

ПРИНЯТИЕ ГРУППОВОГО РЕШЕНИЯ НА ОСНОВЕ ВЕРОЯТНОСТНОЙ ОЦЕНКИ МЕРЫ СОГЛАСИЯ ЭКСПЕРТОВ

У даній роботі запропоновано метод групового прийняття рішення в інформаційних системах на основі ймовірнісної оцінки міри згоди експертів. Розроблена модель прийняття рішення на основі приватних рішень експертів, визначено ймовірнісні критерії заходів згоди експертів, визначено суміжна область застосування отриманих результатів.

In the given work the method of group decision-making in information systems on the basis of a likelihood estimation of a measure of the consent of experts is offered. It is developed model decision-making on the basis of private decisions of experts, likelihood criteria of measures of the consent of experts are defined, the adjacent scope of the received results is defined.

Ключевые слова: Нечетная логика; база знаний; модели деятельности оператора; автоматизированная обучающая система; блок оценки действий;

Введение

Известно, что при создании сложных информационных систем множество решений принимается группой исполнителей. Ясно, что при этом улучшается процесс решения задачи за счет интеграции знаний, опыта, более углубленного понимания стоящих задач.

В то же время, при групповом проектировании и принятии решения может возникнуть ряд проблем за счет несогласованности подходов, видения проблем и т.д. При этом принимаемое решение может оказаться не наилучшим. Следует отметить, что многие традиционные СППР не поддерживают методы коллективного принятия решения.

В данной работе поставлена задача и предложен подход для решения трудноформализуемых задач в автоматизированных обучающих системах (АОС) в составе тренажеров на базе высокопроизводительных ЭВМ и пакетов интеллектуальных программ. Решение задач осуществляется группой экспертов (проектировщиков), имеющих большой опыт и навыки работы в заданной области.

Постановка задачи и метод ее решения

Для понимания роли экспертов в обучающих системах, рассмотрим обобщенную структурную схему автоматизированного процесса обучения, которая представлена на рис. 1.

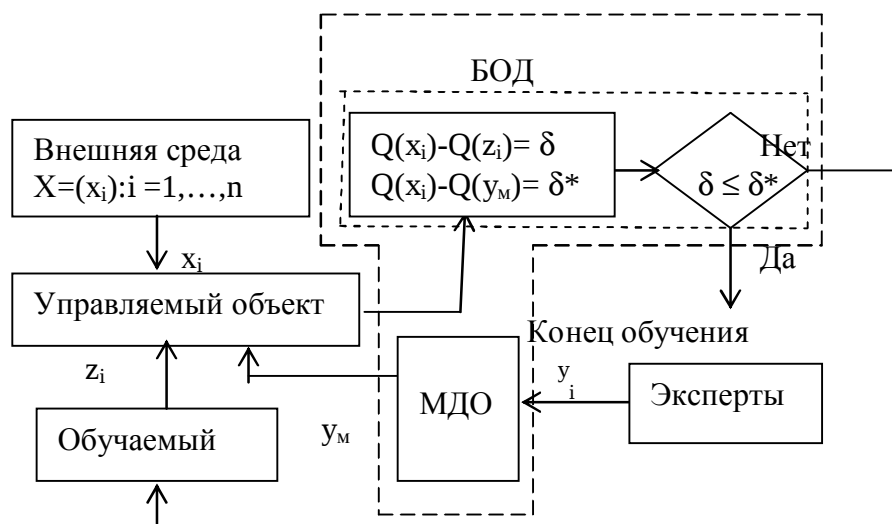


Рис. 1. Обобщенная структурная схема автоматизированного обучения (АОС)

Центральное место в АОС занимает блок оценки действий обучаемого (оператора) (БОД). Последний, в свою очередь, формируется на основе модели деятельности оператора (МДО). Как видно из рисунка, на управляемый объект воздействует внешняя среда, представленная множеством X воздействий x_i , которое может искажать нормальное функционирование объекта и тем самым вызывать негативные последствия в виде потерь некоторого параметра $Q(x_i)$. Под объектом понимаются различные корабельные системы: вождения, навигации, энергоснабжения и другие. Для компенсации потерь оператор принимает ответные действия z_i , снижающие потери на величину $Q(z_i)$. Условием достаточной обученности оператора является $\delta \leq \delta^*$, где δ – потери от неверно принятого решения, которые не должны превышать некоторое допустимое значение δ^* , вырабатываемое с помощью МДО. Значение $Q(y_m)$ обозначает снижение потерь

при использовании эталонных действий u_m МДО. При не выполнении данного условия обучаемый корректирует свои действия.

Функционирование МДО основано на использовании модели деятельности «опытного специалиста» и определении эталонного квалификационного уровня, представляющего собой количественную характеристику профессиональной подготовки специалиста. В процессе обучения в БОД происходит сравнение эталонных действий, вырабатываемых МДО и действий оператора, направленных на поддержание управляемого объекта в состоянии, при котором минимизируются возможные нежелательные последствия из-за воздействия на объект различных случайных факторов. На основании этого сравнения оценивается результат обучения.

Основой МДО являются база данных БД, которая включает всю необходимую информацию: данные о конкретной предметной области, инструкции, стандарты, техническую и эксплуатационную документацию, результат решения многочисленных систем дифференциальных уравнений, описывающих поведение рассматриваемого объекта управления при различных возмущающих факторах, а также экспертные оценки правильности предпринимаемых оператором действий и различных неформальных параметров, дополняющих базу данных. Как видно, экспертам отводится значительная роль в формировании БД.

Чем полнее информация экспертов u_i отражает происходящие в системе процессы и дополняет МДО, тем выше эффективность действий u_m МОД.

Актуальность

Задача согласования экспертных оценок с целью выработки наиболее приемлемого дополнения для включения в БД является достаточно сложной многокритериальной задачей.

В [1] данная задача решена на основе согласования и упорядочения попарных экспертных оценок по множеству признаков анализируемых параметров с учетом степени их важности.

Дальнейшим развитием подходов к доопределению базы данных МДО в рассматриваемых тренажерах является принятие решений группой экспертов. На практике, как правило, эксперты имеют различный уровень профессиональной подготовки и различные способности к работе в коллективе. Это при определенных условиях может порождать неоднозначность во взаимоотношениях между ними и в принятии конечного результата. Таким образом, задача согласования мер согласия экспертов в системах подобного типа является актуальной, требующей своего решения.

Обобщенная постановка задачи.

Как указывалось, для формирования БД экспертам отводится значительная роль. Эксперты обладают различным уровнем знаний в заданной предметной области и индивидуальными психологическими особенностями, определяющими способность их к коллективному анализу и принятию решений. В качестве критерия достоверности принимаемого решения в данных условиях будем использовать меру согласия между экспертами.

Мера согласия (МС), ввиду индивидуальности каждого эксперта, имеет вероятностный характер и может быть выражена количественно некоторым значением. В процессе взаимодействия между собой эксперты, достигнув определенного уровня МС, вырабатывают окончательное решение. Доопределение считается принятым, если достигнутая при этом мера согласия между экспертами оценивается вероятностью, значение которой не менее допустимого значения.

Математическая модель задачи и мер согласия.

Обозначим множество экспертов коллектива, принимающего решение, через $X = \{x_i\}$, ($i=1, \dots, n$). Доопределение БД в общем виде представляется композицией множества решений в рассматриваемой предметной области, принимаемых определенными экспертами множества X . Каждый эксперт $x_i \in X$ при решении своей задачи привлекает в качестве консультантов определенное число любых других экспертов, образующих подмножество $X_j \subset X$, ($j=1, \dots, m$). При этом, попарное пересечение подмножеств X_j может быть не пустым. Таким образом, моделью частного решения задачи (принятия решения) x_i – m экспертом является граф (дерево) взаимодействия экспертов, содержащий корневую вершину x_i (ведущий эксперт), которая логически связана со своими вершинами $x_j \in X_j$ (подчиненными экспертами). Ведущий эксперт одновременно может быть подчиненным при решении других задач.

Модель принятия решения группой экспертов образуется композицией множества частных решений и представляется в виде распределенного ориентированного графа взаимодействия экспертов $G(X, U)$ (в дальнейшем G) с множеством вершин (экспертов) $X = \{x_i\}$, ($i=1, \dots, n$) и множеством связывающих их ребер (логических связей) $U = \{u_{ij}\}$; ($i=1, \dots, n$), ($j=1, \dots, n$). Процедура построения модели принятия решения G показана на рис. 2, где рассмотрен простейший случай при $n = 6$ и схемы взаимодействия экспертов x_i и x_j , образующих частные решения: $1 \rightarrow (2,3)$; $2 \rightarrow (3,4,5)$; $3 \rightarrow (1,2,4,6)$; $4 \rightarrow (2,3,5,6)$; $5 \rightarrow (2,4,6)$; $6 \rightarrow (3,4,5)$; $\cup x_i = X$.

Исходный граф G приведен на рис. 2, (7). Как видно из построения, исходный граф принятия решения G синтезируется из частных решений с помощью шести шагов. При этом подчиненные (висячие) вершины на каждом шаге являются корневыми для последующих шагов.

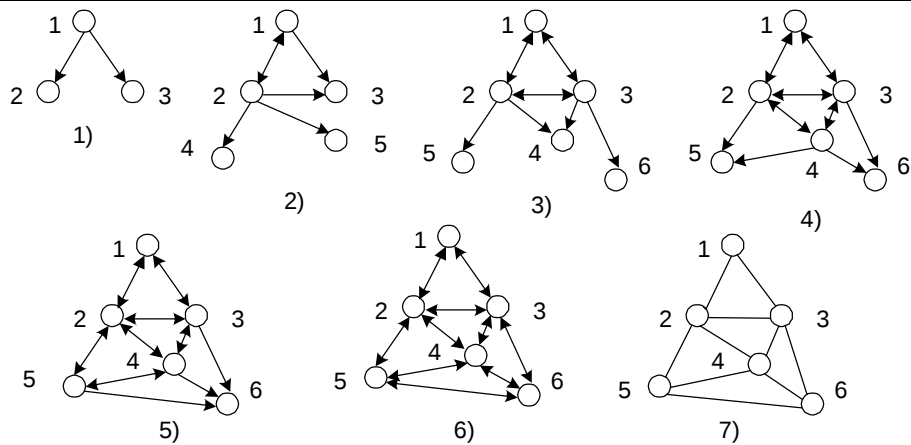


Рис. 2. Процедура построения модели принятия решения

Представим структуру графа G в виде матрицы связности (логических связей между экспертами) $B = \|b_{ij}\|$, в которой элементы $b_{ij} = 1$, если эксперты x_i и x_j непосредственно логически связаны и взаимодействуют между собой и $b_{ij} = 0$, в противном случае. Логическим связям поставлена в соответствие матрица вероятностей $P = \|p_{ij}\|$, элементы которой являются количественной оценкой МС экспертов, определяемой значениями p_{ij} , ($0 \leq p_{ij} \leq 1$).

Как видно, эксперты взаимодействуют в первую очередь с непосредственно подчиненными экспертами и, при необходимости, могут обращаться к другим экспертам. При таком взаимодействии экспертов набор возможных логических связей (прямых и посреднических) между каждой парой экспертов x_i и x_j графа G определяется числом μ_{ij}^r , где r – число экспертов в цепочке посреднических связей, которое ограничивается некоторым разумным допустимым значением $k_{\text{доп}}$, ($r = 1, \dots, k_{\text{доп}}$). При $r = 1$ эксперты взаимодействуют только непосредственно.

Таким образом, взаимодействие всех экспертов в соответствии с постановкой задачи можно представить матрицами B , P и ограничением в виде значения $k_{\text{доп}}$. В этом случае приемлемость результата решения задачи будем определять уровнем доверия к полученному результату, зависящему от согласованной деятельности экспертов, которую будем оценивать вероятностью связности графа G , с учетом ограничения $k_{\text{доп}}$.

Под вероятностью связности графа G , являющейся оценкой меры согласия экспертов с учетом $k_{\text{доп}}$, будем понимать вероятность существования между рассматриваемыми вершинами (экспертами) в рассматриваемый момент времени не менее одной любой логической связи.

В работе рассматриваются следующие имеющие практический интерес варианты взаимодействия экспертов принимающих решение доопределения БД.

1. Решение принимается выбранной парой экспертов x_i, x_j из множества X . Рекомендованное решение будет приемлемо, если вероятностью парной связности вершин R_{ij} графа G будет не менее допустимого значения ($R_{ij} \geq R_{\text{доп}}$).

2. Решение принимается группой экспертов, состоящей из m определенных пар экспертов. Решение приемлемо, если на графе G между заданными вершинами одновременно существует не менее одной логической связи с вероятностью $R_{ij}^m \geq R_{\text{доп}}$.

3. В принятии решения принимают участие все эксперты. В этом случае между всеми экспертами одновременно должно существовать не менее одной логической связи с вероятностью $R \geq R_{\text{доп}}$.

Основой для определения мер согласия является моделирование и анализ взаимодействия экспертов, в результате чего определяются R_{ij} , R_{ij}^m , R при заданных B , P и $k_{\text{доп}}$, характеризующих приемлемость принятого решения.

Метод решения задачи.

Основой для решения поставленной задачи является определение вероятности связности графа G , построенного на множестве вершин X и ветвей U при заданных матрицах B и P . При абсолютно надежных вершинах X для этого можно использовать выражение:

$$R(G) = \sum_{i=1}^Q P(G_i) \cdot h(G_i),$$

где G_i – все возможные подграфы, каждый из которых определяется подматрицей B_{ξ_i} , образуемой модификацией графа G ; $h(G_i)$ – функция связности, принимающая значения 1 или 0, в зависимости от того, связан подграф G_i или нет; $P(G_i)$ – вероятность появления подграфа G_i ; Q – число всех возможных G_i .

Подматрица B_{ξ_i} каждого G_i образуется удалением j -го числа ребер из матрицы B графа G . Тогда число возможных $G_i \in G$ равно: $Q = \sum_{i=0}^m C_m^i$, где C_m^i – биномиальный коэффициент; m – число ребер графа

Г. При G большой размерности значение Q может быть достаточно велико. В соответствии с биномиальным законом вероятность $P(G_i)$ определяется выражением: $P(G_i) = C_m^j q^j p^{m-j}$, где; $q=1-p$.

Как видно, задача определения $R(G)$ по существу сводится к перебору всего множества G_i и суммированию вероятностей $P(G_i)$, для которых $h(G_i) = 1$. Очевидно, что прямой перебор всех G_i графа G большой размерности довольно трудоемок. Кроме того, оценка связности $h(G_i)$ сама по себе является трудоемкой самостоятельной задачей, требующей выполнения множества различных логических и арифметических операций над B_{ξ_i} .

Поэтому, на практике чаще всего используются инженерные методы, дающие приближенные оценки $R(G)$, в которых вместо всех G_i используется ограниченная выборка n_g , обеспечивающая допустимую погрешность. Выборка оптимального n_g , также является самостоятельной задачей [2].

В этом случае для приближенной оценки вероятности связности может служить выражение:

$$R(G) = \frac{1}{n_g} \sum_{n_g} h(G_i) = n_c / n_g$$

где n_g – случайная выборка (число используемых G_i); n_c – число G_i в выборке n_g , для которых $h(G_i) = 1$.

Методы для определения $R(G)$ в основном включают такие этапы как моделирование подграфов G_i графа G , анализ и оценку их связности $h(G_i)$, а также статистическую обработку полученных данных и определение требуемого параметра. Упрощенный алгоритм имеет следующий вид:

- формирование очередного G_i ;
- оценка связности G_i ;
- проверка условия $i \leq n_g$ на завершение формирования G_i ;
- накопление данных о связности G_i и расчет вероятности $R(G)$.

Как видно, несмотря на простоту данного алгоритма, оценка вероятности $R(G)$ требует многократного анализа на связность всех реализаций G_i , полученных в ходе их моделирования, что не эффективно, так как увеличивает трудоемкость и время выполнения программы. Кроме того, при этом затруднительно учесть различные варианты взаимодействия между отдельными вершинами согласно постановке задачи (п.п.1-3) и ограничение $k_{\text{доп.}}$.

С учетом сказанного, в работе использован метод, отличающийся от прямых методов, рассмотренных выше, тем, что процедура получения значения $R(G)$ на основе многократного генерирования и анализа на связность каждого G_i заменяется на механизм комплексной одновременной оценки всех параметров R_{ij} , R_{ij}^m , R с учетом ограничения $k_{\text{доп.}}$ с помощью одного сформированного массива G_i . Это обеспечивает более высокое быстродействие алгоритма и возможность анализа различных вариантов связности рассматриваемого графа (см.п.п.1 – 3) [3].

Для реализации данного метода матрица связности B графа G рассматривается как структурная булева матрица, к которой применим аппарат алгебры логики, в частности аппарат преобразования булевых матриц и булевых определителей [4].

Основной операцией структурных преобразований над матрицами, используемых в работе, является произведение двух булевых квадратных матриц порядка n , что приводит к квадратной матрице того же порядка, элементы которой представляют дизъюнкции поэлементных конъюнкций i -ой строки первой матрицы и j -го столбца второй. Так, для матрицы $C = AB$ элементы

$$c_{ij} = (a_{i1} \wedge b_{1j}) \vee (a_{i2} \wedge b_{2j}) \vee \dots \vee (a_{in} \wedge b_{nj}) \quad (1)$$

В результате возведения структурной матрицы B в квадрат получаем новую структурную матрицу B^2 с единицами в диагонали и с элементами γ_{ij}^2 , включающими в виде суммы непосредственное ребро b_{ij} (если оно было) и все пути ранга 2 от узла i к узлу j вида $b_{il}b_{lj}$ (если они существуют). Возведение структурной матрицы B в k -ю степень приводит к новой матрице, в которой каждый элемент будет содержать все пути между узлами i, j ранга g не более k , т.е. $B^k = \bigcup_{ij}^{r \leq k}$. Выполняя данную операцию над B при $k \leq k_{\text{доп.}}$, можно определить все связи между вершинами с учетом ограничения $k_{\text{доп.}}$, что собственно и требуется при решении поставленной задачи.

Для определения показателей R_{ij} , R_{ij}^m , R на основе матрицы B , построим структурную матрицу $A = |a_{ijx}|$ (рис. 3), отличающуюся от матрицы B способом получения элементов a_{ijx} . На практике матрица A формируется следующим образом.

Каждому сформированному в ходе моделирования $G_i \in G$ присваивается свой порядковый номер $\xi_i = 1, \dots, n_g$. Подграфы G_i , образуются случайным образом удалением с возвратом из матрицы B j -го числа ребер ($j=1, 2, 3, \dots$).

В подматрице B_{ξ_i} соответствующего G_i проверяется состояние всех ребер b_{ij} . На месте единичных b_{ij} вписывается порядковый номер ξ_i рассматриваемого G_i , а на месте нулевых ставится символ $\emptyset$. Данная процедура выполняется для всех G_i . Например, если ребро $b_{ij} = 1$ присутствует в подграфах G_i с номерами ξ_2, ξ_5, ξ_9 , тогда элементу $a_{ij\xi}$ присваивается множество номеров: $\xi_i = \{2, 5, 9\}$, число которых равно $|\xi_i| = 3$.

Таким образом, каждый элемент $a_{ij\xi}$ матрицы A представляют собой множество номеров ξ_i тех подграфов $G_i \in G$, в которых вершины i и j непосредственно связаны между собой, т.е. $b_{ij} = 1$. Если в рассматриваемом множестве G_i не существует ни одного G_i , содержащего единичное ребро b_{ij} , то $a_{ij\xi} = \emptyset$.

Геометрической моделью матрицы A служит куб, в котором, как и в случае матрицы B индексам i, j

соответствуют вершины графа G , а на пересечении вместо единичных b_{ij} указывается множество соответствующих номеров $G_i \in G$.

Сформированная матрица A является исходной для определения значений R_{ij} , R_{ij}^m , R (см. пп.1-3). Дальнейшие структурные преобразования (возведения в степень g , которая определяется значением $k_{доп}$) осуществляются над матрицей B . При этом используется правило умножения числовых матриц (1) с той особенностью, что умножение элементов $\wedge$ заменяется их пересечением $\cap$, а суммирование $\vee$ заменяется объединением $\cup$. Таким образом, нахождение элемента a_{ijx} каждой новой матрицы A^g осуществляется с помощью выражения:

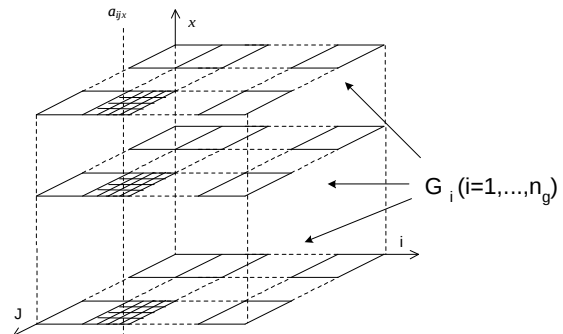


Рис. 3. Структурная матрица A

$$a_{ij} = (a_{i1} \wedge a_{1j}) \vee (a_{i2} \wedge a_{2j}) \vee \dots \vee (a_{in} \wedge a_{nj}) = a_{ij\xi} = \bigcup_{s=1}^n (a_{is\xi} \cap a_{sj\xi}) \quad (2)$$

Матрица $A^{k_{доп}}$ является окончательной для определения параметров (см. п.1-3). Любой элемент a_{ijx} матрицы $A^{k_{доп}}$ содержит множество номеров x_{ij} подграфов G_i , каждый из которых содержит хотя бы один путь (связь) μ_{ij}^g из вершины i в вершину j , удовлетворяющий условию $g \leq k_{доп}$. Таким образом, используя матрицу $A^{k_{доп}}$, определим все необходимые параметры:

$$R_{ij} = |\xi_{ij}| / n_g - \text{вероятность связности одной любой пары узлов графа } G; \quad (3)$$

$$R_{ij}^m = \left| \bigcap_{ij}^m \xi_{ij} \right| / n_g - \text{вероятность связности } m \text{ любых пар узлов } (m = 2, 3, \dots); \quad (4)$$

$$R = \left| \bigcap_{ij}^n \xi_{ij} \right| / n_g - \text{вероятность связности всех вершин графа } G. \quad (5)$$

Для неориентированных графов матрица A симметрична и определение показателей существенно упрощается. Обобщенный алгоритм реализации метода содержит следующие основные этапы:

- формирование массива подграфов G_i ;
- формирование и преобразование структурной матрицы A ;
- определение требуемых параметров R_{ij} , R^m , R .

Как видно, в данном алгоритме отсутствует процедура многократной оценки связности G_i , за счет определения всех требуемых параметров R_{ij} , R^m , R по одному массиву реализаций G_i с помощью выражений (3), (4), (5), что повышает эффективность данного алгоритма.

Исследование критериев оценки мер согласия экспертов позволили сформировать подобные критерии, которые могут быть использованы для оценки структурной надежности распределенных информационных сетей $G = (X, U)$ с множествами узлов X , каналов связи U и системой управления обменом данными [3]. Основным понятием, используемым для оценки надежности сетей связи является связность сети. Под отказом сети понимается событие, при котором происходит нарушение одного или некоторого числа каналов и, как следствие, потеря связности сети в соответствии с принятым критерием.

С учетом терминологии принятой в [3], в качестве наиболее важных критериев надежности, которые могут быть использованы при проектировании и исследовании сетей связи, предложено использовать следующие.

1-1. Вероятность парной связности узлов R_{ij} графа $G = (X, U)$. Данный показатель используется для анализа двухполюсных сетей, в которых осуществляется соединение любых пар узлов, но в различные моменты времени. Считается, что два данных узла связаны, если из множества возможных путей между ними с вероятностью R_{ij} удовлетворяющей условию $R_{ij} \geq R_{доп}$, существует не менее одного пути.

2-2. Вероятность связности определенного числа m любых пар узлов R_{ij}^m . Используется для исследования отдельных фрагментов сети. Между числом m парой узлов осуществляется многополюсное (одновременное) взаимодействие. Сеть функционирует нормально, если на графе $G = (X, U)$ между каждой заданной парой узлов есть не менее одного канала. Вероятность данного состояния R_{ij}^m должна быть не менее допустимого значения, $R_{ij}^m \geq R_{доп}$.

3-3. Вероятность безотказной работы сети в целом R . Данный показатель используется для исследования многополюсных сетей, в которых обмен информации происходит между всеми элементами сети одновременно. Вероятность R должна быть также не менее заданного значения, $R \geq R_{доп}$.

При использовании данных критериев считается: узлы абсолютно надежны; пропускная способность каналов и узлов не ограничена; сообщения между узлами передаются по любым исправным каналам и направлениям через любой узел.

Выводы.

В работе поставлена и решена задача принятия решения группой экспертов. В качестве критерия

приемлемости принятого решения используется мера согласия между экспертами, принимающих решение.

Определены вероятностные характеристики мер согласия, характеризующих специфику взаимодействия экспертов. В качестве модели взаимодействия экспертов предложен распределенный вероятностный граф, построенный на базе частных решений экспертов. Разработан метод оценки мер согласия с учетом вариантов и особенностей взаимодействия экспертов.

В результате анализа мер согласия и взаимодействия экспертов в сетевой модели принятия решения предложены также аналогичные критерии для исследования структурной надежности информационных сетей.

Литература

1. Берников А.Р., Графов Р.П. Согласование экспертных оценок для формирования модели деятельности оператора в тренажерах // Научно-технический и научно производственный журнал «Информационные технологии». – М. – 2003. – № 6. – С. 44-47.
2. Уильям Кокрен. Методы выборочного исследования. – М.: Статистика, 1976. – С. 440.
3. Берников А.Р., Графов Р.П., Савенко О.С. Доопределение специализированной базы данных коллективом экспертов на основе вероятностной оценки меры их согласия // Информационные технологии. – 2007. – № 7
4. Теория сетей связи / Под ред. В.Н. Рогинского. – М.: Радио и связь, 1981. – С. 191.

Надійшла 10.12.2009 р.

УДК 519.832.3

В.В. РОМАНЮК

Хмельницький національний університет

ПРОГРАМНА МАТЛАВ-ФУНКЦІЯ НА ОСНОВІ ТРЬОХ ПРОГРАМНИХ МОДУЛІВ ДЛЯ ПРАКТИЧНОЇ АДАПТАЦІЇ ДИСКРЕТНОЇ БЕЗШУМНОЇ ДУЕЛІ З КОСОСИМЕТРИЧНИМ ЯДРОМ НА ПРАВИЛЬНІЙ РЕШІТЦІ ОДИНИЧНОГО КВАДРАТА З НЕЛІНІЙНИМИ ФУНКЦІЯМИ ВЛУЧНОСТІ

Дано означення дискретної безшумної дуелі з кососиметричним ядром на правильній решітці одиничного квадрата з нелінійними функціями влучності гравців. Побудовано програмну MATLAB-функцію для регуляризації оптимальної поведінки дуелянта у симетричній дискретній безшумній дуелі протягом заданого числа її повторів.

There has been given the definition of the discrete noiseless duel with the skewsymmetric kernel on the regular grid of the unit square with the nonlinear accuracy functions of the players. There has been built the program MATLAB-function for regularizing the optimal behavior of the duelist in the symmetric discrete noiseless duel during the being assigned number of its repeats.

Ключові слова: дискретна безшумна дуель, ядро на одиничному квадраті, MATLAB-функція.

Вступ та постановка проблеми у загальному виді

Стрімке зростання та модифікація потреб сучасного суспільства залишають небагато часу для пошуку нових шляхів задоволення цих потреб. При цьому екстенсивний розвиток не завжди гарантуватиме якісні результати, адже цей спосіб задоволення потреб рано чи пізно досягає своїх меж. Утворені нерівномірним співвідношенням потреб та їх задоволень конфліктні системи мають бути оптимізовані з використанням сучасних прикладних математичних гілок, серед яких центральне місце посідає теорія бескоаліційних ігор. Це відповідає інтенсивному шляху задоволення потреб, які безперервно виникають, зокрема, у соціально-економічних та біо-екологічних системах.

Однією з найпростіших моделей вирішення бескоаліційних конфліктів є антагоністична безшумна дуель, про яку достатньо написано у багатьох джерелах [1 — 7]. Рішення, прийняті на основі розв'язку цієї моделі, дозволяють оптимальним чином скоригувати активність у мікроекономічних процесах, у мікросоціумах, у системах регулювання і контролю екологічної безпеки. Проте відома модель безшумної дуелі, у якій множинами чистих стратегій гравців є сегменти з континуумом точок, не зовсім підходить до опису можливих активних станів у виділених конфліктних системах, де доводиться приймати рішення лише на окремих етапах, як правило, однакової тривалості.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

В абсолютній більшості праць, у яких розглядаються ігрові безшумні дуелі [5 — 7], у якості множини чистих стратегій гравця береться одиничний сегмент $[0; 1]$ числової прямої $\mathbb{R}$. А про практично обґрунтовану дискретизацію цього сегмента не згадується. У роботі [8], яка тут є виключенням, розглядається модель однократного виходу на ринок двох конкуруючих підприємств у рамках ігрової безшумної дуелі, де, як приклад, зображується задача про моделювання виходу цих підприємств на ринок при заданій кількості повторень гри. Результатом згаданої роботи є програмне забезпечення для демонстраційного проведення такого моделювання.