сезону вільний член дорівнює $(\alpha_1 + \alpha_2)$, а для третього сегмента і третього кварталу він складає $(\alpha_1 + \alpha_2 + \beta_3)$ і т.д.

Відмінності для другого і четвертого місяцю сезону характеризує різниця $(\alpha_4 - \alpha_2)$, а відмінності для різних сегментів споживачів, наприклад третього та другого – різниця $(\beta_3 - \beta_2)$.

Використання зазначених моделей дозволяє, на основі відповідних фактичних даних спрогнозувати попит на різні асортиментні групи з врахуванням чинників зовнішнього середовища.

Висновки:

В результаті проведених досліджень проаналізовано стохастичні чинники, що впливають на попит споживачів; визначено типи та напрями застосування моделей з фіктивними змінними, що можуть бути використані в процесі формування асортименту виробів зі шкіри; визначено загальний вигляд ANOVA та ANCOVA– моделей з урахуванням фіктивних та квантифікативних змінних, що враховують стохастичні чинники зовнішнього середовища.

Подальші дослідження в формуванні асортименту виробів зі шкіри вимагають досягнення наступних цілей:

- перевірити гіпотезу щодо того, що побудована без урахування структури попиту між асортиментними групами взуття математична модель, не дає змогу достовірно виміряти зв'язок між цими показниками;
- перевірити на основі F-критеріїв можливість використання моделей, розрахованих на основі окремих асортиментних груп з фіктивнимх змінними, адекватно представляти структуру попиту;
- побудувати, на основі інформації, що містить лонгітюдні дані, сформовані на основі структурного чинника – часового періоду, математичні моделі прогнозування попиту за умови холодної та теплої зими, що враховують перерозподіл попиту в межах окремих асортиментних груп, спричинений погодними умовами.

Література

1. Малхотра. Маркетинговые исследования. Практическое руководство / Малхотра, К. Нэреш, – [3-е изд.]; пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2002. – 960 с.

2. Наконечний С.І. Економетрія / Наконечний С.І., Терещенко Т.О., Романюк Т.П. – [вид. 3-тє, доп. та перероб.] – К.: КНЕУ, 2004. – 520 с.

3. Гаркавенко С.С. Розвиток наукових основ проектно-технологічних робіт на стадії створення конкурентоспроможної продукції взуттєвої та шкіргалантерейної галузі: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня докт. техн. наук: спец. 05.18.18 «Технологія взуття, виробів зі шкіри та хутра» / С.С, Гаркавенко. – К., 2009. – 37 с.

Надійшла 20.9.2009 р.

УДК 519.832.3

В.В. РОМАНЮК
Хмельницький національний університет

АДАПТАЦІЯ МЕТОДУ РЕАЛІЗАЦІЇ ОПТИМАЛЬНИХ ЗМІШАНИХ СТРАТЕГІЙ У МАТРИЧНІЙ ГРІ З ПОРОЖНЬОЮ МНОЖИНОЮ СИТУАЦІЙ РІВНОВАГИ З ВІДОМОЮ НАПЕРЕД КІЛЬКІСТЮ РАУНДІВ ГРИ У ПРОГРАМНОМУ СЕРЕДОВИЩІ MATLAB

Представлено сконструйовану у MATLAB програмну функцію, яка дозволяє практично реалізовувати оптимальні змішані стратегії у матричній грі з відомою наперед кількістю раундів гри. Маніпуляції з шістьма аргументами цієї функції дозволяють контролювати інформацію про поточний номер ігрового раунду та номери обраних чистих стратегій, що виводиться у командне вікно MATLAB.

There has been represented the constructed program function within MATLAB, which allows to practically realize the optimal mixed strategies in the matrix game with the beforehand known quantity of the game rounds. Manipulations with the six arguments of this function allow to control the information about the current game round number and the pure strategies numbers, that is displayed in the MATLAB command window.

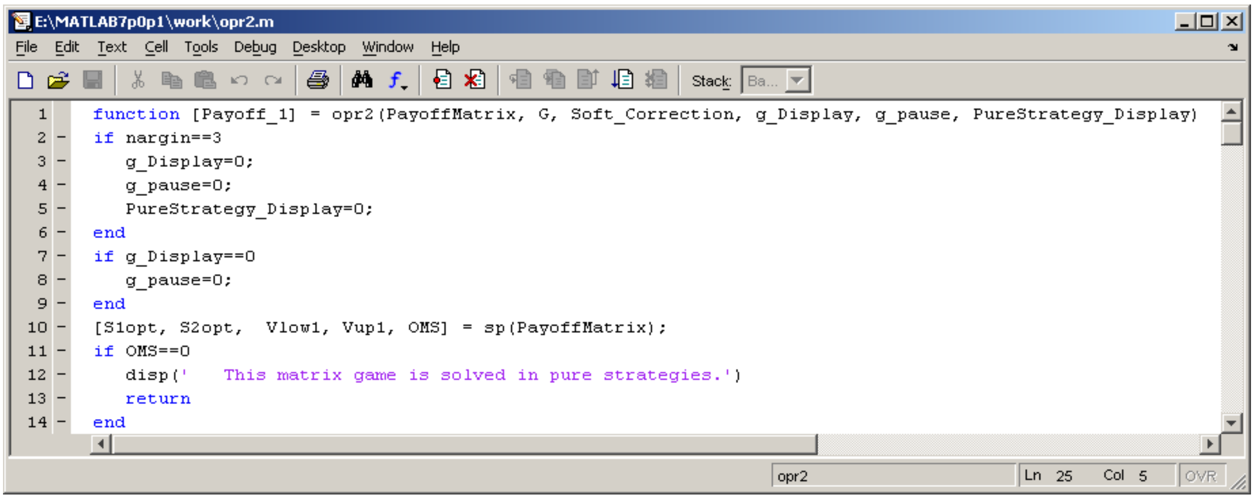
Ключові слова: програмне середовище MATLAB, матрична гра.

Актуальність проблеми дослідження та його мета

Сучасна прикладна математика все більше використовує програмне забезпечення відомих корпорацій, які пропонують пакети алгоритмів розв'язування математичних задач, для моделювання і прогнозування довготривалих соціально-економічних та екологічних процесів. Найбільш відомим брендом тут є MATLAB, потужне програмне середовище якого дозволяє також, окрім звичних операцій виконання процедур чисельних розрахунків, конструювати власні програмні модулі (функції), які легко запускаються з одного рядка командного вікна MATLAB. Організація моделювання конфліктних процесів у MATLAB можлива тільки за наявності алгоритмів і програмних модулів, за допомогою яких можна знаходити сідлові точки та проводити практичну адаптацію оптимальних змішаних стратегій. Частково це питання розглядалось у роботах [1, 2], де було запропоновано метод практичної реалізації оптимальних змішаних стратегій у матричній грі з порожньою множиною ситуацій рівноваги у чистих стратегіях з відомою наперед кількістю раундів (повторень) гри. Проте на теперішній час немає програмного забезпечення з вільним доступом, яке реалізує цей метод. Тому, зважаючи на актуальність проблеми дослідження конфліктних процесів, які моделюються у формі матричних ігор, метою даної роботи є програмна адаптація представленого у статті [1] методу практичної реалізації оптимальних змішаних стратегій у матричній грі з порожньою множиною ситуацій рівноваги у чистих стратегіях з відомою наперед кількістю раундів гри.

Конструювання програмних процедур у MATLAB для виконання методу реалізації оптимальних змішаних стратегій у формі програмного модуля (функції)

Розглядається матрична $M \times N$ -гра з порожньою множиною ситуацій рівноваги у чистих стратегіях. Матрицю цієї гри позначимо через $\mathbf{W} = \left(w_{ij}\right)_{M \times N}$. Якщо ця матриця має сідлові точки, то програмний модуль (функція) “opr2” зі шістьма аргументами, що буде виконувати реалізацію оптимальних змішаних стратегій для відомої кількості раундів гри $G \in \mathbb{N}$, повертає повідомлення про те, що гра розв’язується у чистих стратегіях (рис. 1). Уже тут використовується програмний субмодуль (підфункція) “sp” (рис. 1, 10-й рядок) для розв’язування матричних ігор [3, 4].



```
1   function [Payoff_1] = opr2(PayoffMatrix, G, Soft_Correction, g_Display, g_pause, PureStrategy_Display)
2   if nargin==3
3      g_Display=0;
4      g_pause=0;
5      PureStrategy_Display=0;
6   end
7   if g_Display==0
8      g_pause=0;
9   end
10  [S1opt, S2opt,  Vlow1, Vup1, OMS] = sp(PayoffMatrix);
11  if OMS==0
12     disp('   This matrix game is solved in pure strategies.')
13     return
14  end
```

Рис. 1

Якщо перший гравець володіє множиною $X = \left\{x_i\right\}_{i=1}^{M}$ чистих стратегій, а другий – множиною $Y = \left\{y_j\right\}_{j=1}^{N}$ чистих стратегій, то використання оптимальних змішаних стратегій гравців

$$\widehat{\mathbf{X}} = \left[\widehat{p}_1 \quad \widehat{p}_2 \quad \ldots \quad \widehat{p}_{M-1} \quad \widehat{p}_M\right] \in \mathbb{R}^M \tag{1}$$

та

$$\breve{\mathbf{Y}} = \left[\breve{q}_1 \quad \breve{q}_2 \quad \ldots \quad \breve{q}_{N-1} \quad \breve{q}_N\right] \in \mathbb{R}^N \tag{2}$$

дає першому гравцю виграш, математичне сподівання якого дорівнює значенню гри

$$V_{\text{opt}} = \widehat{\mathbf{X}}\mathbf{W}\left(\breve{\mathbf{Y}}\right)^T = \sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N} w_{ij}\widehat{p}_i\breve{q}_j \,. \tag{3}$$

Спектри стратегій (1) і (2) можна і не знаходити, оскільки, як показують досліди, на швидкість обчислень це практично не впливає [5, 6]. Тому для вибору чистих стратегій гравці розігрують по одній рівномірно розподіленій на напівсегменті $\left[0; 1\right)$ випадковій величині: перший гравець розігрує випадкову величину Θ зі значенням θ, а другий гравець – випадкову величину Ξ зі значенням ξ, де при

$$\theta \in \left[\sum_{i=1}^{u-1}\widehat{p}_i ; \sum_{i=1}^{u}\widehat{p}_i\right) \tag{4}$$

для $u \in \left\{\overline{1, M}\right\}$ перший гравець обирає чисту стратегію x_u, а якщо

$$\xi \in \left[\sum_{j=1}^{v-1} \breve{q}_j ; \sum_{j=1}^{v} \breve{q}_j \right) \tag{5}$$

для $v \in \left\{ \overline{1, N} \right\}$, то другий гравець має обирати чисту стратегію y_v.

Нехай перший гравець у першому раунді гри, використовуючи програмний субмодуль (підфункцію) “opr1p1” [5], обирає чисту стратегію x_r, $r \in \{i\}_{i=1}^{M}$. Тоді його очікуваний виграш у першому раунді гри

$$\tilde{V}(x_r, 1) = \sum_{j=1}^{N} w_{rj} \breve{q}_j \tag{6}$$

має бути не меншим за деяке наперед вказане число $V_{\text{opt}} - \delta_1(1)$, де

$$\delta_1(g) = \frac{1}{g \beta_1 g^{\frac{1}{a_1}}} = \frac{V_{\text{opt}} - V_{\text{low}}}{g \cdot g^{\frac{1}{a_1}}} = \frac{V_{\text{opt}} - \max\limits_{i=\overline{1, M}} \min\limits_{j=\overline{1, N}} w_{ij}}{g^{1+\frac{1}{a_1}}} \tag{7}$$

є своєрідним допуском втрати першого гравця у g-му раунді гри [1], $g = \overline{1, G}$, причому можна покласти $a_1 = 1$ (рис. 2, 25-й рядок). Отже, у першому раунді гри перший гравець при виборі чистої стратегії x_r керується формальною вимогою

$$\tilde{V}(x_r, 1) = \sum_{j=1}^{N} w_{rj} \breve{q}_j \geqslant V_{\text{opt}} - \delta_1(1), \tag{8}$$

але якщо при виборі деякої чистої стратегії x_t має місце строга нерівність

$$\tilde{V}(x_t, 1) = \sum_{j=1}^{N} w_{tj} \breve{q}_j < V_{\text{opt}} - \delta_1(1), \tag{9}$$

де $t \in \{i\}_{i=1}^{M}$, то перший гравець розігрує випадкову величину Θ зі значенням θ до того моменту (рис. 2, рядки 31 – 34), доки для деякої чистої стратегії x_r не буде виконано нерівність (8).

Реальний виграш першого гравця у g-му раунді гри позначено $V(g)$, де $g = \overline{1, G}$. Отримавши виграш $V(1)$, перший гравець по елементам зі значенням $V(1)$ матриці $\mathbf{W}$ визначає, якою саме чистою стратегією користувався другий гравець. Якщо це була стратегія y_s, де $s \in \{j\}_{j=1}^{N}$, то у другому раунді гри імовірність обирання цієї стратегії буде меншою, і перший гравець це враховує наступним чином [1]. На початку гри кожна імовірність у векторі (2) представляється у виді дробу зі знаменником, що дорівнює кількості G майбутніх раундів гри (рис. 3, 35-й рядок):

$$\begin{aligned} \breve{\mathbf{Y}}_0 = \breve{\mathbf{Y}} = \left[\breve{q}_1 \quad \breve{q}_2 \quad \ldots \quad \breve{q}_{N-1} \quad \breve{q}_N \right] = \left[q_1(1) \quad q_2(1) \quad \ldots \quad q_{N-1}(1) \quad q_N(1) \right] = \\ = \left[\frac{c_1(1)}{G} \quad \frac{c_2(1)}{G} \quad \ldots \quad \frac{c_{N-1}(1)}{G} \quad \frac{c_N(1)}{G} \right], \end{aligned} \tag{10}$$

де $c_j(1) = G \breve{q}_j \quad \forall\ j = \overline{1, N}$. У g-му раунді гри, де $g = \overline{2, G}$, перший гравець після вибору другим гравцем у попередньому $(g-1)$-му раунді чистої стратегії y_s, $s \in \{j\}_{j=1}^{N}$, обчислює імовірність

$$\begin{aligned} q_s(g) = \frac{c_s(g-1) - 1}{G} \cdot \frac{1 + \operatorname{sign}\left[c_s(g-1) - 1 \right]}{2} = \frac{c_s(g)}{G} = \\ = q_s(g-1) \cdot \frac{c_s(g-1) - 1}{c_s(g-1)} \cdot \frac{1 + \operatorname{sign}\left[c_s(g-1) - 1 \right]}{2} \end{aligned} \tag{11}$$

обирання цієї стратегії у g-му раунді гри, а також імовірності

$$q_l(g) = q_l(g-1) \cdot \frac{1 - q_s(g-1) \dfrac{c_s(g-1) - 1}{c_s(g-1)} \cdot \dfrac{1 + \operatorname{sign}\left[c_s(g-1) - 1 \right]}{2}}{1 - q_s(g-1)} = \frac{c_l(g)}{G}, \qquad l \in \left\{ \overline{1, N} \right\} \setminus \{s\}, \tag{12}$$

обирання решти чистих стратегій.

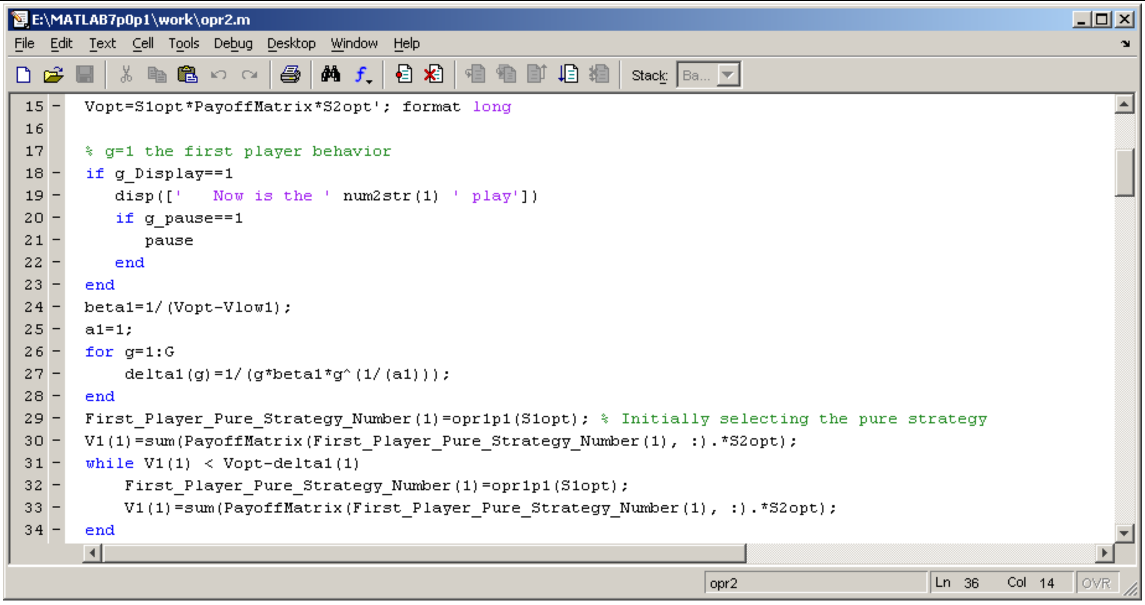


Рис. 2

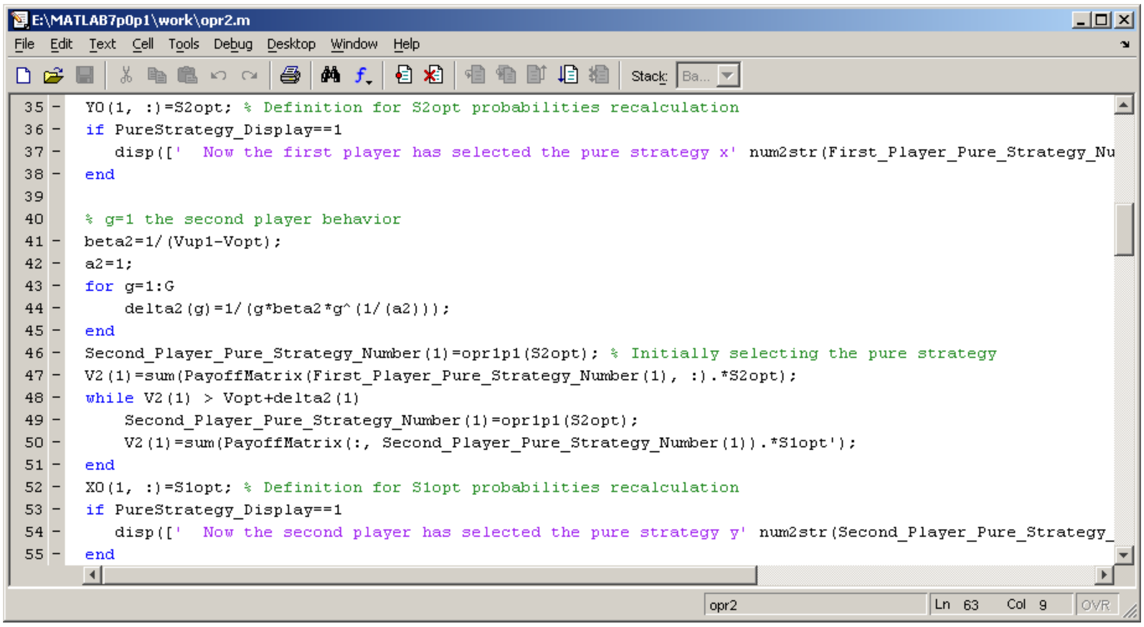


Рис. 3

Аналогічно другий гравець у першому раунді гри при виборі чистої стратегії y_s, де $s \in \{j\}_{j=1}^{N}$, керується формальною вимогою

$$\tilde{V}(y_s, 1) = \sum_{i=1}^{M} w_{is} \hat{p}_i \leqslant V_{\text{opt}} + \delta_2(1), \tag{13}$$

де число

$$\delta_2(g) = \frac{1}{g\beta_2 g^{\frac{1}{a_2}}} = \frac{V_{\text{up}} - V_{\text{opt}}}{g \cdot g^{\frac{1}{a_2}}} = \frac{\min\limits_{j=\overline{1,N}} \max\limits_{i=\overline{1,M}} w_{ij} - V_{\text{opt}}}{g^{1+\frac{1}{a_2}}} \tag{14}$$

є своєрідним допуском втрати другого гравця у g-му раунді гри [1], $g = \overline{1, G}$, причому можна покласти $a_2 = 1$ (рис. 3, 42-й рядок). Отже, якщо при виборі деякої чистої стратегії y_h має місце

$$\tilde{V}(y_h, 1) = \sum_{i=1}^{M} w_{ih} \hat{p}_i > V_{\text{opt}} + \delta_2(1), \tag{15}$$

де $h \in \{j\}_{j=1}^{N}$, то другий гравець розігрує випадкову величину Ξ зі значенням ξ до того моменту (рис. 3, рядки 48 – 51), доки для деякої чистої стратегії y_s не буде виконано нерівність (13).

Отримавши програш $V(g-1)$ у $(g-1)$-му раунді гри, другий гравець перед g-м раундом, де $g=\overline{2,\,G}$, по елементам зі значенням $V(g-1)$ матриці $\mathbf{W}$ визначає, яку саме чисту стратегією щойно використав перший гравець. Якщо це була стратегія x_r, де $r\in\{i\}_{i=1}^{M}$, то у g-му раунді гри імовірність обирання цієї стратегії буде меншою. Другий гравець враховує це за допомогою початкового представлення кожної імовірності у векторі (1) у виді дробу зі знаменником, що дорівнює кількості G майбутніх раундів гри (рис. 3, 52-й рядок):

$$\widehat{\mathbf{X}}_0=\widehat{\mathbf{X}}=\begin{bmatrix}\widehat{p}_1 & \widehat{p}_2 & \ldots & \widehat{p}_{M-1} & \widehat{p}_M\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}p_1(1) & p_2(1) & \ldots & p_{M-1}(1) & p_M(1)\end{bmatrix}=$$
$$=\begin{bmatrix}\dfrac{d_1(1)}{G} & \dfrac{d_2(1)}{G} & \ldots & \dfrac{d_{M-1}(1)}{G} & \dfrac{d_M(1)}{G}\end{bmatrix}, \tag{16}$$

де $d_i(1)=G\widehat{p}_i\quad\forall\, i=\overline{1,\,M}$. У g-му раунді гри, де $g=\overline{2,\,G}$, другий гравець після вибору першим гравцем у попередньому $(g-1)$-му раунді гри чистої стратегії x_r, де $r\in\{i\}_{i=1}^{M}$, обчислює імовірність

$$p_r(g)=\frac{d_r(g-1)-1}{G}\cdot\frac{1+\operatorname{sign}\left[d_r(g-1)-1\right]}{2}=\frac{d_r(g)}{G}=$$
$$=p_r(g-1)\frac{d_r(g-1)-1}{d_r(g-1)}\cdot\frac{1+\operatorname{sign}\left[d_r(g-1)-1\right]}{2} \tag{17}$$

обирання цієї стратегії у g-му раунді гри, а також інші $M-1$ імовірності

$$p_k(g)=p_k(g-1)\cdot\frac{1-p_r(g-1)\dfrac{d_r(g-1)-1}{d_r(g-1)}\cdot\dfrac{1+\operatorname{sign}\left[d_r(g-1)-1\right]}{2}}{1-p_r(g-1)}=\frac{d_k(g)}{G},\quad k\in\left\{\overline{1,\,M}\right\}\backslash\{r\}, \tag{18}$$

обирання решти чистих стратегій.

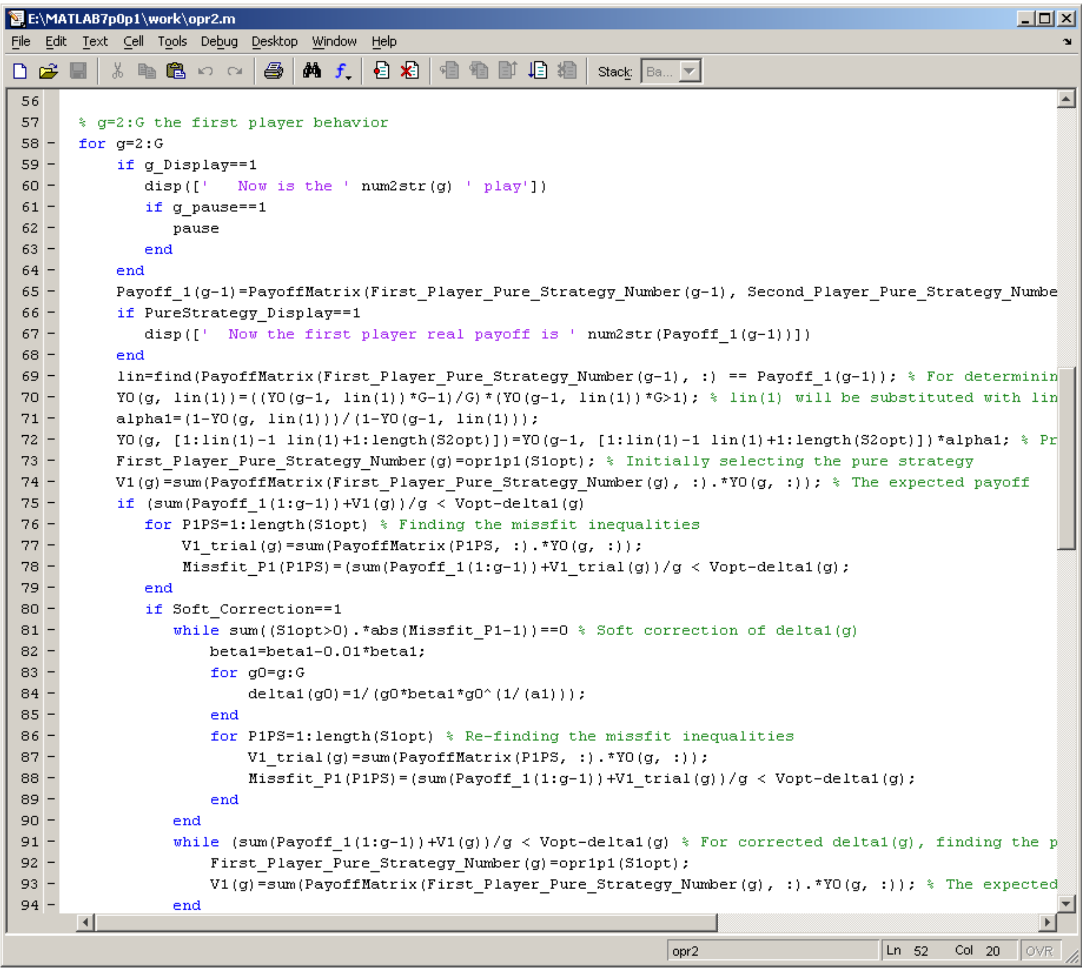


Рис. 4

Таким чином, повертаючись до першого гравця, якщо при виборі деякої чистої стратегії x_t має місце

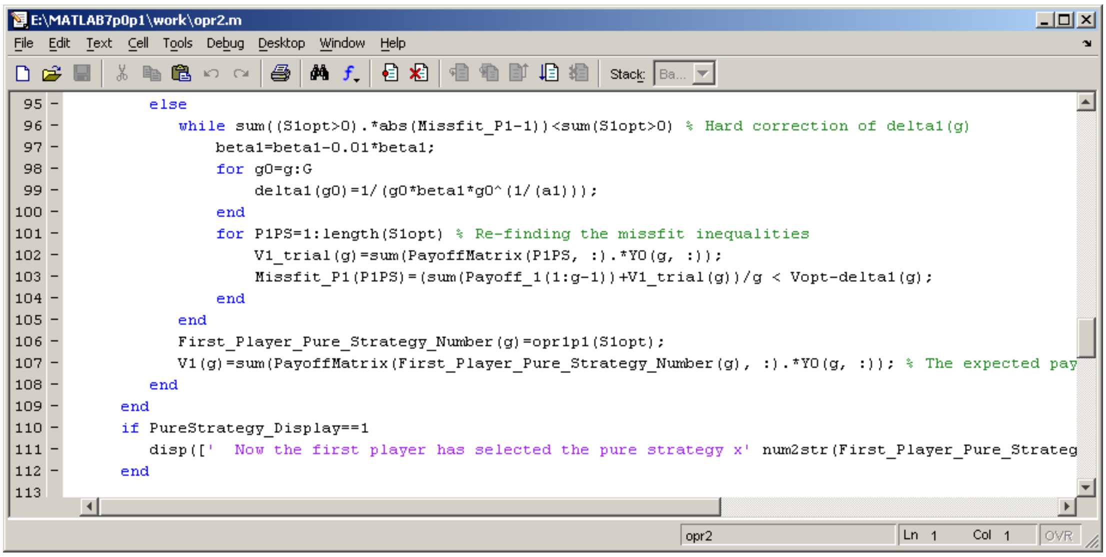
$$\frac{\sum_{m=1}^{g-1} V(m)+\tilde{V}(x_t, g)}{g}=\frac{\sum_{m=1}^{g-1} V(m)+\sum_{j=1}^{N} w_{tj} q_j(g)}{g}<V_{\text{opt}}-\delta_1(g), \tag{19}$$

де $t \in \{i\}_{i=1}^{M}$, то перший гравець розігрує випадкову величину Θ зі значенням θ до того моменту (рис. 4, рядки 91 – 94), доки для деякої чистої стратегії x_r не буде виконано нерівність

$$\frac{\sum_{m=1}^{g-1} V(m)+\tilde{V}(x_r, g)}{g}=\frac{\sum_{m=1}^{g-1} V(m)+\sum_{j=1}^{N} w_{rj} q_j(g)}{g}\geqslant V_{\text{opt}}-\delta_1(g), \tag{20}$$

де $r \in \{i\}_{i=1}^{M}$ і $0<\delta_1(g)<\delta_1(g-1)$ $\forall\ g=\overline{2, G}$, а перерахунок імовірностей (11) і (12) відбувається у рядках 69 – 72 програмного модуля "opr2" (рис. 4).

Для того, щоб не порушити умови монотонного спадання функції допусків втрат $\delta_1(g)$ у деякій точці $g_0 \in \left\{\overline{2, G}\right\}$, де нерівність (20) неможлива, виконується м'яке коригування (рис. 4, рядки 81 – 90), згідно з яким функція $\delta_1(g)$ $\forall\ g=\overline{g_0, G}$ штучно (82-й рядок на рис. 4) збільшується так, щоб нерівність (20) виконувалась хоча б для однієї чистої стратегії x_r. Якщо опція м'якого коригування не була обрана при запуску функції "opr2", то виконується жорстке коригування функції $\delta_1(g)$ $\forall\ g=\overline{g_0, G}$ так (рис. 5, рядки 96 – 105), щоб нерівність (20) виконувалась для усіх чистих стратегій $\{x_i\}_{i=1}^{M}$.




```
 95          else
 96             while sum((S1opt>0).*abs(Missfit_P1-1))<sum(S1opt>0) % Hard correction of delta1(g)
 97                 beta1=beta1-0.01*beta1;
 98                 for g0=g:G
 99                     delta1(g0)=1/(g0*beta1*g0^(1/(a1)));
100                 end
101                 for P1PS=1:length(S1opt) % Re-finding the missfit inequalities
102                     V1_trial(g)=sum(PayoffMatrix(P1PS, :).*Y0(g, :));
103                     Missfit_P1(P1PS)=(sum(Payoff_1(1:g-1))+V1_trial(g))/g < Vopt-delta1(g);
104                 end
105             end
106             First_Player_Pure_Strategy_Number(g)=opr1p1(S1opt);
107             V1(g)=sum(PayoffMatrix(First_Player_Pure_Strategy_Number(g), :).*Y0(g, :)); % The expected pay
108          end
109       end
110       if PureStrategy_Display==1
111          disp(['  Now the first player has selected the pure strategy x' num2str(First_Player_Pure_Strateg
112       end
113
```

Рис. 5

Перерахунок імовірностей (17) і (18) відбувається у рядках 116 – 119 програмного модуля "opr2" (рис. 6), після якого якщо при виборі деякої чистої стратегії y_h має місце

$$\frac{\sum_{m=1}^{g-1} V(m)+\tilde{V}(y_h, g)}{g}=\frac{\sum_{m=1}^{g-1} V(m)+\sum_{i=1}^{M} w_{ih} p_i(g)}{g}>V_{\text{opt}}+\delta_2(g), \tag{21}$$

де $h \in \{j\}_{j=1}^{N}$, то другий гравець розігрує випадкову величину Ξ зі значенням ξ до того моменту (рис. 7, рядки 138 – 141), доки для деякої чистої стратегії y_s не буде виконано нерівність

$$\frac{\sum_{m=1}^{g-1} V(m)+\tilde{V}(y_s, g)}{g}=\frac{\sum_{m=1}^{g-1} V(m)+\sum_{i=1}^{M} w_{is} p_i(g)}{g}\leqslant V_{\text{opt}}+\delta_2(g), \tag{22}$$

де $s \in \{j\}_{j=1}^{N}$ і $0<\delta_2(g)<\delta_2(g-1)$ $\forall\ g=\overline{2, G}$. У рядках 128 – 137 на рис. 7 функція допуску втрат $\delta_2(g)$ другого гравця піддається м'якому коригуванню у процесі повторення гри, а жорстке при потребі здійснюється у рядках 143 – 152.

```
% g=2:G the second player behavior
Payoff_2(g-1)=PayoffMatrix(First_Player_Pure_Strategy_Number(g-1), Second_Player_Pure_Strategy_Numbe
col=find(PayoffMatrix(:, Second_Player_Pure_Strategy_Number(g-1))==Payoff_2(g-1)); % For determining
X0(g, col(1))=((X0(g-1, col(1))*G-1)/G)*(X0(g-1, col(1))*G>1); % col(1) will be substituted with col
alpha2=(1-X0(g, col(1)))/(1-X0(g-1, col(1)));
X0(g, [1:col(1)-1 col(1)+1:length(S1opt)])=X0(g-1, [1:col(1)-1 col(1)+1:length(S1opt)])*alpha2; % Pr
```

Рис. 6

```
    Second_Player_Pure_Strategy_Number(g)=opr1p1(S2opt); % Initially selecting the pure strategy
    V2(g)=sum(PayoffMatrix(:, Second_Player_Pure_Strategy_Number(g)).*X0(g, :)'); % The expected payoff
    if (sum(Payoff_2(1:g-1))+V2(g))/g > Vopt+delta2(g)
        for P2PS=1:length(S2opt) % Finding the missfit inequalities
            V2_trial(g)=sum(PayoffMatrix(:, P2PS).*X0(g, :)');
            Missfit_P2(P2PS)=(sum(Payoff_2(1:g-1))+V2_trial(g))/g > Vopt+delta2(g);
        end
        if Soft_Correction==1
            while sum((S2opt>0).*abs(Missfit_P2-1))==0 % Soft correction of delta2(g)
                beta2=beta2-0.01*beta2;
                for g0=g:G
                    delta2(g0)=1/(g0*beta2*g0^(1/(a2)));
                end
                for P2PS=1:length(S2opt) % Re-finding the missfit inequalities
                    V2_trial(g)=sum(PayoffMatrix(:, P2PS).*X0(g, :)');
                    Missfit_P2(P2PS)=(sum(Payoff_2(1:g-1))+V2_trial(g))/g > Vopt+delta2(g);
                end
            end
            while (sum(Payoff_2(1:g-1))+V2(g))/g > Vopt+delta2(g) % For corrected delta2(g), finding the p
                Second_Player_Pure_Strategy_Number(g)=opr1p1(S2opt);
                V2(g)=sum(PayoffMatrix(:, Second_Player_Pure_Strategy_Number(g)).*X0(g, :)'); % The expect
            end
        else
            while sum((S2opt>0).*abs(Missfit_P2-1))<sum(S2opt>0) % Hard correction of delta2(g)
                beta2=beta2-0.01*beta2;
                for g0=g:G
                    delta2(g0)=1/(g0*beta2*g0^(1/(a2)));
                end
                for P2PS=1:length(S2opt) % Re-finding the missfit inequalities
                    V2_trial(g)=sum(PayoffMatrix(:, P2PS).*X0(g, :)');
                    Missfit_P2(P2PS)=(sum(Payoff_2(1:g-1))+V2_trial(g))/g > Vopt+delta2(g);
                end
            end
            Second_Player_Pure_Strategy_Number(g)=opr1p1(S2opt); % Initially selecting the pure strategy
            V2(g)=sum(PayoffMatrix(:, Second_Player_Pure_Strategy_Number(g)).*X0(g, :)'); % The expected p
        end
    end
    if PureStrategy_Display==1
        disp(['  Now the second player has selected the pure strategy y' num2str(Second_Player_Pure_Strat
    end

end
```

Рис. 7

Результатом виконання програмного модуля “opr2” є повідомлення про відносне відхилення усередненого виграшу першого гравця (останній, 167-й рядок на рис. 8)

$$\xi(G)=\frac{\frac{1}{G}\sum_{g=1}^{G}V(g)-V_{\text{opt}}}{\left|V_{\text{opt}}\right|} \tag{23}$$

за G раундів гри. При цьому модуль “opr2” повертає у командне вікно MATLAB (і, взагалі, у поточну пам’ять Workspace) реальний виграш першого гравця у кожному з G раундів гри.

```
162  Payoff_1(g)=PayoffMatrix(First_Player_Pure_Strategy_Number(g), Second_Player_Pure_Strategy_Number(g));
163  if PureStrategy_Display==1
164      disp(['  At last, the first player real payoff is ' num2str(Payoff_1(G))])
165  end
166
167  disp(['  The relative deviation of the averaged payoff of the first player is ' num2str((sum(Payoff_1)/
```

Рис. 8

На рис. 9 показано приклад запуску функції “opr2” з командного вікна MATLAB для матричної гри з матрицею виграшів

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & -2 & -1 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 2 & -2 & 3 \\ 3 & 5 & -1 & 1 & 5 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 4 & 4 & 4 & 0 \end{pmatrix} \tag{24}$$

для $G = 10$ раундів гри. У дужках після назви цієї функції послідовно уводяться шість її аргументів: матриця (24), кількість раундів гри $G = 10$, опція м’якого коригування, опція відображення номеру поточного раунду гри, опція зупинки перед повторенням кожного раунду, опція відображення номерів чистих стратегій, які були обрані гравцями. Останні чотири аргументи відзначаються покладанням одиниці у рядок аргументів (покладання нуля означає відключення даної опції), причому четвертий, п’ятий і шостий аргументи вказувати необов’язково, оскільки якщо відзначено тільки перші три аргументи (рис. 1, рядки 2 – 9), то останні три за умовчанням покладаються у нуль (відображення номеру поточного раунду гри, зупинка перед повторенням кожного раунду, а також відображення номерів чистих стратегій, які були обрані гравцями, будуть деактивовані).

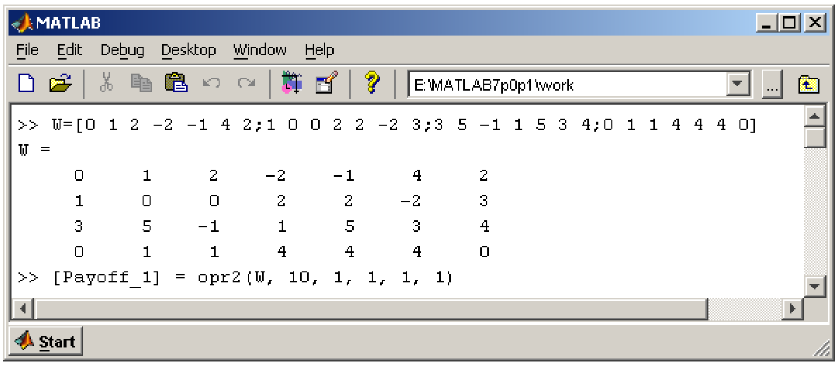


Рис. 9

Гра з матрицею (24) не має сідлової точки у чистих стратегіях, а кожен з гравців володіє оптимальної змішаною стратегією з триточковим спектром (рис. 10):

$$\hat{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \frac{7}{18} & 0 & \frac{5}{18} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4, \tag{25}$$

$$\breve{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} \frac{5}{12} & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{12} & 0 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^6, \tag{26}$$

причому $V_{\text{opt}} = \frac{5}{6}$. Результати запуску функції “opr2” з аргументами й опціями, зображеними на рис. 9, показані на рис. 11. Тут значення $\xi(10) = 0.2$ є досить великим, але легко побачити, що

$$\lim_{G\to\infty} \xi(G) = \lim_{G\to\infty} \frac{\frac{1}{G}\sum_{g=1}^{G} V(g) - V_{\text{opt}}}{\left|V_{\text{opt}}\right|} = 0\,. \tag{27}$$

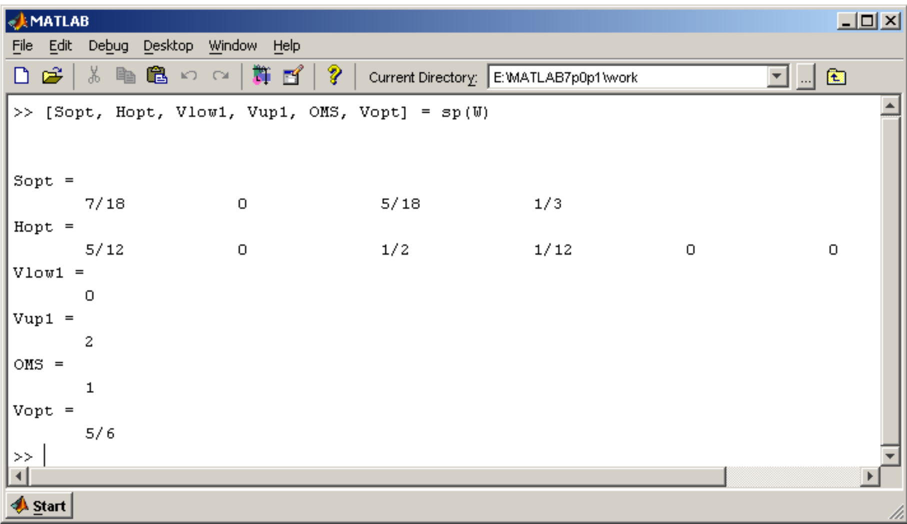
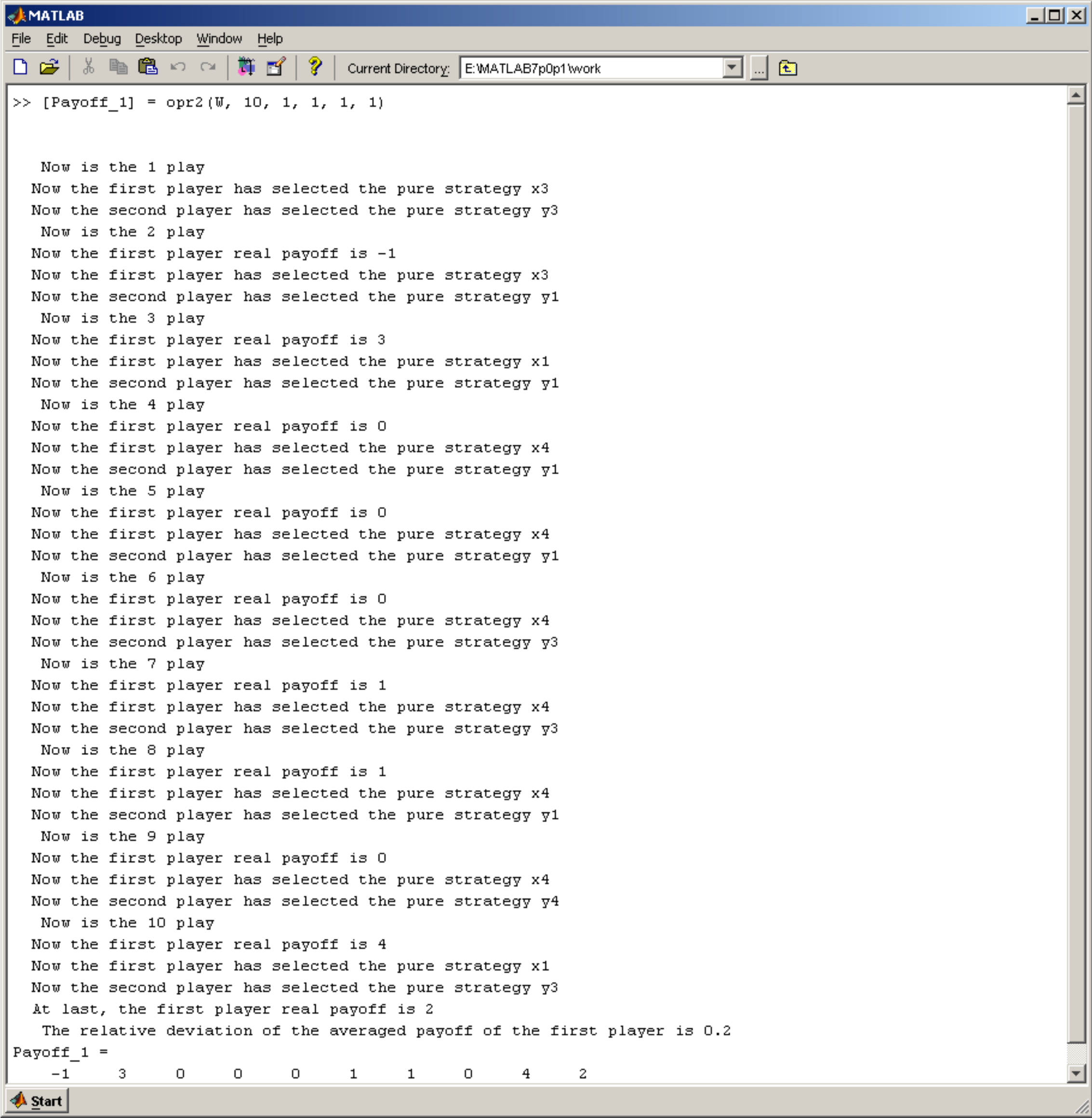


Рис. 10




```
>> [Payoff_1] = opr2(W, 10, 1, 1, 1, 1)


  Now is the 1 play
 Now the first player has selected the pure strategy x3
 Now the second player has selected the pure strategy y3
  Now is the 2 play
 Now the first player real payoff is -1
 Now the first player has selected the pure strategy x3
 Now the second player has selected the pure strategy y1
  Now is the 3 play
 Now the first player real payoff is 3
 Now the first player has selected the pure strategy x1
 Now the second player has selected the pure strategy y1
  Now is the 4 play
 Now the first player real payoff is 0
 Now the first player has selected the pure strategy x4
 Now the second player has selected the pure strategy y1
  Now is the 5 play
 Now the first player real payoff is 0
 Now the first player has selected the pure strategy x4
 Now the second player has selected the pure strategy y1
  Now is the 6 play
 Now the first player real payoff is 0
 Now the first player has selected the pure strategy x4
 Now the second player has selected the pure strategy y3
  Now is the 7 play
 Now the first player real payoff is 1
 Now the first player has selected the pure strategy x4
 Now the second player has selected the pure strategy y3
  Now is the 8 play
 Now the first player real payoff is 1
 Now the first player has selected the pure strategy x4
 Now the second player has selected the pure strategy y1
  Now is the 9 play
 Now the first player real payoff is 0
 Now the first player has selected the pure strategy x4
 Now the second player has selected the pure strategy y4
  Now is the 10 play
 Now the first player real payoff is 4
 Now the first player has selected the pure strategy x1
 Now the second player has selected the pure strategy y3
 At last, the first player real payoff is 2
  The relative deviation of the averaged payoff of the first player is 0.2
Payoff_1 =
    -1     3     0     0     0     1     1     0     4     2
```

Рис. 11

Результати застосування функції “opr2” для більших кількостей повторень гри наведені на рис. 12 – 14. Тут вже

$$G \in \{100,\ 200,\ 300,\ 400,\ 500,\ 1000,\ 2000,\ 4000,\ 6000,\ 8000,\ 10^4,\ 2\cdot 10^4,\ 3\cdot 10^4,\ 4\cdot 10^4,\ 5\cdot 10^4\} \tag{28}$$

і дійсно, значення (23) повільно, хоча й, зрозуміло, немонотонно, прямує до нуля [7].

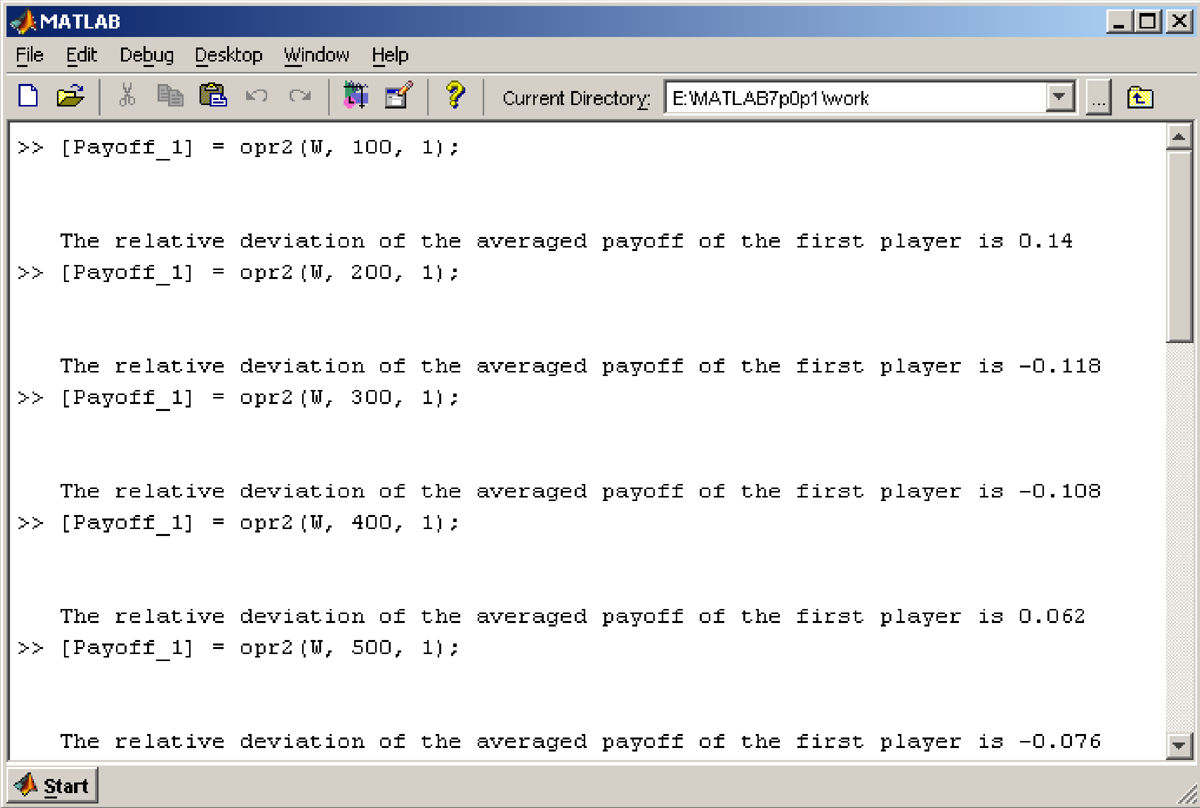

MATLAB
File Edit Debug Desktop Window Help
Current Directory: E:\MATLAB7p0p1\work
>> [Payoff_1] = opr2(W, 100, 1);
The relative deviation of the averaged payoff of the first player is 0.14
>> [Payoff_1] = opr2(W, 200, 1);
The relative deviation of the averaged payoff of the first player is -0.118
>> [Payoff_1] = opr2(W, 300, 1);
The relative deviation of the averaged payoff of the first player is -0.108
>> [Payoff_1] = opr2(W, 400, 1);
The relative deviation of the averaged payoff of the first player is 0.062
>> [Payoff_1] = opr2(W, 500, 1);
The relative deviation of the averaged payoff of the first player is -0.076
Start

Рис. 12

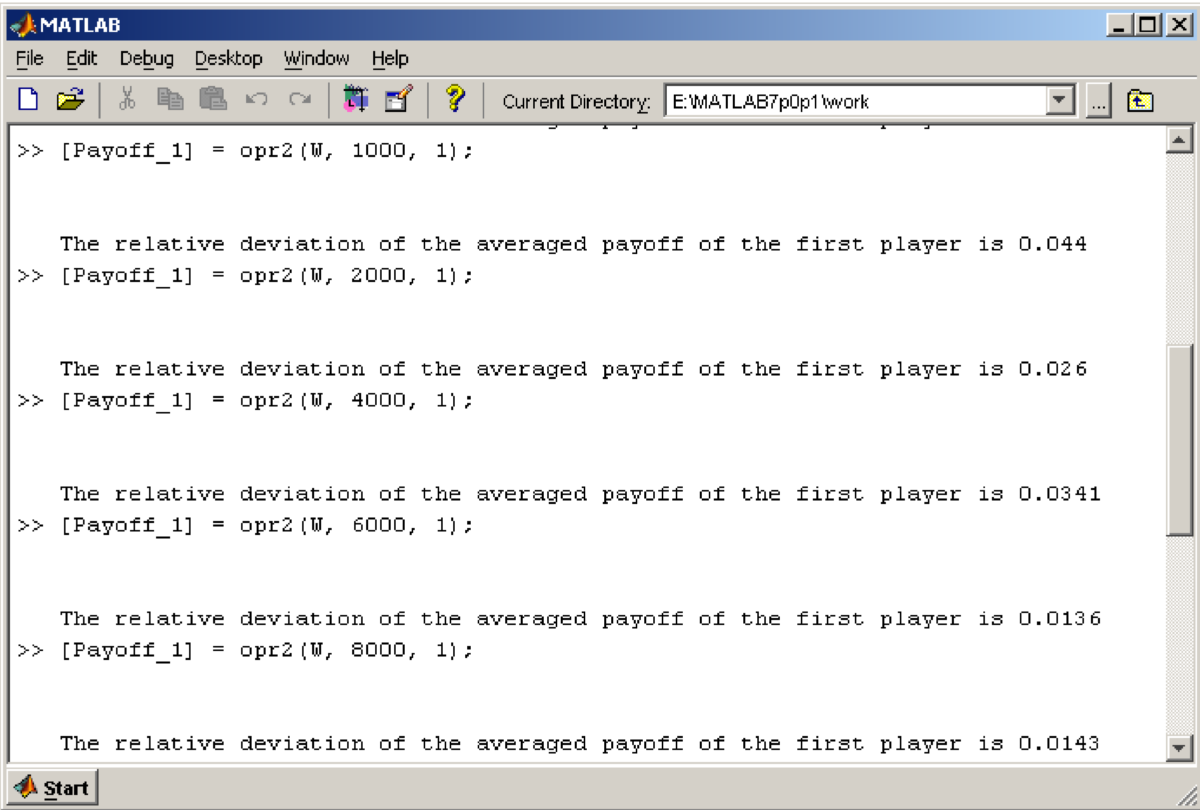

MATLAB
File Edit Debug Desktop Window Help
Current Directory: E:\MATLAB7p0p1\work
>> [Payoff_1] = opr2(W, 1000, 1);
The relative deviation of the averaged payoff of the first player is 0.044
>> [Payoff_1] = opr2(W, 2000, 1);
The relative deviation of the averaged payoff of the first player is 0.026
>> [Payoff_1] = opr2(W, 4000, 1);
The relative deviation of the averaged payoff of the first player is 0.0341
>> [Payoff_1] = opr2(W, 6000, 1);
The relative deviation of the averaged payoff of the first player is 0.0136
>> [Payoff_1] = opr2(W, 8000, 1);
The relative deviation of the averaged payoff of the first player is 0.0143
Start

Рис. 13

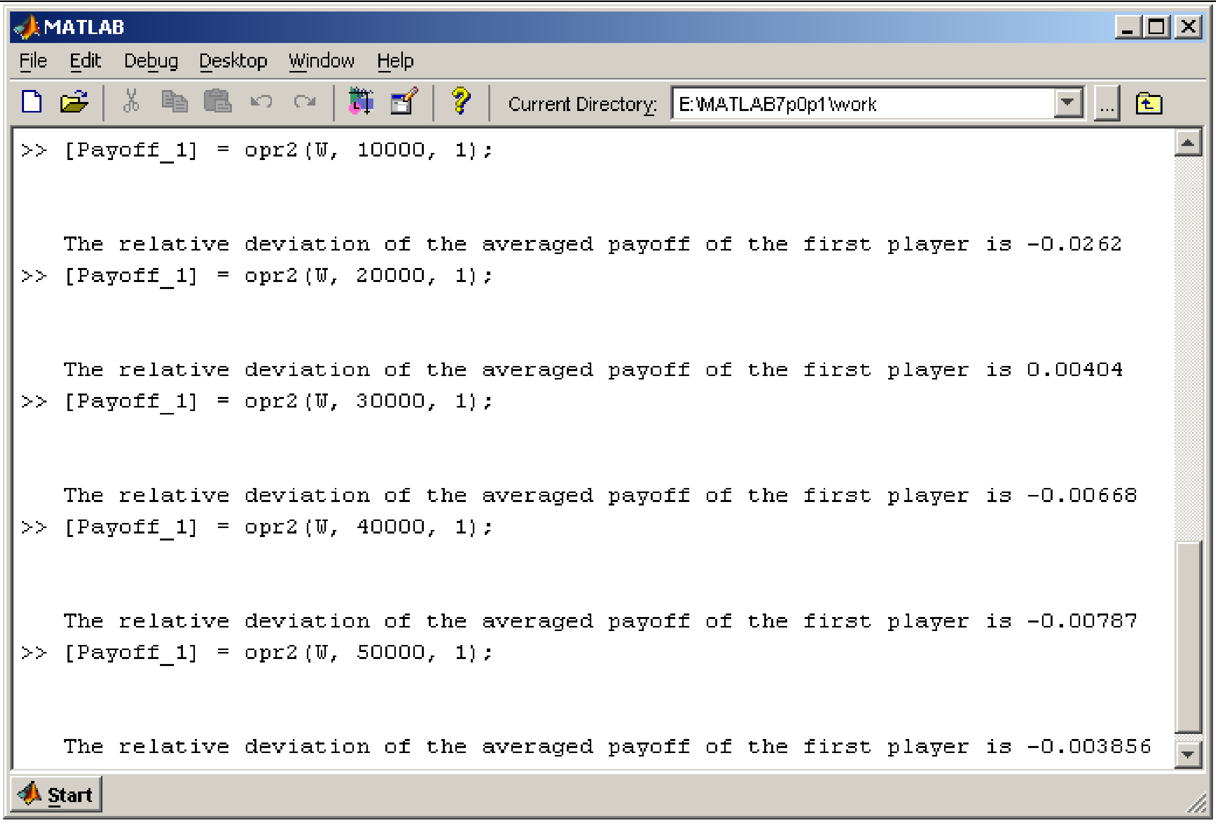


Рис. 14

Висновок

Сконструйований програмний модуль “opr2” реалізує метод практичного використання оптимальних змішаних стратегій у матричній грі з порожньою множиною ситуацій рівноваги у чистих стратегіях з відомою наперед кількістю раундів гри, де інформація про те, яку чисту стратегію обирати гравцю у поточному повторенні гри, виводиться у командне вікно MATLAB при включеній опції відображення номерів чистих стратегій, що обираються (шостий аргумент функції “opr2” повинен дорівнювати одиниці). Використовувати модуль “opr2” можна як для моделювання конфліктних процесів, так і при участі у реальних антагоністичних явищах.

Література

1. Романюк В.В. Метод реалізації оптимальних змішаних стратегій у матричній грі з порожньою множиною сідлових точок у чистих стратегіях з відомою кількістю партій гри // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2009. – № 2. – С. 45-52.

2. Romanuke V.V. Method of practicing the optimal mixed strategy with innumerable set in its spectrum by unknown number of plays // Measuring and Computing Devices in Technological Processes. – 2008. – № 2. – P. 196-203.

3. Romanuke V.V. Determination of the optimal pure strategies subset as the latent predominance set in some matrix games // Scientific Papers of Donetsk National Technical University. “Informatics, Cybernetics and Computer Science”. – 2009. – Vol. 10 (153). – P.46-53.

4. Романюк В.В. Разрешение системы преследователь-добыча для экспоненциальной вероятности поражения добычи преследователем // Вестник НТУ “ХПИ”. Тематический выпуск: Информатика и моделирование. – Харьков: НТУ “ХПИ”, 2009. – № 13. – С. 138-149.

5. Романюк В. В. Метод реалізації оптимальних змішаних стратегій у матричній грі з пустою множиною сідлових точок у чистих стратегіях з невідомою кількістю партій гри // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2009. – № 2. – С. 224-229.

6. Романюк В.В. Метод реалізації принципу оптимальності у матричних іграх без сідлової точки // Вісник НТУ “ХПІ”. Тематичний випуск: Інформатика та моделювання. – Харків: НТУ “ХПІ”, 2008. – № 49. – С. 146-154.

7. Романюк В.В. Формулювання одного з принципів оптимальності в елементарній антагоністичній грі без сідлової точки при неповній реалізації оптимальних змішаних стратегій // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2007. – № 2. – Т. 2. – С. 218-222.

Надійшла 29.9.2009 р.