematica. Міжнародні стандарти JPEG-200, MPEG-4 і графічні програмні засоби Corel DRAW 9/10 широко використовують вейвлет перетворення для обробки зображень і, зокрема, для стискування

зображень для каналів з обмеженою пропускною спроможністю, наприклад, для Інтернет. Окрім того, фірмою Analog Devices розроблені і випускаються однокристальні дешеві мікропроцесори ADV6xx (ADV601 ADV601LC, ADV611, ADV612), засновані на вейвлет перетвореннях і призначені для стискування і відновлення відеоінформації в реальному масштабі часу.

Одна з головних і особливо плідних ідей вейвлетного представлення сигналів на різних рівнях декомпозиції (розкладання) полягає в розділенні функцій наближення до сигналу на дві групи: що апроксимує – грубу, з достатньо повільною часовою динамікою змін, і що деталізує – з локальною і швидкою динамікою змін на тлі плавної динаміки, з подальшим їх дробленням і деталізацією на інших рівнях декомпозиції сигналів. Це можливо як в часовій, так і в частотній областях представлення сигналів вейвлетами.

### Використання неперервного (дискретного) вейвлет-перетворення для задач обробки сигналу

У випадку дискретного вейвлет-перетворення (ДВП або DWT), не лише параметр  $a$  (зміни часового масштабу) і  $b$  (часовий зсув), але і сигнали також дискретизують в часі. На підставі теореми Котельникова (теореми відліків) неперервний сигнал  $S(t)$ , спектр якого не містить частот вище  $f_m$ , повністю визначається дискретною послідовністю своїх миттєвих значень  $\{S_i\}$ ,  $i=0,1,\dots,N-1$ , відрхованих через інтервали часу  $\Delta t$ :

$$\Delta t = 1/2f_m, f_d = 1/\Delta t = 2f_m, \quad (1)$$

де  $\Delta t$  і  $f_d$  – інтервал (крок) і частота дискретизації.

Таким чином, дискретизований з кроком  $\Delta t$  сигнал можна представити виразом:

$$S_D(t) = \{i\} = \sum_{i=1}^{N-1} S(i\Delta t)\delta(t - i\Delta t) \quad (2)$$

де  $\delta(t)$  – дельта-функція.

Візьмемо сигнал  $x(t)$  який є сумою бігармонійного сигналу  $S(t)$  і білого гаусового шуму  $n(t)$  з математичним очікуванням  $m = 0$  і середньоквадратичним відхиленням  $g$ . Якщо число відліків складає  $N = 2^{n_0}$ , то максимальне значення  $m$  у формулах буде рівне  $n_0 - 1$ . Найбільше значення  $k$  до для поточного  $m$  визначається:  $k = 2^{n_0 - m} - 1$ . Зокрема, для  $m = 0$  (тобто.  $a = 1$ ) число  $k$  зрушень базисного вейвлета складе  $2^{n_0} - 1 = N - 1$  з кожним подальшим значенням  $m$  (1, 2, ...) вейвлет  $\psi_{mk}(t)$  розширюється в два рази, а число  $k$  зрушень зменшується в два рази. Для максимального значення  $m = m_{\max}$ , рівного  $n_0 - 1$ ,  $k = 0$ , тобто один вейвлет  $\psi_{m_{\max}0}(t)$  «накриває» весь інтервал сигналу.

Представимо програмну реалізацію процесу дискретного вейвлет перетворення, та проведемо дослідження довільного сигналу  $x(t)$  рис. 1.

```
function binar_rauch_wav_1
t = 0: 0.000001: 0.001; A1 = 1; A2 = 1; F1 = 10000; F2 = 2*F1; a1 = 0; a2 = 0;
s1 (1: 200) = 0; t2 = 0.0002: 0.00001: 0.0008;
s2 = A1*sin (2*pi*F1*t2 + a1) + A2*sin (2*pi*F2*t2+a2);
s3 (1: 200) = 0; s = [s1 s2 s3]; randn ('state',0); g = 0.5; n = g*randn (size (t));
x = s + n; figure (1); subplot (311), plot (t, x, 'k'); title (сигнал x (t)); grid
on;
gtext ('F=10кГц, A1=A2=1В, g=0.5 В');
subplot (312), c = cwt (x, 1: 64,'mexh','absq1b', [0 400]);
title ('Вейвлет-спектр'); xlabel (Часовий зсув, b');
ylabel ('Часовий масштаб, a'); set (gca, 'Xlim', [0 1000]);
[c, l] = wavedec (s, 6,'db4');
for m = 1: 6
d = detcoef (c, l, m); d = d (ones (1,2^m),:);
cfd (m, :) = wkeep (d (:)',1000);
end
cfd = cfd (:); I = find (abs (cfd)<sqrt (eps));
cfd (I) = zeros (size (I)); cfd = reshape (cfd, 6,1000);
subplot (313), colormap (pink (16));
img = image (flipud (wcodemat (cfd, 64,'row')));
set (get (img, 'parent'), 'YtickLabel', []);
title (Дискретне перетворення);
ylabel ('рівень, m'); xlabel (Часовий зсув, b'); end
```

Аналіз вейвлет спектру дозволяє зробити наступні висновки: у нижній частині спектрограми добре видно складна структура вейвлет-спектра шуму ( $a$ : 1-5), із зростанням параметра  $a$  є видимою структура другої гармоніки, а потім – першої; при цьому виразно фіксуються початок і кінець імпульсу. Темним тоном фіксуються переходи сигналу через нуль, а світлим тоном – екстремуми.

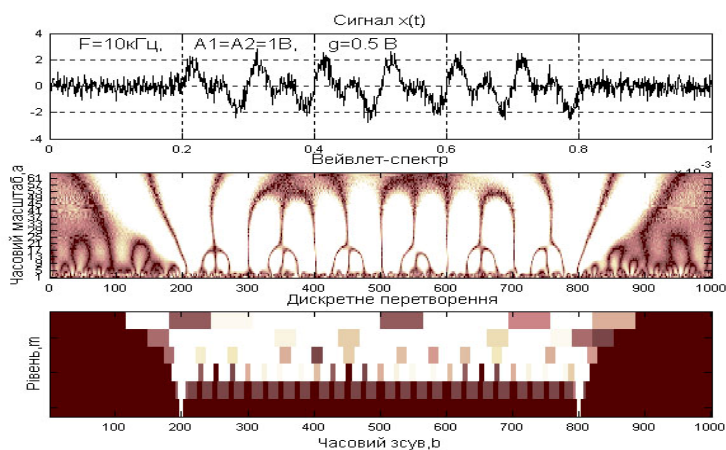


Рис. 1. Діаграма вейвлет сигналу і його спектрограми

### Висновки

1. Перспективність опанування технологією використання вейвлет-перетворення пов'язана з проведення можливого розпізнавання локальних особливостей сигналів (функцій), що важливе в багатьох областях радіотехніки, зв'язку, радіоелектроніки, геофізики і інших галузях науки і техніки
2. Використання вейвлет-перетворення в порівнянні з розкладанням сигналів на ряди Фурье здатна надати з набагато вищою точністю представляти локальні особливості сигналів, аж до розривів 1-го роду
3. Перспективою вейвлет-перетворення є і той факт, що алгоритми вейвлет-перетворення представлені в широко поширених системах зображень для каналів з обмеженою пропускною спроможністю, наприклад, для Інтернет
4. Унікальністю вейвлет-перетворення є розробка однокристальних дешевих мікропроцесорів ADV6xx (ADV601, ADV601LC, ADV611, ADV612), заснованих на вейвлет-перетвореннях і призначені для стискування і відновлення відеоінформації в реальному масштабі часу.

### Література

1. Воробьев В.И., Грибунин В.Г. Теория и практика вейвлет-преобразования. – СПб.: Изд-во ВУС, 1999. – 208 с.
2. Новиков Л.В. Основы вейвлет-анализа сигналов: Учеб. пособие. – СПб.: Изд-во 000 «МОДУС», 1999. – 152 с.
3. Петухов А.П. Введение в теорию базисов всплесков. – СПб.: Изд-воСПбГТУ, 1999. – 132 с.
4. Дремин И.М., Иванов О.В., Нечитайло В.А. Вейвлеты и их использование // Успехи физических наук. – 2001. – Т. 171. – № 5. – С. 465– 501.
5. Кноте Карстен. Разработка и исследование быстрых параметрически перестраиваемых ортогональных преобразований в базисах «wavelet»-функций: Автореф. дис.... канд. техн. наук. – Спб., 2000. – 16 с.
6. Новиков Л.В. Спектральный анализ сигналов в базисе вейвлетов // Научное приборостроение. – 2000. – Т. 10. – № 3. – С. 70– 76.

Надійшла 16.2.2009 р.

УДК 681.518.3+519.218.82

О.А. ПАСТУХ

Європейський університет, м. Тернопіль

## РОЗРОБКА ОСНОВ МОДЕЛЮВАННЯ ОБРОБКИ НЕЧІТКИХ ДАНИХ КВАНТОВИМИ ІНФОРМАЦІЙНИМИ СИСТЕМАМИ

*Вперше розроблено основи моделювання: множення та сумування нечітких чисел на основі множення та сумування квантових нечітких чисел, функціональних відображень нечіткої змінної на основі функціональних відображень квантової нечіткої змінної, тах – композиційного правила виведення із Larsen імплікацією у нечітких інформаційних системах на основі квантових нечітких множин, алгебраїчного перетину нечітких множин на основі алгебраїчного перетину квантових нечітких множин у квантовому процесорі квантових інформаційних систем.*

*Design bases are first developed: increase and sad unclear numbers on the basis of increase and sad quantum unclear numbers, functional reflections of unclear variable on the basis of functional reflections of quantum unclear variable, composition rule of leadingout from Larsen by an ifthen in the unclear informative systems on the basis of quantum unclear plurals, crossings of algebra of unclear plurals on the basis of crossing of*