УДК 004

В.М. ЧЕШУН, Т.І. ЧЕШУН
Хмельницький національний університет

ПОДІБНІСТЬ ДВІЙКОВОЇ ТА ДЕСЯТКОВОЇ СИСТЕМ ЧИСЛЕННЯ В ОЗНАЙОМЛЕННІ З ОСНОВАМИ ЕЛЕКТРОННО-ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ

В статті розглядається система аналогій між двійковою та десятковою системами числення, що дозволяють при ознайомленні з основами електронно-обчислювальної техніки спростити сприйняття та засвоєння принципів утворення двійкових чисел і правил переведення чисел між зазначеними системами числення.

In the article is considered the analogies between binary and decimal system of calculation, that allow at the acquaintance with bases of PC to simplify perception and mastering of formation principles of binary numbers and rules of translation of numbers between the noted calculation systems.

Ключові слова: двійкова та десяткова системи числення, електронно-обчислювальна техніка.

Вступ

Для опису кількісної інформації людьми здавна використовуються числа. Числа стали настільки звичними для нас, що ми навіть не замислюємось над законами, що використовуються для їх представлення і обробки, а також над суттєвими для формулювання цих законів поняттями та визначеннями.

При вивченні основ електронно-обчислювальної техніки першочергово йде ознайомлення з двійковою системою числення як з базовим поняттям для розуміння процесів, що відбуваються в сучасних цифрових електронно-обчислювальних пристроях [1, 2]. Цей матеріал, як правило, розглядається з точки зору наявності певних законів, властивих двійковій системі числення, засвоївши які на рівні аксіом людина повинна в подальшому навчитися легко оперувати з двійковими числами та виконувати операції переведення чисел між двійковою та десятковою системами числення. Тобто фактично виконується спроба навчити людину рахувати в двійковій системі і виконувати задані операції на рівні дошкільної підготовки. Як показує практика викладання, зазначений підхід виявляється не дуже ефективним для людей старшого віку (зокрема, для студентів). Руйнування стереотипів мислення, що сформувалися роками роботи з десятковою системою числення, зумовлює підсвідомий спротив розумінню нового матеріалу.

Постановка задачі

Хоча двійкова система числення і виявилась новою і незвичною для людини, не слід відноситись до неї як до чогось незвичайного і надоригінального – двійкова система є типовим представником відповідного класу систем числення і для неї характерні всі властивості цього класу, здавна звичні людям. Акцентування уваги на цих властивостях дозволяє спростити сприйняття принципів утворення двійкових чисел і правил виконання операцій над ними.

Виходячи з наведеного ствердження, важливості набуває задача дослідження двійкової та десяткової систем числення на подібність та систематизації виявлених аналогій.

Базові аналогії між двійковою та десятковою системами числення

Двійкова система числення є представником позиційних систем [3], тому в неї дуже багато спільного із іншими системами цього класу, в тому числі і зі звичною нам десятковою системою числення. Виходячи з цього, аналіз характерних властивостей двійкової системи числення спробуємо проводити на основі визначення аналогій з десятковою системою.

При проведенні аналізу властивостей позиційних систем числення будемо використовувати поняття основи системи числення як максимальної кількості цифр з різними значеннями, що можуть використовуватись при формуванні чисел [4].

В звичній для нас десятковій системі таких цифр 10 (це так звані арабські цифри 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 і 9), тому основа десяткової системи числення дорівнює десяти. Оскільки в двійковій системі використовується для формування чисел використовується всього дві цифри (0 і 1), то і основа цієї системи числення дорівнює двом. Тут ми можемо відзначити першу аналогію – значення основи двійкової і десяткової систем числення відображується безпосередньо в їх назві.

Схожість цих систем спостерігається і при їх використанні для підрахунку. Мінімальною цифрою в обох системах є нуль. Починаючи підрахунок з нуля в обох системах, ми змінюємо значення молодшого розряду до отримання максимальної для відповідної системи числення цифри, після чого збільшення значення числа на одиницю призводить до формування переносу в старший розряд, а молодший розряд при цьому онулюється. Тобто якщо ми рахуємо в десятковій системі, то значення в будь якому розряді змінюється від 0 до 9, а потім виникає перенос в старший розряд і зміна значень в поточному розряді знову починається з нуля (0, 1, …, **9**, 1**0**, 11, …, 1**9**, 2**0**...).

Аналогічним чином працює і двійкова система, але максимальною цифрою в ній є 1. Тому, якщо в певному розряді двійкового числа стоїть 1 (найбільша цифра в двійковій системі) і значення цього розряду збільшується на 1, то виникає перенос одиниці в старший розряд, а поточний розряд онулюється. Зміну значень при підрахунку в двійковій системі числення можна проілюструвати рівняннями: 0+1=1, 1+1=10, 10+1=11, 11+1=100, 100+1=101, 101+1=110… Відповідність між декількома першими двійковими числами та їх еквівалентами в десятковій системі числення для прикладу наведена в таблиці 1.

Таблиця 1

Формування чисел при підрахунку в двійковій і десятковій системах числення

Двійкова система числення	Десяткова система числення
0	0
1	1
10	2
11	3
100	4
101	5
110	6
111	7
1000	8
1001	9
1010	10
1011	11
1100	12

Як видно з таблиці 1, перенос з молодшого розряду в наступний при підрахунку в двійковій системі виникає в кожному другому рядку, а в десятковій – в кожному десятому. Переноси між наступними розрядами в двійковій системі будуть виникати в кожному четвертому рядку (2^2), потім в кожному восьмому (2^3), шістнадцятому (2^4) і так далі. В десятковій системі числення подальші переноси виникають в кожному сотому рядку (10^2), потім в кожному тисячному (10^3), десятитисячному (10^4) і так далі. За значеннями, наведеними в дужках, ми можемо встановити, що в позиційних системах числення періодичність виникнення переносів між певними позиціями цифр в числі підпорядковується спільному закону і може визначатись як значення основи системи числення в певному цілому ступені.

Іншою характерну особливістю позиційних систем числення є те, що вага цифри в сусідніх розрядах числа відрізняється в кількість разів, що дорівнює значенню основи системи числення. Наприклад, для десяткового числа 111 можна відзначити, що вага одиниці в молодшому розряді в десять разів менша за вагу одиниці в другому розряді, яка, в свою чергу, в десять разів менша за вагою від одиниці в старшому розряді. Відповідно, якщо цифри віддалені в числі на дві позиції, їх вага буде відрізнятися в кількість разів, що відповідає значенню основи системи числення в квадраті, якщо на три – значенню основи системи числення в кубі і так далі.

Використовуючи зазначену властивість можна вивести коефіцієнт ваги цифри числа в будь-якій його позиції відносно позиції молодшого розряду (позиції одиниць). В десятковій системі числення стосовно позиції одиниць цифра на позиції десятків буде вагомішою в 10^1=10 разів, цифра на позиції сотень буде вагомішою в 10^2=100 разів, цифра на позиції тисяч буде вагомішою в 10^3=1000 разів і так далі. Як бачимо, отримані нами значення коефіцієнтів співпадають за звучанням із назвою позицій, до яких вони застосовані (позиція десятків - коефіцієнт 10, позиція сотень - коефіцієнт 100, позиція тисяч - коефіцієнт 1000 і т.д.).

В двійковій системі коефіцієнти ваги між позиціями будуть утворюватися від значення основи системи числення, яке дорівнює двом. Застосовуючи аналогічну розглянутій методику формування назв для позицій чисел в двійковій системі числення, ми можемо визначити наступну після позиції одиниць позицію як позицію двійок (2^1=2), потім позицію четвірок (2^2=4), вісімок (2^3=8), шістнадцяток (2^4=16) і так далі.

За аналогією, подібно тому, як в дробовій частині числа в десятковій системі числення виділяються відносно цілого позиції десятих (10^{-1}), сотих (10^{-2}), тисячних (10^{-3}) і так далі, в дробовій частині числа в двійковій системі числення можна виділити відносно цілого позиції других (2^{-1}), четвертих (2^{-2}), восьмих (2^{-3}) і так далі.

Тепер подивимось, що це нам дає. Зупинимось на аналізі цілих чисел.

Для прикладу, візьмемо десяткове число 1254 і представимо його як суму цифр числа, помножених на характерний для їх позиції коефіцієнт (як вже зазначалося, коефіцієнт відповідає назві позиції цифри в числі):

$$1254_{10}=1*1000+2*100+5*10+4*1.$$

Отримане для десяткової системи числення рівняння є вірним, тому спробуємо застосувати відповідну методику стосовно чисел в двійковій системі числення. Для прикладу, візьмемо двійкове число 1100. Розподілимо його цифри по позиціях: позиція одиниць – цифра 1, позиція двійок – цифра 1, позиція четвірок – цифра 0, позиція вісімок – цифра 0. Відобразимо наше перетворення у вигляді рівняння:

$$1100_2=1*8+1*4+0*2+0*1.$$

А тепер спробуємо провести обчислення результату виразу, наведеного в правій частині рівняння за законами виконання операцій над числами в десятковій системі числення:

$$1*8+1*4+0*2+0*1=8+4+0+0=12_{10}.$$

Якщо порівняти отриманий результат з наведеними в таблиці 1 даними, то можна побачити, що ми вірно перевели двійкове число 1100 в його еквівалент в десятковій системі числення – число 12. Дійсно, $1100_2=12_{10}$. За бажанням можна спробувати виконати відповідні перетворення для будь-якого двійкового значення – результат буде вірним.

Таким чином, ще не знаючи відповідних законів, ми дійшли до розв'язання задачі переведення числа з однієї позиційної системи в іншу.

Переведення цілих чисел з десяткової системи числення в двійкову.

Переведення чисел з десяткової системи числення в будь-яку іншу позиційну систему числення, як правило, полягає у формуванні шуканого числа шляхом послідовного визначення значень його цифр.

Підходи, які використовуються при цьому для обробки цілої і дробової частини числа, відрізняються, тому аналіз почнемо з переведення цілих чисел.

Проаналізуємо, як можна відділити окрему цифру від звичайного десяткового числа. Найпростішим математичним способом є виконання цілочисельного ділення цього числа на значення основи системи числення – число 10. Залишок від ділення і буде відповідати значенню певної цифри числа (цифри, що знаходиться на позиції одиниць), а частка при цьому буде містити всі інші цифри. Якщо виконати повторне ділення отриманої частки, то можна отримати наступну цифру числа і так далі до отримання нульової частки.

Для прикладу проведемо розподіл десяткового числа 1245 на цифри шляхом цілочисельного ділення на значення основи системи числення. Оскільки всі операції проводяться в десятковій системі числення, цілочисельне ділення будемо виконувати на значення основи цієї системи, яке дорівнює 10.

```
1245 | 10
1240  124 | 10
   5  120    12 | 10
        4    10    1 | 10
              2    0   0
                   1
```

Отримувані в ході ділення залишки (виділені напівжирним шрифтом) дозволили нам розбити десяткове число 1245 на цифри, що його утворюють: цифри 5, 4, 2, 1.

Як видно з наведеного прикладу, порядок формування цифр залишків при діленні є протилежним порядку слідування цифр в числі, тому для отримання правильного значення числа цифри частки слід записувати в числі в зворотному напрямку.

Методика переведення цілих чисел з десяткової системи числення в іншу позиційну систему числення шляхом цілочисельного ділення передбачає реалізацію двох етапів:

1. Проведення цілочисельного ділення початкового числа та отримуваних в ході ділення значень частки на основу системи числення, в яку число переводиться, до отримання частки рівної нулю (ділення може обмежуватись отриманням частки, меншої за основу системи числення, тобто, на 1 крок менше, але потреба включення останнього значення частки в число часто плутає людей і значно легше запам'ятовується саме пропонований підхід з урахуванням лише залишків ділення).

2. Запис отриманих значень цифр залишків у вигляді числа в послідовності, зворотній порядку їх отримання.

Розглянемо застосування цієї методики для переведення цілого числа з десяткової системи числення в двійкову. Для прикладу візьмемо число 183. Оскільки нам необхідно перевести число 183_{10} в двійкову систему числення, основа якої дорівнює 2, то в якості дільника для проведення цілочисельного ділення обираємо значення 2. Проводимо цілочисельне ділення до отримання нульового залишку.

```
183 | 2
182  91 | 2
  1  90  45 | 2
      1  44  22 | 2
          1  22  11 | 2
              0  10   5 | 2
                  1   4   2 | 2
                      1   2   1 | 2
                          0   0   0
                              1
```

Записуємо отримані залишки в зворотному порядку і отримуємо шуканий результат: $183_{10}=10110111_2$.

Переведення дробових чисел з десяткової системи числення в двійкову.

Оскільки цілочисельне ділення дробової частини числа є некоректним поняттям через відсутність в цій частині цілої складової, для відокремлення цифр дробової частини математичними методами використовується операція множення.

Повернемось до роботи суто з десятковими числами. З основ роботи з десятковими дробами нам відомо, що якщо помножити дробову частину десяткового числа на 10 (значення основи системи числення), то старший розряд дробової частини перейде в цілу частину, а інші залишаться в дробовій. Якщо повторювати операцію множення дробової частини на значення основи системи числення N разів, окремо фіксуючи після кожного множення перенесену в цілу частину цифру, то ми отримаємо N цифр, які в сукупності будуть відображувати значення дробової частини числа з точністю до N розрядів.

Пояснимо сказане прикладом. Нехай шляхом множення на значення основи системи числення нам потрібно провести розподіл десяткового числа 0.7080423 на цифри для відображення його значення з точністю до п'яти знаків в дробовій частині. Для десяткової системи числення, в якій проводиться операція, значення основи дорівнює 10, тому і коефіцієнтом множення обираємо значення 10. Перенесені при множенні в цілу частину числа цифри, які вже є відокремленими і в подальшому не повинні приймати участь в операціях множення, для зручності будемо відділяти від залишку лінією.

№ кроку	Ціла частина (відокремлені цифри, що далі не множаться)	Залишок дробової частини	Коефіцієнт множення
0.	0.	7080423	*10
1.	**7**	080423	*10
2.	**0**	80423	*10
3.	**8**	0423	*10
4.	**0**	423	*10
5.	**4**	23	-

На кроці 6 ми досягли заданої точності по кількості знаків в дробовій частині, тому подальше множення не виконуємо.

Отримувані в ході множення переноси в цілу частину дозволили нам виділити з десяткового числа 0.7080423 окремі його цифри в неохідній кількості (цифри 7, 0, 8, 0, 4). Якщо записати ці цифри в дробовій частині числа, то ми отримуємо її представлення із заданою точністю: 0.70804_{10}.

З розглянутого прикладу можна відзначити одну особливість, що не є характерною для визначення цифр числа методом цілочисельного ділення: при множенні дробової частини числа на значення основи системи числення цифри отримуються в тому порядку, в якому вони повинні слідувати в числі. Це, зокрема, дозволяє зупинити процес формування цифр по досягненню потрібної точності представлення чисел.

За аналогічною методикою визначаються цифри при переведенні чисел з десяткової системи числення в будь-яку іншу позиційну систему числення. Єдина відмінність полягає в тому, що коефіцієнтом для множення повинне бути обране значення основи системи числення, в яку число переводиться.

Для прикладу переведемо число 0.125 з десяткової системи числення в двійкову з точністю представлення дробової п'ятьма знаками. Оскільки число 0.125_{10} необхідно перевести в двійкову систему числення, в якості множника використовуємо значення основи цієї системи – число 2.

№ кроку	Ціла частина (відокремлені цифри, що далі не множаться)	Залишок дробової частини	Коефіцієнт множення
0.	0.	125	*2
1.	**0**	25	*2
2.	**0**	5	*2
3.	**1**	0	*2
4.	**0**	0	*2
5.	**0**	0	-

Записуємо отримані цифри у вигляді дробового числа і отримуємо шуканий результат: $0.125_{10}=0.00100_2=0.001_2$.

Звернемо увагу на те, що при множенні, як і в ході цілочисельного ділення, в жодній з операцій в цілій частині не формується цифра, більша або рівна за значенням основі системи числення, в яку число переводиться.

Якщо уважно поглянути на останній приклад, то можна звернути увагу, що на кроці 3 ми отримуємо залишок дробової частини рівний нулю і в подальшому в цілу частину переносяться лише незначущі нулі. Після отримання нульового залишку в дробовій частині подальше множення можна не виконувати.

Округлення (корекція) результату при переведенні дробових чисел.

До цього моменту ми вважали, що для отримання представлення числа з точністю до N цифр після коми достатньо N-кратного множення дробової частини числа на основу системи числення. Якщо проаналізувати особливості застосування цієї методики на прикладі десяткових чисел, можна легко побачити, що в багатьох випадках отримуваний результат з математичної точки зору не буде вірним. Наприклад, якщо застосувати цю методику до числа 0.125912_{10} для формування його скороченого представлення з точністю до трьох знаків в дробовій частині, то отримуваний результат буде 0.125_{10}, в той час як вірним повинен бути результат 0.126_{10}.

Зменшення похибки представлення дробової частини числа в математиці досягається шляхом його округлення, але до цього моменту на це питання ми уваги не звертали. Якщо ж враховувати подібність позиційних систем числення, то можна зробити припущення, що і в двійковій системі числення отримуваний без округлення результат буде не завжди правильним. Це припущення виявиться абсолютно вірним.

Спробуємо провести вже звичний нам аналіз в десятковій системі числення з метою виявлення закономірностей проведення округлення чисел, які в подальшому можна буде застосувати до двійкових чисел.

В першу чергу слід зазначити, що для виконання округлення при обчисленні результату з точністю до N цифр в дробовій частині, цих N цифр недостатньо – необхідною є наявність додаткової (N+1)-ї цифри. Саме аналіз значення цієї (N+1)-ї цифри і дозволяє зробити висновок про необхідність додавання одиниці до N-тої цифри дробової частини з метою округлення отримуваного значення. В десятковій системі числення умовою збільшення N-тої цифри при округленні дробової частини є наявність в (N+1)-му розряді значення, не меншого за 5. Саме на основі порівняння (N+1)-ї цифри з п'ятіркою і робиться людиною висновок про характер подальших дій, необхідних для отримання правильного результату.

Без детального уточнення причин зазначимо, що з точки зору обробки чисел в інформаційних системах виконання операцій порівняння і прийняття рішення про подальші дії не завжди є раціональним, тому операцію округлення в більшості зводять до виконання операції корекції.

Суть корекції полягає в тому, що при її виконанні до додаткової (N+1)-ї цифри додається певне фіксоване значення, після чого результат автоматично стає правильним (округленим) і надлишкову (N+1)-шу цифру від нього просто відкидають. Для десяткової системи числення таким значенням є число 5.

Проведемо експериментальне округлення шляхом корекції на прикладі дробових чисел 0.1251_{10}, 0.1484_{10}, 0.4275_{10} і 0.3058_{10}. При цьому будемо вважати, що результат нам необхідно визначити з точністю до трьох цифр в дробовій частині, тобто, остання цифра в кожному числі є необхідною для округлення додатковою і саме до неї слід додавати значення 5.

$$\begin{array}{r} _{+}0.1251 \\ 5 \\ \hline \mathbf{0.125}\cancel{6} \end{array} \qquad \begin{array}{r} _{+}0.1484 \\ 5 \\ \hline \mathbf{0.148}\cancel{9} \end{array} \qquad \begin{array}{r} _{+}0.4275 \\ 5 \\ \hline \mathbf{0.428}\cancel{0} \end{array} \qquad \begin{array}{r} _{+}0.3058 \\ 5 \\ \hline \mathbf{0.306}\cancel{3} \end{array}$$

Як бачимо, отримуваний в ході корекції результат (виділені напівжирним шрифтом цифри) після відкидання додаткового (закресленого) розряду виявляється абсолютно вірним і відповідає вимогам щодо виконання класичної операції округлення.

Зрозуміло, що додавання цифри 5 в додатковий розряд при округлені двійкових чисел не дасть нам потрібного результату; це значення є актуальним лише в десятковій системі числення. Але якщо порівняти цифру 5 зі значенням основи десяткової системи числення (числом 10), то висновок напрошується сам собою – додавати потрібно половину від значення основи використовуваної системи числення. Для двійкової системи числення необхідне для виконання округлення (корекції) значення визначається як 2/2=1.

В якості прикладу переведемо число 0.579 з десяткової системи числення в двійкову з точністю представлення дробової частини п'ятьма знаками. Оскільки при переведенні числа потрібно виконати корекцію отримуваного результату, то обчислення дробової частини будемо початково виконувати з точністю до шести знаків.

№ кроку	Ціла частина (відокремлені цифри, що далі не множаться)	Залишок дробової частини	Коефіцієнт множення
0.	0.	579	*2
1.	**1**	158	*2
2.	**0**	316	*2
3.	**0**	632	*2
4.	**1**	264	*2
5.	**0**	528	*2
6.	**1**	056	–

Записуємо отримані цифри у вигляді дробового двійкового числа 0.100101. Для зменшення похибки виконуємо корекцію результату шляхом додавання одиниці в молодший розряд.

$$\begin{array}{r} _{+}0.100101 \\ 1 \\ \hline \mathbf{0.10011}\cancel{0} \end{array}$$

Отриманий після корекції результат 0.10011_2.

З прикладу можна побачити, що без проведення корекції результат з точністю представлення дробової частини до п'яти знаків мав би вигляд 0.10010_2, а після корекції ми отримали результат 0.10011_2. Якщо перевести ці два значення в десяткову систему числення, то ми отримаємо: $0.10010_2=0.5625_{10}$, $0.10011_2=0.59375_{10}$. Хоча обидва варіанти не співпали з початковим значенням 0.579_{10}, за модулем похибка значення після корекції менша за похибку результату без корекції ($\left|0.579_{10} - 0.5625_{10}\right| = 0.165_{10}$; $\left|0.579_{10} - 0.59375_{10}\right| = 0.1475_{10}$). Це підтверджує потребу в округленні (корекції) результату при переведенні дробових чисел з однієї системи числення в іншу.

Для проведення ефективності корекції результату нам знадобилося виконати зворотне переведення числа з двійкової системи числення в десяткову. Розглянемо правила виконання цієї операції.

Переведення чисел з двійкової системи числення в десяткову.

Якщо згадати розглянутий матеріал, то ми вже мали досвід переведення числа з двійкової системи числення в десяткову. Згадаємо, як ми отримали результат $1100_2 = 12_{10}$, і спробуємо систематизувати використані правила.

В першу чергу слід зазначити, що застосована методика базувалася на використанні коефіцієнтів ваги цифр в числі. Для десяткових чисел для цифри в позиції сотень коефіцієнт ваги дорівнював 100, для цифри в позиції десятків коефіцієнт був 10, для позиції одиниць коефіцієнт 1, в дробовій частині для позиції десятих коефіцієнт 1/10, до сотих коефіцієнт 1/100 і так далі. Якщо виписати ці коефіцієнти послідовно, то отримаємо фрагмент ряду коефіцієнтів: 100, 10, 1 , 1/10, 1/100 ... Виконуючи прив'язку коефіцієнтів до ступенів числа десять як до основи десяткової системи числення, ми отримаємо $100=10^2$, $10=10^1$, $1=10^0$, $1/10=10^{-1}$, $1/100=10^{-2}$… З урахуванням цього перетворення наведений ряд коефіцієнтів можна переписати: 10^2, 10^1, 10^0, 10^{-1}, 10^{-2} …

З урахуванням правил формування ряду коефіцієнтів і їх взаємозв'язку з цифрами в числі, будь-яке десяткове число можна записати як суму добутків цифр числа на коефіцієнти, відповідні для позицій розташування цих цифр в числі. Наприклад, $1205.24=1*10^3+2*10^2+0*10^1+5*10^0+2*10^{-1}+4*10^{-2}$.

Для двійкової системи, як ми вже знаємо, ряд коефіцієнтів формується аналогічно, але з урахуванням тої відмінності, що основа системи числення дорівнює не десяти, а двом. Тобто, подібний розглянутому ряд для двійкової системи числення буде мати вигляд: 4, 2, 1, 1/2, 1/4 або 2^2, 2^1, 2^0, 2^{-1}, 2^{-2}…

Якщо позначити основу системи числення як N, то можна записати універсальне представлення такого фрагменту ряду коефіцієнтів для будь-якої позиційної системи числення: N^2, N^1, N^0, N^{-1}, N^{-2}…

Домовимось позначати цифри будь-якого числа як X_i , де i – ступінь основи системи числення при обчисленні значення вагового коефіцієнта, множення на який цифри X_i дозволяє визначити її дійсну вагу в числі. Тобто, дійсне значення ваги будь-якої цифри в числі можна буде визначити як $X_i * N^i$.

З цієї точки зору число 1205.24_{10} можна представити як $X_3\ X_2\ X_1\ X_0$, $X_{-1}\ X_{-2}$, де $X_3 =1$, $X_2 =2$, $X_1 =0$, $X_0 =5$, $X_{-1} =2$, $X_{-2} =4$. Формула для відтворення значення числа відповідного формату прийме вигляд:

$$X_3*N^3+X_2*N^2+X_1*N^1+X_0*N^0+X_{-1}*N^{-1}+X_{-2}*N^{-2}. \qquad (1)$$

Аналогічним чином можна записати будь-яке число в будь-якій позиційній системі числення.

А тепер найголовніше – якщо всі наявні в такому записі числа представлені в десятковій системі числення і всі операції виконуються за законами десяткової арифметики, то результатом розрахунків буде еквівалент початкового числа, переведений в десяткову систему числення.

Виходячи з цього, можна записати алгоритм переведення чисел з двійкової системи числення в десяткову:

1. Визначити відповідність цифр початкового числа їх позиціям X_i в числі (орієнтиром виступає молодший розряд цілої частини числа, якому завжди відповідає позиція X_0).

2. Представити число у вигляді суми добутків значень цифр числа на відповідні їх позиціям вагові коефіцієнти $X_i * N^i$ (N - основа двійкової системи числення, дорівнює 2).

3. Виконати розрахунок за правилами десяткової арифметики.

Підтвердимо сказане на прикладі. Нехай нам потрібно перевести число 10110111.001 з двійкової системи числення в десяткову. Визначимо відповідність цифр початкового числа їх позиціям X_i в числі.

X_7	X_6	X_5	X_4	X_3	X_2	X_1	X_0	.	X_{-1}	X_{-2}	X_{-3}
1	0	1	1	0	1	1	1	.	0	0	1

Представимо число у вигляді суми добутків значень цифр числа на відповідні їх позиціям вагові коефіцієнти.

$$10110111.001_2=1*2^7+0*2^6+1*2^5+1*2^4+0*2^3+1*2^2+1*2^1+1*2^0+0*2^{-1}+0*2^{-2}+1*2^{-3}$$

Виконуємо розрахунок для виразу в правій частині рівняння за правилами десяткової арифметики.

$$1*2^7+0*2^6+1*2^5+1*2^4+0*2^3+1*2^2+1*2^1+1*2^0+0*2^{-1}+0*2^{-2}+1*2^{-3}=$$
$$=1*128+0*64+1*32+1*16+0*8+1*4+1*2+1*1+0*0.5+0*0.25+1*0.125=$$
$$=128+0+32+16+0+4+2+1+0+0+0.125=183.125_{10}.$$

Висновки.

Підводячи підсумок, слід сказати, що двійковий код виявився практично ідеальним для представлення і обробки даних в інформаційних системах, але при вивченні двійкової системи числення як базового поняття для розуміння принципів функціонування сучасних цифрових електронно-обчислювальних пристроїв у багатьох людей виникають ускладнення. Ці ускладнення пов'язані з руйнуванням стереотипів проведення операцій в звичній нам десятковій системі числення. Значного спрощення сприйняття та засвоєння принципів утворення двійкових чисел і правил переведення чисел між двійковою та десятковою системами числення можна досягти, якщо досліджувати властивості двійкової системи числення не відокремлено, а в аналогії з десятковою системою числення, що підтверджується досвідом викладання даного матеріалу для студентів технічних спеціальностей Хмельницького національного університету.

Література

1. Бабич Н.П., Жуков И.А. Компьютерная схемотехника – методы построения и проектирования: Учебное пособие. – К.: МК-пресс, 2004. – 576 с.
2. Куликовский Л.Ф., Мотов В.В. Теоретические основы информационных процессов. – М. Вища школа, 1987. – 257 с.
3. Прикладная теория цифровых автоматов / Самофалов К.Г. и др. – К.: Вища школа, 1987. – 318 с.
4. Савельев А.Я. Прикладная теория цифровых автоматов. – М.:Высшая школа, 1986. – 235 с.

Надійшла 21.9.2009 р.

УДК 004

О.А. МЯСІЩЕВ, В.М.ЧЕШУН
Хмельницький національний університет

ДВАДЦЯТИРІЧЧЯ КАФЕДРИ КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМ ТА МЕРЕЖ: ОСНОВНІ ДОСЯГНЕННЯ ТА ПЕРСПЕКТИВНІ НАПРЯМКИ РОЗВИТКУ

В статті описується історія створення та розвитку кафедри комп'ютерних систем та мереж Хмельницького національного університету, яка в поточному році відзначає двадцятирічний ювілей від часу заснування, наводяться результати роботи професорсько-викладацького колективу кафедри, основні досягнення та перспективні напрямки подальшої наукової діяльності.

In the article is described history of creation and development in a Khmelnitsky national university the department of the computer systems and networks , which in a current year celebrates a twenty-year anniversary from time of establishment, also shown job performances of professors and teachers *collective of department, basic achievements and perspective directions of scientific activity*.

В 2009 році колектив Хмельницького національного університету відзначає двадцятирічний ювілей від часу заснування кафедри комп'ютерних систем та мереж, яка за час існування пройшла досить великий шлях реорганізацій та перетворень, досягла на цьому шляху значних успіхів в різних напрямках діяльності і, зокрема, в науково-дослідній роботі викладачів та студентів.

Стаття присвячується двадцятиріччю кафедри і має за мету підведення підсумків наукової діяльності колективу кафедри, відзначення основних результатів та досягнень, а також визначення перспективних напрямків подальшої науково-дослідної роботи професорсько-викладацького складу.

Коротка історія кафедри.

Розвиток керуючих підрозділів для комп'ютерних спеціальностей в Хмельницькому національному університеті (на той час – Хмельницькому технологічному інституту) було започатковано у 1989 році створенням кафедри електронно-обчислювальних систем, яка нині носить назву кафедри комп'ютерних систем та мереж.

Кафедру було створено при механічному факультеті. Першим завідувачем кафедри став кандидат технічних наук, доцент Бардаченко Віталій Феодосійович. На той час на кафедрі працювали 1 доцент та 3 асистенти. Під керівництвом Бардаченко В. Ф. викладачі кафедри проводили наукові дослідження в напрямку розробки і впровадження таймерних розрядно-аналогових обчислювальних пристроїв.

У 1991 році кафедра була включена до складу новоствореного факультету радіоелектроніки. Практично в той самий час доктор технічних наук, професор Бардаченко В. Ф. отримав пропозицію очолити власний науковий напрямок в Інституті кібернетики ім. В. М. Глушкова, що зумовило його переїзд у 2002 році до м. Київ, де він в подальшому обійняв посаду директора Центру таймерних обчислювальних систем Інституту кібернетики ім. В. М. Глушкова.

В жовтні 1992 року кафедру електронно-обчислювальних систем очолив кандидат технічних наук, старший науковий співробітник Локазюк Віктор Миколайович. Він поклав початок розвитку при кафедрі нової наукової школи, яка зайнялась питаннями технічної діагностики засобів сучасної обчислювальної техніки.

1996 рік в історії кафедри електронно-обчислювальних систем відзначився зміною її назви на кафедру комп'ютерних систем.

Протягом часу існування кафедри комп'ютерних систем на ній було ліцензовано відкриття магістратури зі спеціальності "Комп'ютерні системи та мережі", а також відкриття нової спеціальності