- *захист від вірусів* з використанням спеціалізованих комплексів антивірусної профілактики й захисту;
- *технологія виявлення вторгнень* (Intrusion Detection) і активного дослідження захищеності інформаційних ресурсів;
- *централізоване керування засобами інформаційної безпеки.*

Наявність централізованих засобів керування продуктами безпеки є обов'язковою вимогою для можливості їхнього застосування в корпоративному масштабі. Необхідно зауважити, що системи централізованого керування продуктами безпеки різних виробників поки не сумісні одна з одною.

Література

1. Вихорев С. В., Березин А. С. Новые подходы к проектированию систем защиты информации // Документальная электросвязь. – 2006. – № 6. – С. 35-37.

2. Галицкий А. В., Рябко С. Д., Шаньган В. Ф. Защита информации в сети – анализ технологий и синтез решений. – М.: ДМК Пресс, 2004. – 616 с.: ил.

3. Козьминых С. И., Забияко С. В. Методологические принципы проектирования интегрированных систем безопасности // Конфидент. – 2002. – № 1. – С. 70-76.

4. Домарев В.В. Безопасность информационных технологий. Системный подход. – К.: ООО ТИД "ДС", -2004. – 992 с.

5. Мамаев М., Петренко С. Технологии защиты информации в Интернете: Специальный справочник. – СПб.: Питер, 2002. – 384 с.

Надійшла 18.9.2009 р.

УДК 519.852.35

Ю.М. ПАНОЧИШИН
Вінницький інститут економіки

ЗАДАЧА РОЗПОДІЛУ ПОТОКІВ У МЕРЕЖАХ ІЗ БАГАТЬМА ДЖЕРЕЛАМИ І СТОКАМИ

У статті формулюється задача розподілу потоків у мережах із багатьма джерелами і стоками та пропонується алгоритм її розв'язання. Проведені дослідження дадуть можливість підвищити якість проектування та ефективність експлуатації різноманітних мережних систем.

The flows distribution problem in networks with many sources and sinks is formulated and the algorithm of its solution is offered in the paper. The researches will enable to increase planning quality and exploitation efficiency of the different network systems.

Ключові слова: потоки в мережах, алгоритм розв'язання.

Вступ. Останнім часом значно зросла зацікавленість учених та практиків мережними і потоковими моделями. Це пов'язано із впровадженням та активним розвитком різноманітних територіально розподілених систем: трубопровідних, транспортних, телекомунікаційних та ін. Основою таких систем є певна мережа (мережа трубопроводів, доріг, каналів зв'язку тощо), в якій циркулюють певні потоки (потоки речовин, транспорту, даних тощо), тому задачі, які доводиться розв'язувати при проектуванні та експлуатації систем з мережною структурою, часто зводяться до розробки математичних моделей розподілу потоків та постановки і розв'язання відповідних оптимізаційних задач.

Відомі моделі розподілу потоків у мережах [1] базуються на поняттях теорії графів [2]. Це пов'язано з тим, що граф дає можливість наочно відобразити структуру мережі, а параметри його вузлів і дуг – представити основними числовими характеристиками її елементів. Набір характеристик залежить від природи модельованої системи, а також характеру розв'язуваних задач, однак у потокових моделях їх, як правило, представляють такими параметрами, як зовнішній потік у вузлі, потік по дузі, пропускна здатність дуги, вартість передавання одиниці потоку по дузі тощо.

Потокові задачі, як правило, зводяться до пошуку такого розподілу потоків у мережі, при якому б забезпечувався екстремум деякого критерію. При цьому мають враховуватися обмеження, що накладаються умовами збереження потоків у вузлах і неперевищення потоками пропускної здатності дуг. Типовими потоковими задачами є задача про потік мінімальної вартості, про максимальний потік, транспортна задача, задача про призначення та інші. Для їх розв'язання розроблено чимало ефективних алгоритмів, сформувався навіть відповідний напрям обчислювальних методів під назвою потокового програмування [1].

Не дивлячись на очевидний прогрес в області потокового моделювання, при проектуванні та експлуатації різноманітних територіально розподілених систем часто виникають задачі, які важко віднести до одного з відомих типів, а тим більше запропонувати ефективний алгоритм їх розв'язання. Так, наприклад, в системах водо-, газо-, теплопостачання, водовідведення, зрошувальних системах часто виникає задача розподілу певного ресурсу, який надходить у мережу від декількох джерел і відбирається з мережі багатьма споживачами. В термінах потокового моделювання таку задачу можна назвати задачею розподілу потоків у мережах з багатьма джерелами і стоками.

Мета цієї статті полягає у підвищенні якості проектування та ефективності експлуатації різноманітних мережних систем шляхом формулювання та розв'язання задачі розподілу потоків у мережах із багатьма джерелами і стоками.

Основний матеріал. Нехай мережа з багатьма джерелами і стоками описується орієнтованим графом (N, M), де N – множина вузлів, а M – множина дуг, які зв'язують вузли. У множині N виділимо підмножину вузлів-джерел Nd, через які в мережу надходять зовнішні потоки, і підмножину вузлів-стоків Ns, через які зовнішні потоки залишають мережу (рис. 1). Крім структури, відомими також будемо вважати значення пропускних здатностей c_k ($k \in M$) всіх дуг мережі, а також значення фіксованих зовнішніх потоків F_r ($r \in Ns$) у стоках мережі. Зовнішні потоки у джерелах V_p ($p \in Nd$) будемо вважати вільними. Задача полягає в пошуку такого розподілу вільних зовнішніх потоків між джерелами і потоків по дугах мережі, при якому були б забезпечені всі фіксовані зовнішні потоки у стоках. При цьому має виконуватися умова збереження потоків у вузлах мережі та умова неперевищення потоками пропускної здатності дуг.

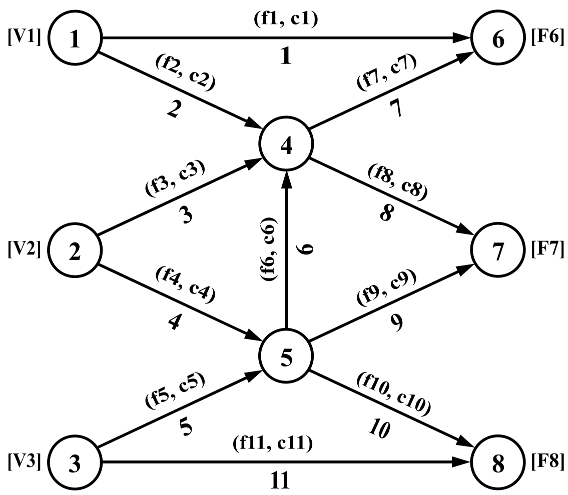

Рис. 1. Приклад мережі з багатьма джерелами і стоками

З урахуванням введених позначень та прийнятих умов задачу розподілу потоків у мережі з багатьма джерелами і стоками можна представити у вигляді такої задачі оптимізації:

$$\left| \sum_{p \in Nd} V_p + \sum_{r \in Ns} F_r \right| \to \min, \tag{1}$$

$$\sum_{k \in M_{B_i}} f_k - \sum_{k \in M_{E_i}} f_k = 0, \quad i \in N \cap Nd \cap Ns, \tag{2}$$

$$\sum_{k \in M_{B_p}} f_k - \sum_{k \in M_{E_p}} f_k - V_p = 0, \qquad p \in Nd, \tag{3}$$

$$\sum_{k \in M_{B_r}} f_k - \sum_{k \in M_{E_r}} f_k + F_r = 0, \qquad r \in Ns, \tag{4}$$

$$0 \le f_k \le c_k, \qquad k \in M. \tag{5}$$

У наведеній математичній постановці задачі розподілу потоків у мережі з багатьма джерелами і стоками вираз (1) представляє критерій оптимізації, системи рівнянь (2), (3) і (4) – умову збереження потоків у проміжних вузлах мережі, у джерелах і у стоках відповідно, система нерівностей (5) – умову неперевищення потоками пропускної здатності дуг.

Для розв'язання задачі (1)- (5) можна використати стандартні обчислювальні методи, однак шляхом відповідного перетворення мережі задачу розподілу потоків у мережі з багатьма джерелами і стоками можна звести до задачі про максимальний потік у мережі з одним джерелом і стоком, і в підсумку скористатися для її розв'язання потоковими алгоритмами, які мають вищу обчислювальну ефективність, ніж стандартні методи. Для цього додамо до мережі з багатьма джерелами і стоками фіктивний вузол-джерело Ndf і фіктивний вузол-стік Nsf. Фіктивне джерело з'єднаємо дугами із джерелами мережі (множину цих дуг позначимо як Mdf), а стоки мережі – дугами з фіктивним стоком (множину цих дуг позначимо як Msf). Пропускні здатності дуг, які з'єднують стоки з фіктивним стоком, обмежимо значеннями, рівними фіксованим зовнішнім потокам у стоках, а пропускні здатності дуг, які з'єднують фіктивне джерело із джерелами, будемо вважати рівними нескінченності. Значення фіксованих зовнішніх потоків у джерелах і у стоках будемо вважати рівними нулю. У підсумку отримаємо таку мережу (рис. 2).

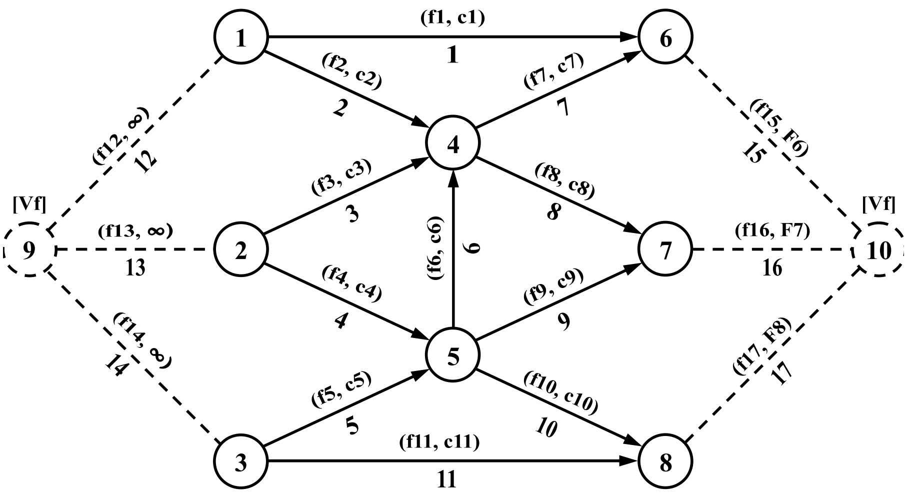

Рис. 2. Перетворення мережі з багатьма джерелами і стоками на мережу з одним джерелом і стоком

З урахуванням розглянутих перетворень та введених позначень задачу розподілу потоків у мережі з багатьма джерелами і стоками можна представити у вигляді такої задачі оптимізації:

$$Vf \to \max \tag{6}$$

$$\sum_{k \in M_{B_i}} f_k - \sum_{k \in M_{E_i}} f_k = 0, \quad i \in N, \tag{7}$$

$$\sum_{k \in M_{B_{Ndf}}} f_k - \sum_{k \in M_{E_{Ndf}}} f_k - Vf = 0, \tag{8}$$

$$\sum_{k \in M_{B_{Nsf}}} f_k - \sum_{k \in M_{E_{Nsf}}} f_k + Vf = 0, \tag{9}$$

$$0 \le f_k \le c_k, \qquad k \in M \cup Msf. \tag{10}$$

Отримана задача (6)- (10) відповідає задачі про максимальний потік. Для її розв'язання можна використати потоковий алгоритм збільшувальних ланцюгів, запропонований Фордом і Фалкерсоном [3]. Суть цього алгоритму полягає в наступному.

Спочатку потоки у всіх дугах мережі приймають рівними нулю. Далі шукають збільшувальний ланцюг, починаючи з найкоротшого. Збільшувальним ланцюгом у даному випадку називають послідовність дуг, яка починається у джерелі і закінчується у стокові, і в якій пропускні здатності усіх дуг дають можливість збільшити потік. Якщо збільшувальний ланцюг існує, то для кожної дуги k, що його формує, розраховують величину Δ_k ($\Delta_k = c_k - f_k$, якщо напрямок дуги співпадає з напрямком обходу ланцюга, і $\Delta_k = f_k$, якщо напрямок дуги не співпадає з напрямком обходу ланцюга), знаходять мінімальне значення серед усіх Δ_k і додають (віднімають) його до (від) потоків f_k тих дуг, напрямок яких співпадає (не співпадає) з напрямком обходу ланцюга. Далі шукають наступний найкоротший збільшувальний ланцюг і знову змінюють відповідні потоки по дугах на мінімальне значення серед усіх розрахованих Δ_k і т.д. Максимальний вільний зовнішній потік і відповідний йому розподіл потоків по дугах мережі буде досягнутий тоді, коли будуть перебрані всі збільшувальні ланцюги.

З урахуванням описаної схеми розв'язання задачі про максимальний потік алгоритм розв'язання задачі розподілу потоків у мережах із багатьма джерелами і стоками можна сформулювати у вигляді такої послідовності кроків:

1) ввести множини вузлів і дуг мережі, обрати серед вузлів джерела і стоки, ввести значення пропускних здатностей дуг і фіксованих зовнішніх потоків у стоках;

2) виконати перетворення мережі: для цього додати фіктивне джерело і фіктивний стік; додати фіктивні дуги, що з'єднують фіктивне джерело із джерелами, і призначити їм пропускні здатності, що дорівнюють нескінченності; додати фіктивні дуги, що з'єднують стоки з фіктивним стоком, і призначити їм пропускні здатності, що дорівнюють відповідним фіксованим зовнішнім потокам у стоках;

3) в утвореній мережі прийняти всі потоки по дугах рівними нулю;

4) знайти збільшувальний ланцюг з фіктивного джерела у фіктивний стік; якщо він існує, то перейти до кроку 5, інакше – до кроку 6;

5) знайти максимально можливу величину зміни потоків по дугах збільшувального ланцюга;

змінити потоки по дугах збільшувального ланцюга на знайдену величину; повернутися до кроку 4;

6) виконати перетворення мережі: для цього відкинути фіктивне джерело і фіктивний стік; відкинути фіктивні дуги, що з'єднували фіктивне джерело з джерелами, і прийняти вільні зовнішні потоки у джерелах рівними потоками у фіктивних дугах; відкинути фіктивні дуги, що з'єднували стоки з фіктивним стоком, і прийняти фіксовані зовнішні потоки у стоках рівними значенням, введеним на кроці 1;

7) вивести розподіл вільних зовнішніх потоків у джерелах і потоків по дугах мережі.

Для підтвердження обчислювальної ефективності алгоритму розглянемо декілька прикладів.

Приклад 1. Знайти розподіл вільних зовнішніх потоків між джерелами і потоків по дугах для такої мережі (рис. 3, а): $N=[1,2,3,4,5,6,7,8]$, $M=[1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11]$, $Nd=[1,2,3]$, $Ns=[6,7,8]$, $B=[1,1,2,2,3,5,4,4,5,5,3]$, $E=[6,4,4,5,5,4,6,7,7,8,8]$; $c_1=2$, $c_2=6$, $c_3=7$, $c_4=2$, $c_5=8$, $c_6=2$, $c_7=12$, $c_8=16$, $c_9=4$, $c_{10}=3$, $c_{11}=2$, $F_6=-14$, $F_7=-7$, $F_8=-5$.

Аналізуючи отримані за допомогою алгоритму результати, можна переконатися, що для отриманого розподілу потоків виконується умова збереження потоків у всіх вузлах мережі та умова неперевищення потоками пропускної здатності дуг, при цьому значення критерію оптимізації дорівнює нулю.

Приклад 2. Знайти розподіл вільних зовнішніх потоків між джерелами і потоків по дугах для такої мережі (рис. 3, б): $N=[1,2,3,4,5,6,7,8]$, $M=[1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11]$, $Nd=[1,2,3]$, $Ns=[6,7,8]$, $B=[1,1,2,2,3,5,4,4,5,5,3]$, $E=[6,4,4,5,5,4,6,7,7,8,8]$; $c_1=2$, $c_2=6$, $c_3=7$, $c_4=2$, $c_5=8$, $c_6=2$, $c_7=12$, $c_8=16$, $c_9=4$, $c_{10}=3$, $c_{11}=2$, $F_6=-12$, $F_7=-6$, $F_8=-10$.

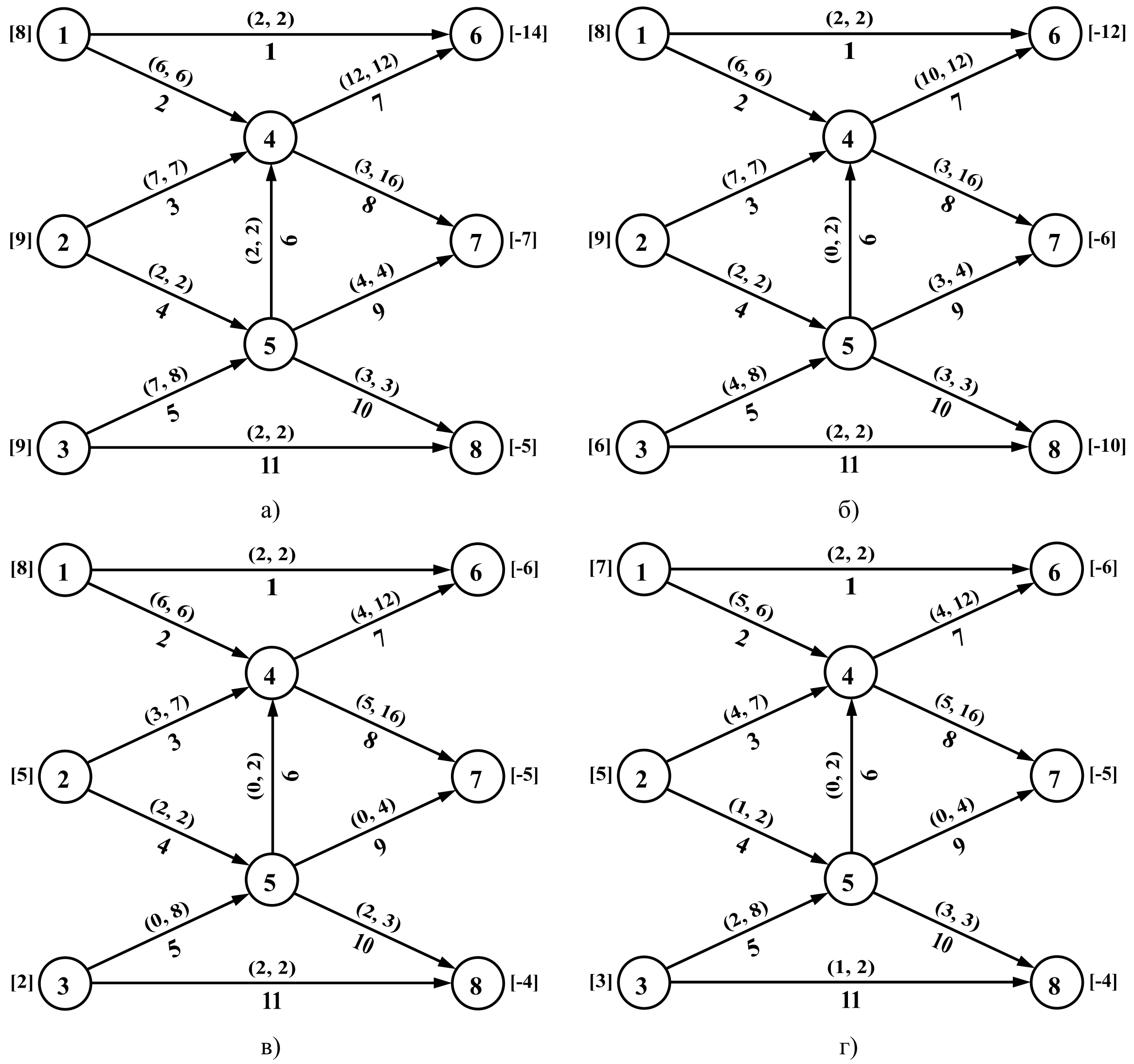

Рис. 3. Мережа з багатьма джерелами і стоками та розв'язок відповідної задачі розподілу потоків (а – до прикладу 1, б – до прикладу 2, в, г – до прикладу 3)

З аналізу отриманих за допомогою алгоритму результатів видно, що для отриманого розподілу потоків виконується умова неперевищення потоками пропускної здатності дуг, однак умова збереження потоків у стоку 8 не виконується, і, як наслідок, значення критерії оптимізації не дорівнює нулю. Така ситуація пояснюється не недоліками алгоритму, а особливостями мережі. Аналізуючи її структуру та параметри, можна виявити, що максимальний потік, який можна доставити від джерел до стоку 8, не може перевищувати 5 одиниць. Це очевидно, адже сумарна пропускна здатність дуг 10 і 11, через які потоки входять у стік 8, дорівнює 5.

Приклад 3. Знайти розподіл вільних зовнішніх потоків між джерелами і потоків по дугах для такої мережі (рис. 3, в): $N=[1,2,3,4,5,6,7,8]$, $M=[1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11]$, $Nd=[1,2,3]$, $Ns=[6,7,8]$, $B=[1,1,2,2,3,5,4,4,5,5,3]$, $E=[6,4,4,5,5,4,6,7,7,8,8]$; $c_1=2$, $c_2=6$, $c_3=7$, $c_4=2$, $c_5=8$, $c_6=2$, $c_7=12$, $c_8=16$, $c_9=4$, $c_{10}=3$, $c_{11}=2$, $F_6=-6$, $F_7=-5$, $F_8=-4$.

Аналізуючи отримані за допомогою алгоритму результати, можна переконатися, що для отриманого розподілу потоків виконується умова збереження потоків у всіх вузлах мережі та умова неперевищення потоками пропускної здатності дуг, при цьому значення критерію оптимізації дорівнює нулю.

Слід однак зазначити, що отриманий розв'язок не єдиний, для даного прикладу можливі й інші розв'язки. Так, на рис. 3, г показано розподіл потоків, який також відповідає обмеженням задачі і значення критерію оптимізації при цьому дорівнює нулю, але він відрізняється від попереднього величиною потоків по дугах 2, 3, 4, 5, 10, 11 та величиною вільних зовнішніх потоків у джерелах 1 і 3.

Очевидно, що задача розподілу потоків у мережах із багатьма джерелами і стоками може мати багато оптимальних допустимих розв'язків, їх кількість залежить як від структури, так і від параметрів мережі, а отримання того чи іншого розв'язку, в свою чергу, залежить від обчислювальної схеми, яку використовують для розв'язання задачі. Зокрема, для розробленого алгоритму у випадку, коли задача розподілу потоків у мережах із багатьма джерелами і стоками має декілька оптимальних допустимих розв'язків, розподіл потоків залежатиме від вибору початкового допустимого розв'язку і порядку підбору збільшувальних ланцюгів.

Для того, щоб при розв'язанні задачі розподілу потоків у мережах із багатьма джерелами і стоками отримувати єдиний оптимальний допустимий розв'язок, потрібно ввести в неї додаткові обмеження. Вибір таких обмежень залежатиме як від фізичної природи системи, для опису якої використовується потокова модель, так і від цілей, які ставить перед собою дослідник. Наприклад, таким обмеженням бути умова використання мінімального чи навпаки максимального числа дуг, якими проходять потоки допустимого розв'язку. Використання додаткових умов однак вимагає і відповідної зміни математичної постановки задачі та алгоритму її розв'язання.

Висновки. На основі теорії графів та потокового моделювання сформульовано задачу розподілу потоків у мережах із багатьма джерелами і стоками. Показано, що вихідну задачу шляхом відповідних перетворень мережі можна звести до задачі про максимальний потік, а для її розв'язання скористатися алгоритмом збільшувальних ланцюгів – запропонований підхід викладено у вигляді алгоритму. В ході досліджень розробленого алгоритму встановлено, що задача розподілу потоків у мережі з багатьма джерелами і стоками залежно від структури і параметрів мережі може мати один оптимальний розв'язок – у такому випадку алгоритм гарантовано його знаходить; може мати множину оптимальних розв'язків – у такому випадку алгоритм знаходить тільки один з цих розв'язків; може не мати допустимих розв'язків, однак отримані за допомогою алгоритму результати можна використати для прийняття відповідних висновків по системі, для опису якої використано потокову модель. Проведені дослідження дадуть можливість підвищити якість проектування та ефективність експлуатації різноманітних мережних систем. Подальші наукові дослідження можуть бути спрямовані на виявлення залежності між початковими умовами задачі розподілу потоків у мережах із багатьма джерелами і стоками та кількістю її оптимальних допустимих розв'язків, а також на оцінку обчислювальної ефективності алгоритму її розв'язання.

Література

1. Йенсен П., Барнес Д. Потоковое программирование. – М.: Радио и связь, 1984. – 392 с.
2. Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход. – М.: Мир, 1978. – 432 с.
3. Форд Л., Фалкерсон Д. Потоки в сетях. – М.: Мир, 1966. – 276 с.

Надійшла 10.9.2009 р.