

стандартним. MatLab SDK – це набір бібліотек і функцій мови С, які входять в пакет MatLab і дозволяють реалізувати в програмах мовою С більшість можливостей MatLab. Проте такий підхід має ряд недоліків: по-перше, використання MatLab SDK можливе тільки в С – програмах, по-друге, бібліотеки SDK суттєво збільшують розмір головної програми, по-третє, використання даного способу змушує фактично переписати комп'ютерну модель на мову С (з використанням спеціальних функцій), що ускладнить програму без будь-якого виграшу по швидкості роботи. Використання технології COM може вирішити ці проблеми. Як відомо, більшість програм ОС Windows дають можливість використовувати їх COM-сервери – об'єкти, які інкапсулюють певні функції програми і можуть використовуватися без явного її запуску. Ці об'єкти інколи називають інтерфейсами. MatLab також дає можливість використовувати свої функції через COM-сервер, який називається matlab.application. Даний об'єкт можна створити у всіх сучасних мовах програмування високого рівня (за допомогою функцій CreateOleObject або CreateComObject), але особливо зручним його використання є у мовах Delphi, Visual Basic і C#. Після створення COM-сервера для запуску MatLab-команди потрібно використати всього одну функцію сервера (Execute). Параметром даної функції є довільна команда MatLab.

### Висновки

Запропонована технічна і програмна реалізація комп'ютерної системи оптимального керування відцентровими нагнітачами природного газу дає можливість знаходити оптимальні значення навантаження нагнітачів на основі їх реального технічного стану. Через відкритість і гнучкість використовуваної технології розробки, система легко і швидко адаптується до будь-яких об'єктів (цехів газокompресорних станцій), що існують на сьогоднішній день.

Розроблений варіант системи може бути використаним для керування роботою компресорних станцій з паралельною схемою включення ГПА із газотурбінним чи електроприводом.

### Література

1. Горбійчук М. І. Оптимальне керування роботою нагнітачів природного газу із врахуванням технічного стану ГПА / М. І. Горбійчук, Я. І. Заячук // Східно-Європейський журнал передових технологій. – 2008. – № 4 /3 (34). – С. 22 – 24.
2. Заячук Я.І. Система адаптивного управління процесом компримування природного газу / Я. І. Заячук // Нафтогазова енергетика. – 2008. – № 3 (8). – С. 76 – 81.
3. Горбійчук М.І. Метод ранжування газоперекачувальних агрегатів природного газу за їх технічним станом / М.І. Горбійчук, М.І. Когутяк, Я.І. Заячук // Нафтогазова енергетика. – 2008. – № 1 (6). – С. 131 – 136.
4. Горбійчук М.І. Оптимальний розподіл навантаження між відцентровими нагнітачами природного газу з врахуванням їх технічного стану / М. І. Горбійчук, М. І. Когутяк, Я. І. Заячук // Наукові вісті ІМЕ "Галицька академія". – 2007. – № 1 (11). – С. 131 – 136.
5. Когутяк М.І. Комп'ютерна система поетапного діагностування роботи відцентрових нагнітачів природного газу / М.І. Когутяк, О.А. Скріпка // Нафтогазова енергетика. – 2007. – № 1 (2). – С. 67-71.

Надійшла 11.12.2009 р.

УДК 681.142.2; 622.02.658.284; 621.325

Д.Д. ПЕЛЕСКО, Н.О. КУСТРА, З.Я. ШПАК  
Національний університет «Львівська політехніка»

## МАЙЖЕ ФАКТОРИЗАЦІЯ ГІЛЬБЕРТОВОГО ПРОСТОРУ НА ОСНОВІ МЕТРИКИ ФРОБЕНІУСА ДЛЯ ВИРІШЕННЯ ДЕЯКИХ ЗАДАЧ ОБРОБКИ ЗОБРАЖЕНЬ

*На основі метрики Фробеніуса для набору однотипних зображень побудовано гільбертовий сепарабельний простір вектор-функцій кольору. Майже факторизацією цього простору в сукупності із розв'язком задачі пошуку кореляційного максимуму координат вектор-функції розв'язана задача суміщення зображень в наборі. Майже факторизація здійснюється засобами побудови напівметрики отриманої із метрики Фробеніуса. Запропоновано автоматизацію методу через формулювання задачі пошуку максимуму за метрикою Фробеніуса. Приводяться результати порівняльного аналізу швидкості роботи різних алгоритмів суміщення зображень в наборах.*

*Based on Frobenius metric for a similar images set a separable Hilbert space of vector color functions is created/ An automated method in the formulation of the maximum search problem using metric Frobenius is proposed The results of comparative analysis of the different algorithms speed of combining images in sets are presented.*

Ключові слова: факторизація, Гільбертовий простір, метрика Фробеніуса.

### Вступ

Задача суміщення зображень набору фактично є початковою задачею обробки наборів зображень. Її

практичний результат є вхідними даними для методів подальшої обробки. А тому якість роботи побудованих алгоритмів безпосередньо впливає на результати подальшої обробки.

Іншим важливим чинником, який визначає переваги методів суміщення, є швидкість роботи практичних алгоритмів. Зважаючи, що метод суміщення є початковим етапом обробки, то, очевидно, що час обробки набору в цілому в дуже значній мірі буде визначатись витратами часу на суміщення. Основним недоліком класичного методу кореляційної прив'язки є незадовільна швидкість, яка обумовлена великими обчислювальними затратами. Іншим недоліком методу кореляційної прив'язки є погані результати при роботі у складі динамічних систем. Це зумовлено багатьма причинами, основна з яких це розмитість зображень набору.

Тому актуальним завданням є розробка методів, які б при високій швидкості роботи давали безпомилкові результати суміщення зображень в наборах.

**1. Постановка задачі**

Метою даної роботи є розробка швидкого методу суміщення засобами поєднання майже факторизації гільбертового простору на основі метрики Фробеніуса та задачі пошуку кореляційного максимуму.

Для вирішення цього завдання необхідно:

- на основі метрики Фробеніуса над координатами вектор-функції кольору визначити сепарабельний гільбертовий простір;
- на топологіях зображень набору визначити адитивні групи функціоналів;
- введенням напівметрики майже факторизувати побудований гільбертів сепарабельний простір;
- звузити майже фактор простір гільбертового сепарабельного простору шляхом розв'язання задачі пошуку кореляційного максимуму.

**2. Топології для задачі суміщення зображень набору**

Нехай задано набір  $\mathbf{P}$  однотипних зображень з координатною  $\hat{A}_P = \mathfrak{S}_{\mathcal{X}^{2+,d}}$  та колірною топологіями  $\mathbf{J}_P$  [8]. При цьому треба пам'ятати, що  $\mathbf{J}_P$  індукується  $\hat{A}_P$ . В кожній з цих топологій визначимо скінченні покриття: фреймове  $(\chi_{\mathcal{X}^{2+,d}} | N_\chi) \subseteq \mathfrak{S}_{\mathcal{X}^{2+,d}}$  та індуковане фрагментне  $\mathbf{J}_P$  в  $\mathbf{J}_P$  [1, 4, 8].

Серед зображень набору виберемо довільне зображення, стосовно якого буде здійснюватись операція суміщення. Таке зображення будемо називати *фіксованим*. Для зручності подальшого викладу нехай таке зображення має індекс в наборі рівний 1. Тобто в наборі  $\mathbf{P}$  фіксованим є зображення  $P_{\text{фікс}} = P_1$ . Тоді через  $\mathbf{P}'$  позначимо набір з решти зображень

$$\mathbf{P}' = \mathbf{P} \setminus \{P_1\} = \{P_z\}_{z=2..N}. \tag{1}$$

На  $(\chi_{\mathcal{X}^{2+,d}} | N_\chi)$  визначимо фрейм

$$\mathbf{X}_{\text{fr1,зад}}^{2+,d} = \mathbf{X}_{\text{fr1,зад}}^{2+,d} (\Delta_{x1,\text{зад}}, \Delta_{y1,\text{зад}}, l_{\text{fr1,зад}}, h_{\text{fr1,зад}}), \tag{2}$$

якому на  $P_1$  відповідає індукований фрагмент зображення  $P_{1,\text{зад}} \in \mathbf{J}_P$ .

Вважатимемо, що фреймове покриття  $(\chi_{\mathcal{X}^{2+,d}} | N_\chi)$  гомеоморфне [2, 6] фрейму  $\mathbf{X}_{\text{fr1,зад}}^{2+,d}$  за розмірами. Тут гомеоморфізм за розмірами визначає те, що усі елементи  $(\chi_{\mathcal{X}^{2+,d}} | N_\chi)$  мають розміри  $l_{\text{fr1,зад}}$  і  $h_{\text{fr1,зад}}$ , а відрізняються лише координатами початку.

$3(\chi_{\mathcal{X}^{2+,d}} | N_\chi)$  при заданій  $\hat{A}_P$  сформуємо фреймове покриття набору  $\mathbf{P}'$  за правилом

$$c_{\mathbf{P}'} = \{\chi_z\}_{z=2..N}, (\chi_z | N_\chi) \in \hat{A}_P, \tag{3}$$

де

$$\forall z_1, z_2 \in [2..N]: \chi_{z_1} = \chi_{z_2}; \quad \chi_{z_1}, \chi_{z_2} \in c_{\mathbf{P}'}. \tag{4}$$

Формули (3) і (4) означають, що фреймове покриття  $c_{\mathbf{P}'}$  набору  $\mathbf{P}'$  складається з  $N - 1$  топологічно еквівалентних покриттів  $(\mathbf{X}^{2+,d}, \mathfrak{S}_{\mathcal{X}^{2+,d}})$ , елементи яких ще й рівні за розмірами. При цьому важливо відзначити, що розмірність кожного  $\chi_z$  рівна  $N_\chi$ . Тоді має місце

$$\dim c_{\mathbf{P}'} = (N - 1)N_\chi. \tag{5}$$

і до розгляду треба приймати топологічний простір  $(c_{\mathbf{P}'} | (N - 1)N_\chi)$ .

Фреймове покриття (3) засобом неперервного відображення  $\mathbf{C}$  [7] індукує фрагментне покриття  $\mathbf{J}_{\mathbf{P}'} \subseteq \mathbf{J}_P$ , яке належить топології  $\mathbf{J}_{\mathbf{P}'} \subseteq \mathbf{J}_P$  набору  $\mathbf{P}'$ , за правилом

$$\mathbf{J}_{\mathbf{P}'} = \mathbf{J}_P \setminus \{\mathbf{J}_1\} = \{\mathbf{J}_z\}_{z=2..N}; \quad \mathbf{J}_{\mathbf{P}'} = \mathbf{J}_P \setminus \{\vartheta_1\} = \{\vartheta_z\}_{z=2..N}; \quad \mathbf{J}_{\mathbf{P}'} \subseteq \mathbf{J}'_{\mathbf{P}'} \subseteq \mathbf{J}_P. \tag{6}$$

Фактично  $c_{\mathbf{P}'}$  і  $\mathbf{J}_{\mathbf{P}'}$  виступають звуженнями  $c_{\mathbf{P}}$  і  $\mathbf{J}_P$  відповідно.

Оскільки  $\mathbf{J}_P$  є індуковане неперервним відображенням  $\mathbf{C}$  [7], то визначений для  $(\chi_{\mathcal{X}^{2+,d}} | N_\chi)$  гомеоморфізм (за розмірами) до фрейму  $\mathbf{X}_{\text{fr1,зад}}^{2+,d}$  має місце для елементів просторів  $\mathbf{J}_P$  і  $\mathbf{J}_{\mathbf{P}'}$  до фрагмента

$P_{1, \text{зад}}$ . При цьому для елементів  $J_{\mathbf{P}}$  і  $J_{\mathbf{P}'}$  не існує топологічної еквівалентності подібної до (3). Це означає, що набір  $\mathbf{P}'$  можна подати у вигляді скінченного набору фрагментів  $P_{z,m}$  з розмірами розміри  $l_{\text{fr}1, \text{зад}}$  і  $h_{\text{fr}1, \text{зад}}$

$$\mathbf{P}' = \{P_z\} = \left\{ \left\{ P_{z,m} \mid P_{z,m} = C_{z,m} \left( \mathbf{X}_{\text{fr}z,m}^{2,+d} \right) \right\}_{m=1..N_\chi} \right\}_{z=2..N} ; \quad \forall z,m: \mathbf{X}_{\text{fr}z,m}^{2,+d} \in \chi_z. \quad (7)$$

Значимо, що розмірність кожного  $\vartheta_z$  складає  $N_\chi$ , тобто існує простір  $(\vartheta_z \mid N_\chi)$ . Тоді розмірність  $J_{\mathbf{P}'}$  за (5) складає

$$\dim J_{\mathbf{P}'} = (N-1)N_\chi, \quad (8)$$

і до розгляду треба приймати простір  $(J_{\mathbf{P}'} \mid (N-1)N_\chi)$ .

### 3. Суміщення однотипних зображень набору

#### 3.1. Характеристики зображення, представленні через адитивну групу функціоналів на топології зображення

Першим кроком до розв'язання задачі суміщення зображень в наборі є побудова гільбертового сепарабельного простору і розв'язком задачі його майже факторизації. Для цього нехай на зображенні  $P_z \in \mathbf{P}'$  задано адитивну групу функціоналів при векторній моделі представлення зображень, які визначені на топології  $\chi_z$

$$P_z \rightarrow \Phi_z = \sum_{m=1}^{N_\chi} \Phi_{z,m}; \quad P_{z,m} \rightarrow \Phi_{z,m}, \quad (9)$$

де за векторною моделлю представлення зображення  $\Phi_{z,m}$  є потоком вектор-функції кольору  $\mathbf{C} = (\mathbf{C}^1(\mathbf{X}_z^{2,+d}), \dots, \mathbf{C}^{N_{\text{col}}}(\mathbf{X}_z^{2,+d}))$  крізь фрейм  $\mathbf{X}_{\text{fr}z,m}^{2,+d} \in \chi_z$

$$\Phi_{z,m} = \int_{\mathbf{X}_{\text{fr}z,m}^{2,+d}} \mathbf{C} \cdot d\mathbf{X}_{\text{fr}z,m}^{2,+d}, \quad z = 1..N. \quad (10)$$

Відповідно до (10),  $\Phi_z$  є потоком  $\mathbf{C}$  крізь деяку гіперповерхню  $\mathbf{X}_z^{2,+d}$ .

Для кожного фрагмента  $P_{z,m}$  за (10) характеристикою приймаємо координати вектор функції  $\mathbf{C}$

$$\mathbf{C}_{z,m} = \left( c_{z, \Delta_{x_{z,m}^1} + \Delta_{y_{z,m}^1} + 1}, \dots, c_{z, \Delta_{x_{z,m}^l} + \Delta_{y_{z,m}^l} + 1} \right), \quad (11)$$

на фреймі  $\mathbf{X}_{\text{fr}1, \text{зад}}^{2,+d}$ . Тоді маємо

$$P_{z,m} \rightarrow \mathbf{C}_{z,m}. \quad (12)$$

Якщо для (11) визначити скалярний добуток

$$\langle \mathbf{C}_{z_1}, \mathbf{C}_{z_2} \rangle = \sum_{j=1}^h \sum_{i=1}^l c_{z_1, (i,j)}^d c_{z_2, (i,j)}^d, \quad (13)$$

то можна ввести матричну норму Фробеніуса [4] з метрикою Фробеніуса

$$\|\mathbf{C}_z\|_{\mathbf{C}, \text{Фрб}} = \sqrt{\sum_{j=1}^h \sum_{i=1}^l |c_{z, (i,j)}^d|^2} = \sqrt{\text{Tr} \mathbf{C}_z^\dagger \mathbf{C}_z}; \quad (14)$$

$$d_{\mathbf{C}, \text{Фрб}}(\mathbf{C}_{z_1}, \mathbf{C}_{z_2}) = \sqrt{\sum_{j=1}^h \sum_{i=1}^l |c_{z_1, (i,j)}^d - c_{z_2, (i,j)}^d|^2}, \quad (15)$$

де  $\mathbf{C}_z^\dagger$  – матриця спряжена до  $\mathbf{C}_z$ ;  $\text{Tr}$  – слід матриці [5].

В результаті отримуємо нормований векторний простір  $(\Omega_{\mathbf{C}}, \|\cdot\|_{\mathbf{C}, \text{Фрб}})$ , який, як показано в [4], є гільбертовим та сепарабельним.

#### 3.2. Майже факторизація сепарабельного гільбертового простору $(\Omega_{\mathbf{C}}, \|\cdot\|_{\mathbf{C}, \text{Фрб}})$ .

За напівметрику для задачі майже факторизації [1] у випадку простору  $(J_{\mathbf{P}'} \mid (N-1)N_\chi)$  візьмемо метрику Фробеніуса (15), розрахункова формула якої матиме вид

$$\forall P_{z,m} \in J_{\mathbf{P}'} : d_{\mathbf{C}, \text{Фрб}, \text{fr}}(P_{z,m}, P_{1, \text{зад}}) = \sqrt{\sum_{j=\Delta_{y_{z,m}^1} + h_{\text{fr}1, \text{зад}}}^{\Delta_{y_{z,m}^h} + h_{\text{fr}1, \text{зад}}} \sum_{i=\Delta_{x_{z,m}^1} + 1}^{\Delta_{x_{z,m}^l} + h_{\text{fr}1, \text{зад}}} |c_{z, (i,j)}^d - c_{1, \text{зад}}^d(i,j)|^2}. \quad (16)$$

#### Твердження.

Метрика (16) є напівметрикою простору  $(J_{\mathbf{P}'} \mid (N-1)N_\chi)$ .

#### Доведення.

▼

Визначення (16) як метрики (метрики Фробеніуса) доведено в [4].

Відношення еквівалентності як умова напівметрики, впливає з того, що для характеристики (3) можлива ситуація, коли

$$\exists z \in [2..N], m \in [2..N_\chi]: C_{z,m} = C_{1,зad} . \tag{17}$$

Це означає, що для  $P_{z,m} \neq P_{1,зad}$  має місце

$$d_{C,Фр6,fr}(P_{z,m}, P_{1,зad}) = 0, \tag{18}$$

що визначає метрику (16) як напівметрику.

W

Тоді майже факторизації полягає у побудову майже фактор простору  $J_{(J_{P'|(N-1)N_\chi}, d_{C,Фр6,fr})} /^{-\epsilon}$ , для кожної характеристики за допомогою видозміненої (18)

$$\forall P_{z,m} \in J_{(J_{P'|(N-1)N_\chi}, d_{C,Фр6,fr})} /^{-\epsilon}, d_{C,Фр6,fr}(P_{z,m}, P_{1,зad}) \leq \epsilon . \tag{19}$$

Простір  $J_{(J_{P'|(N-1)N_\chi}, d_{C,Фр6,fr})} /^{-\epsilon}$  розмірності  $\dim J_{(J_{P'|(N-1)N_\chi}, d_{C,Фр6,fr})} /^{-\epsilon} = N_\chi /^{-\epsilon}$  з мірою

$$\mu(\vartheta_{(\vartheta_P|N_\chi),d,fr} /^{-\epsilon}) \leq \mu(\vartheta_P), \tag{20}$$

треба розглядати набором “підозрілих” на подібність (за (19)) до  $P_{1,зad}$  фрагментів з  $P'$ , для якого мають місце нерівності

$$\forall \vartheta_z \in J_{(J_{P'|(N-1)N_\chi}, d_{C,Фр6,fr})} /^{-\epsilon}: \dim \vartheta_z \leq N_\chi; \tag{21}$$

$$\dim J_{(J_{P'|(N-1)N_\chi}, d_{C,Фр6,fr})} /^{-\epsilon} \leq \dim J_{P'} = (N-1)N_\chi . \tag{22}$$

Простір  $J_{(J_{P'|(N-1)N_\chi}, d_{C,Фр6,fr})} /^{-\epsilon}$  індукується майже фактор простором  $C_{(C_{P'|(N-1)N_\chi}, d_{C,Фр6,fr})} /^{-\epsilon}$

$$\left( C_{(C_{P'|(N-1)N_\chi}, d_{C,Фр6,fr})} /^{-\epsilon} \mid \dim J_{(J_{P'|(N-1)N_\chi}, d_{C,Фр6,fr})} /^{-\epsilon} \right) \subseteq (C_{P'} \mid (N-1)N_\chi); \tag{23}$$

то (21) означає, що через розв’язання задачі майже факторизації вдалось звузити простори  $(J_{P'} \mid (N-1)N_\chi)$  і  $(C_{P'} \mid (N-1)N_\chi)$  відповідно.

### 3.3. Задача пошуку кореляційного максимуму на майже фактор просторі $J_{(J_{P'|(N-1)N_\chi}, d_{C,Фр6,fr})} /^{-\epsilon}$

Наступним кроком є звуження пар просторів  $J_{(J_{P'|(N-1)N_\chi}, d_{C,Фр6,fr})} /^{-\epsilon}$  і  $C_{(C_{P'|(N-1)N_\chi}, d_{C,Фр6,fr})} /^{-\epsilon}$  до одного фрейму через вирішення задачі пошуку кореляційного максимуму. Для звуження пар просторів  $J_{(J_{P'|(N-1)N_\chi}, d_{C,Фр6,fr})} /^{-\epsilon}$  і  $C_{(C_{P'|(N-1)N_\chi}, d_{C,Фр6,fr})} /^{-\epsilon}$  до одного фрейму через вирішення задачі пошуку кореляційного максимуму введемо до розгляду метрику

$$\forall P_{z,m} \in J_{P'}: d_{r_{max},fr}(P_{z,m}, P_{1,зad}) = r(P_{z,m}, P_{1,зad}), \tag{24}$$

де  $r(P_{z,m}, P_{1,зad})$  – кореляції [10] між значеннями кольору (чи інтенсивності) фрагменту  $P_{z,m}$  із заданим  $P_{1,зad}$ . Розрахункова формула для  $r(P_{z,m}, P_{1,зad})$  має вид

$$r_{z,m}(P_{1,зad}, P_{z,m}) = \frac{M(P_{1,зad}, P_{z,m}) - M P_{1,зad} M P_{z,m}}{\sigma_{P_{1,зad}} \sigma_{P_{z,m}}}; m = 1..N_\chi; z = 2..N, \tag{25}$$

де  $C_{1,зad,(i,j)}^d$  – значення кольору фрагмента  $P_{1,зad}$ ;  $N_\chi$  – розмірність покриттів  $\chi_z \in C_{(C_{P'|(N-1)N_\chi}, d_{C,Фр6,fr})} /^{-\epsilon}$  та  $\vartheta_z \in J_{(J_{P'|(N-1)N_\chi}, d_{C,Фр6,fr})} /^{-\epsilon}$ ;  $\sigma$  – символ середньоквадратичного відхилення.

В результаті (25) для кожного  $\chi_z \in C_{(C_{P'|(N-1)N_\chi}, d_{C,Фр6,fr})} /^{-\epsilon}$  та  $\vartheta_z \in J_{(J_{P'|(N-1)N_\chi}, d_{C,Фр6,fr})} /^{-\epsilon}$  отримуємо набір значень кореляцій  $r_{z,m}(P_{1,зad}, P_{z,m})$ , які є характеристиками фрагментів  $P_{z,m} \in \vartheta_z$

$$\left( \begin{matrix} \chi_z \\ \vartheta_z \end{matrix} \right) \rightarrow \{r_{z,m}(P_{1,зad}, P_{z,m})\}_{m=1..N_\chi}, z = 2..N; \chi_z \in C_{(C_{P'|(N-1)N_\chi}, d_{C,Фр6,fr})} /^{-\epsilon}; \vartheta_z \in J_{(J_{P'|(N-1)N_\chi}, d_{C,Фр6,fr})} /^{-\epsilon}. \tag{26}$$

На наборі  $\{r_{z,m}(P_{1,зad}, P_{z,m})\}$  для кожного  $z$  вирішуємо задачу пошуку кореляційного максимуму із заданим  $P_{1,зad}$

$$I_{r,max} = \left\{ \max_m (r_{z,m}(P_{1,зad}, P_{z,m})) \neq 0 \right\}_{z=2..N} \tag{27}$$

У випадку, якщо ненульового кореляційного максимуму при заданому  $z$ , не існує, то це зображення видаляється з набору і в подальшому розв’язанні задачі суміщення не розглядається. Надалі вважатимемо, що для будь-якого  $z$  ненульова кореляція існує.

За (26) знаходимо відповідний  $P_{z,m} \in \vartheta_z \in J_{(J_{P'}|(N-1)N_z),d_{D,fr}} / \sim^\epsilon$  і формуємо остаточні набори

$$J_{P'_{\max r}} = \{P_{z,m} | P_{z,m} \rightarrow I_{r,\max}\}_{z=2..N}, \quad (28)$$

$$C_{P'_{\max r}} = \{X_{fr,z,m}^{2+,d} | P_{z,m} = C(X_{fr,z,m}^{2+,d}), P_{z,m} \in J_{P'_{\max r}}\}_{z=2..N}. \quad (29)$$

Оскільки розмірність  $I_{r,\max}$  рівна  $N-2$ , то

$$\dim C_{P'_{\max r}} = \dim J_{P'_{\max r}} = N-2. \quad (30)$$

Очевидно, що  $J_{P'_{\max r}} \subset J_{(J_{P'}|(N-1)N_z),d_{C,Фр6,fr}} / \sim^\epsilon \subseteq J_{P'} \subseteq J_P$  належить топологіям  $J_{P'}$  та  $J_P$ . Аналогічно для координатної області вирішена задача побудови  $C_{P'_{\max r}}$  такого, що  $C_{P'_{\max r}} \subset C_{(C_{P'}|(N-1)N_z),d_{C,Фр6,fr}} / \sim^\epsilon \subseteq C_{P'} \subseteq C_P$ .

Фрагментний набір  $(J_{P'_{\max r}} | N-2)$  є результатом двоетапного звуженням  $J_P$  до  $N-2$  фрагментів, кожен з яких відповідає окремому  $P_z$  набору  $P'$ .

Подібно до  $(J_{P'_{\max r}} | N-2)$ , фреймовий набір  $(C_{P'_{\max r}} | N-2)$  є результатом звуження  $C_P$  і містить для кожного  $z$  по одному фрейму  $X_{fr,z,m}^{2+,d}$ . Фрагменти, які належать  $(J_{P'_{\max r}} | N-2)$  є рішенням задачі пошуку за зразком.

За фреймовим набором  $(C_{P'_{\max r}} | N-2)$ , як зміщення між фрагментами  $P_{z,m}$  і  $P_{1,зад}$ , знаходимо зміщення по осях  $x - \Delta_{x,(1,z)}$  та по  $y - \Delta_{y,(1,z)}$  кожного зображення набору  $P'$  відносно  $P_1$ ,

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta_{x,(1,z)} = \Delta_{x,z,m} - \Delta_{x,1,зад} \\ \Delta_{y,(1,z)} = \Delta_{y,z,m} - \Delta_{y,1,зад} \end{array} \right\}_{z=2..N}; \quad X_{fr,z,m}^{2+,d} \in C_{P'_{\max r}}. \quad (31)$$

Звертаємо увагу на те, що зміщення  $\Delta_{x,(1,z)}, \Delta_{y,(1,z)} \in \mathbb{N}$  можуть набувати як додатних так і від'ємних значень.

### 3.4. Автоматизації методу суміщення на основі майже факторизації простору $(\Omega_C, \|\cdot\|_{C,Фр6})$ .

Суть автоматизації полягає у тому, що задача суміщення розв'язується подібно до задачі пошуку кореляційного максимуму (п.3.3), тобто одноетапно способом пошуку максимуму за метрикою (16). Основною перевагою над двоетапним підходом є, повне уникнення задачі пошуку кореляційного максимуму.

З іншого боку розрахунок кореляційних залежностей можна залишити з метою перевірки чи уточнення остаточних результатів. При цьому значення кореляції із  $P_{1,зад}$  буде обчислюватись лише для дуже малої кількості фрагментів для кожного  $P_z$ . А це також є суттєвим зменшенням обчислень в порівнянні із звуженням майже фактор просторів.

Наведемо математичний опис автоматизованого методу суміщення за метрикою Фробеніуса.

При заданому наборі вхідних даних видозмінимо представлення (26)

$$\left( \begin{array}{c} \chi_z \\ \vartheta_z \end{array} \right) \rightarrow \{d_{C,Фр6,fr}(P_{z,m}, P_{1,зад})\}_{m=1..N_{kz}}, \quad z = 2..N; \quad \chi_z \in C_{P'}; \quad \vartheta_z \in J_{P'}. \quad (32)$$

На наборі  $\{d_{C,Фр6,fr}(P_{z,m}, P_{1,зад})\}$  для кожного  $z$  вирішуємо задачу пошуку максимуму метрики  $d_{C,Фр6,fr}$  із заданим  $P_{1,зад}$

$$\left\{ \max_m (d_{C,Фр6,fr}(P_{z,m}, P_{1,зад})) \neq 0 \right\}_{z=2..N}. \quad (33)$$

Таких максимумів може існувати декілька. Тоді через вирішення задачі (33) їх кількість можна звести до одного для кожного  $z$ .

За (33) знаходимо відповідний  $P_{z,m} \in \vartheta_z \in J_{P'}$  і формуємо остаточний набір фрагментів

$$J_{P'_{\max r}} = \left\{ P_{z,m} | P_{z,m} \rightarrow \max_m (d_{C,Фр6,fr}(P_{z,m}, P_{1,зад})) \right\}_{z=2..N}, \quad (34)$$

та відповідний набір фреймів  $C_{P'_{\max r}}$  з розмірностями (30). Надалі за (31) знаходимо зміщення для кожного  $P_z$ .

Зауважимо, що у випадку існування декількох максимумів, може не існувати ненульової кореляції. Тоді задача не має розв'язку. Проте такий випадок є малоїмовірний і на практиці майже не зустрічається.

У запропонованому покращенні методу, можлива перевірка результатів. З цією метою можна ввести розрахунок кореляції (якщо кореляції до цього моменту не обчислювались) для фрагментів простору  $(J_{P'_{\max r}} | N-2)$ . У випадку коли для деяких  $z$  кореляція є нульовою, то приймається що зміщення для відповідного  $P_z$  не знайдено.

### 4. Результати практичних експериментів суміщення зображень набору представлених скінченною енергією сигналу

За викладеними теоретичними дослідженнями розроблено практичну реалізацію методу суміщення зображень набору на основі майже факторизації простору гільбертового простору  $(\Omega_C, \|\cdot\|_{C, \text{Фрб}})$ .

На рис. 1 наведено результати суміщення НШЗЗ (набору штучно згенерованих зображень, тобто зображень отриманих як модифікації деякого наперед заданого). Характеристики НШЗЗ є такими: розмірність набору –  $N = 88$ ; зображення в градаціях сірого; розмірність кожного зображення –  $l = 34 \times h = 54$  пікселів;  $P_{\text{фікс}} = P_0$ . Параметри заданого фрейму  $\mathbf{X}_{\text{Фр0, зад}}^{2+, d} : \Delta_{x,0, \text{зад}} = \Delta_{y,0, \text{зад}} = 10$ ;  $l_{\text{Фр0, зад}} = h_{\text{Фр0, зад}} = 10$ ;  $\epsilon = 0.001$ . Індесування зображень в  $\mathbf{P}$  розпочинається з нуля, тобто  $\mathbf{P}' = \{P_1, \dots, P_{88}\}$ . Заданий фрагмент на  $P_0$  виділено червоним (рис. 1).



Рис. 1. Результати суміщення НШЗЗ за алгоритмом побудованим на основі майже факторизації простору гільбертового простору  $(\Omega_C, \|\cdot\|_{C, \text{Фрб}})$

На рис. 2 приведено графік приросту у відсотках пришвидшення роботи методу на основі розробленого методу в порівнянні з методом кореляційної прив'язки для суміщення НШЗЗ. Характеристики НШЗЗ є такими: розмірність набору – змінна; зображення в градаціях сірого; розмірність кожного зображення –  $l = 34 \times h = 54$  пікселів;  $P_{\text{фікс}} = P_0$ . Параметри заданого фрейму  $\mathbf{X}_{\text{Фр0, зад}}^{2+, d} : \Delta_{x,0, \text{зад}} = \Delta_{y,0, \text{зад}} = 10$ ;  $l_{\text{Фр0, зад}} = h_{\text{Фр0, зад}} = 10$ ;  $\epsilon = 0.01$ .

На рис. 3 наведено залежність розробленого методу від параметра майже факторизації  $\epsilon$ . Для дослідження його впливу вибирався НРОЗ (набору реально отриманих зображень) з такими характеристиками: розмірність набору –  $N = 11$  зображень; зображення в градаціях сірого; розмірність кожного зображення –  $l = 34 \times h = 54$  пікселів;  $P_{\text{фікс}} = P_0$ . Параметри заданого фрейму  $\mathbf{X}_{\text{Фр0, зад}}^{2+, d} :$

$$\Delta_{x,0, \text{зад}} = \Delta_{y,0, \text{зад}} = 10; \quad l_{\text{Фр0, зад}} = h_{\text{Фр0, зад}} = 10; \quad \epsilon -$$

змінний. Вибір НРОЗ зумовлений, тим, щоб при суміщенні виникали помилки, чого не можливо у випадку НШЗЗ. При цьому помилкою вважалось відсутність та неправильність шуканого фрейму. Правильний фрейм знаходився за класичною задачею кореляційного максимуму. З результатів наведених на рис. 3 випливає, що розроблений метод є найбільш залежний від  $\epsilon$ . А тому його використання передбачає дуже прецизійне визначення параметра майже факторизації, чого не у випадках інших методів.

На відміну від відомих для розробленого методу, залежність від  $\epsilon$  має різко сходинковий характер, тобто до певний значень  $\epsilon$  майже усі знайдені зміщеннями є помилковими, а після деякого, порогового значення – помилки повністю відсутні. Такого порогового значення  $\epsilon$  у жодного методу немає. Тому у випадку методу Фробеніуса можлива повна автоматизації процесу суміщення, тобто така модифікація

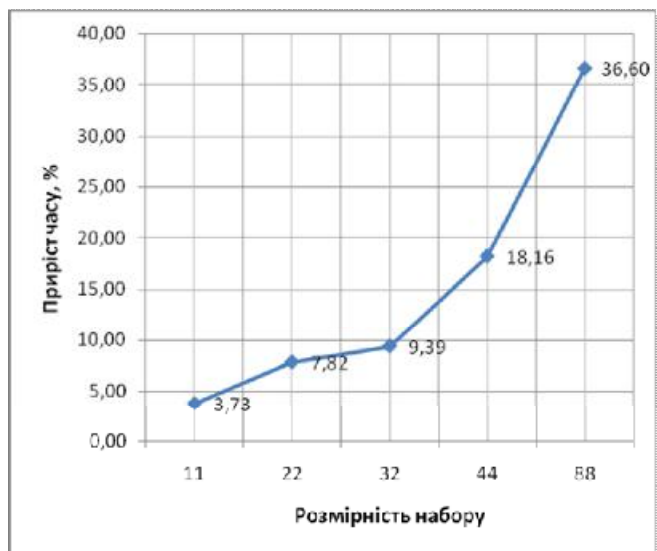


Рис. 2. Порівняння часу роботи алгоритму суміщення НШЗЗ на основі методів кореляційної прив'язки і методу на основі майже факторизації простору гільбертового простору  $(\Omega_C, \|\cdot\|_{C, \text{Фрб}})$

методу, яка дозволяє автоматизувати пошук  $\epsilon$  через збільшення його значення до тих пір, доки не зникнуть помилки. При цьому запасу по швидкості повинно вистарчити на те, щоб залишиться одним із найшвидших методів, адже підняття порогу, не передбачає повторного розрахунку характеристик. Тому падіння швидкості не повинно бути дуже сильним.

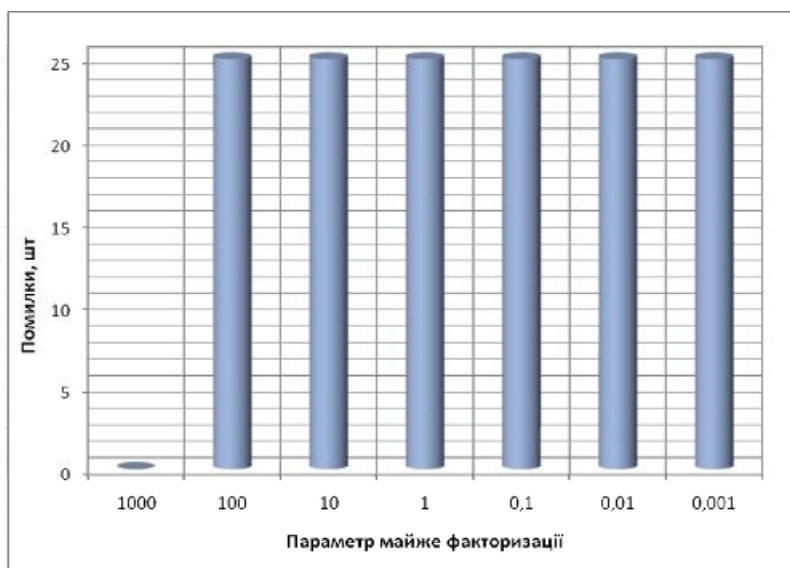


Рис. 3. Кількість помилок роботи алгоритму залежно від параметра майже факторизації

## Висновки

Розроблений на основі майже факторизації простору  $(\Omega_C, \|\cdot\|_{C, \text{Фрб}})$  метод суміщення однотипних зображень дає можливість здійснити вирівнювання зображень набору в межах пікселя в горизонтальному та вертикальному напрямках. Суміщення саме в цих напрямках перевірено на практиці. Проте жодних теоретичних обмежень не існує для використання цих методів стосовно усього набору афінних перетворень.

Розроблений метод однаково ефективно працює у випадках будь-яких типів зображень. При цьому немає потреби здійснювати окремий аналіз за виокремленими складовими вектор-функції кольору. Як показали результати практичних експериментів, для побудови при розробці практичних алгоритмів суміщення можна використовувати інтегральні значення кольору і тим самим пришвидшувати роботу методу в цілому.

Розроблений метод суміщення за умови правильного попереднього вибору параметра майже факторизації демонструє достатню для використання у системах реального швидкість роботи. Додатково існує можливість автоматизувати вибір параметра майже факторизації або звести задачу суміщення до розв'язання задачі пошуку максимуму за метрикою Фробеніуса. При цьому падіння швидкості роботи алгоритмів не є дуже суттєвим.

## Література

1. Александров П. С. Введение в теорию множеств и общую топологию / Александров П. С. – М.: Наука, 1977. – 368 с.
2. Гусейн-Заде С.М. Лекции по дифференциальной геометрии / Гусейн-Заде С.М. – М.: Изд-во МГУ, 2001. – 464 с.
3. Боюн В.П. Динамическая теория информации. Основы и приложения / Боюн В.П. – Киев: Ин-т кибернетики им. В.М.Глушкова НАН Украины, 2001. – 326 с.
4. Милнор Дж. Дифференциальная топология / Дж. Милнор, А. М. Уоллес. – М.: Мир, 1972. – 279 с.
5. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисление / Пискунов Н. С. – М.: «Наука» Главная редакция физико-математической литературы, 1972. – Т. 2. – 572 с.
6. Класифікація моделей представлення зображень та наборів зображень як стохастичних зображень та полів: матеріали науково-практичної конференції [“Інтелектуальні системи прийняття рішень та проблеми обчислювального інтелекту ISDMCI’2009”], (Євпаторія, 18-22 травня 2009) / Херсонський морський інститут. – Херсон: Видавництво Херсонського морського інституту, 2009. – Т. 2. – С. 401-405.
7. Пелешко Д.Д. Топології зображень та наборів зображень / Д. Пелешко // Науковий вісник НЛТУ України: збірник науково-технічних праць. – 2009. – Вип. 19.4. – С. 236-242.
8. Шлезингер М.М., Святогор Л.А. О построение эталонов для корреляционных читающих автоматов: III Всесоюзная конференция по информационно-поисковым системам и автоматизированной обработке научно-технической информации. Т. 3. – М.: Всесоюз. Ин-т науч. и техн. информации, 1967. – С. 129-139.

9. Рашкевич Ю. Центрування зображень на основі методів кореляційного аналізу / Ю. Рашкевич, Б. Демида, Д. Пелешко, Н. Кустра // Збірник наукових праць Інституту проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є.Пухова. – 2005. – Вип. 29. – С. 121-128.

10. Адитивні групи функціоналів визначених на топологіях зображень: матеріали міжнародної науково-технічної конференції [“Комп’ютерні науки та інформаційні технології CSIT’2009”], (Львів, 15-17 жовтня 2009) / Національний університет «Львівська політехніка». – Львів: Видавництво НУ «ЛП», 2009. – С. 123-126.

Надійшла 13.12.2009 р.

УДК 612.317

В.Р. ЛЮБЧИК, М.В. МИКОЛЮК  
Хмельницький національний університет

## ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОХОДЖЕННЯ ГАРМОНІЙНИХ СИГНАЛІВ В ДОВГІЙ ЛІНІЇ ЗА НАЯВНОСТІ АКТИВНОГО І РЕАКТИВНОГО НАВАНТАЖЕНЬ В РІЗНИХ ТОЧКАХ ЛІНІЇ

Стаття присвячена дослідженню проходження гармонійних сигналів по довгій лінії за наявності в ній двох навантажень із активним і реактивним характером розташованих на різних відстанях. Отримані аналітичні співвідношення які дозволили побудувати амплітудно-частотні та фазочастотні характеристики сумарних відбитих сигналів за наявності навантажень з активним та реактивним (ємнісним або індуктивним) характером.

*The article is devoted research of passing of harmonious signals on a long line at presence of in it two loadings with active and reactive character of located on different distances. Analytical correlations are got which allowed to build gain-frequency and fazochastotni descriptions of the total reflected signals at presence of loadings with active and reactive (by a capacity or inductive) character.*

Ключові слова: гармонійний сигнал, реактивні та активні навантаження.

**Вступ.** Питанням фазової дальнометрії присвячено досить багато робіт. Останніми розробками є багатошкільний метод вимірювання, який дозволяє покращити точність вимірювання, шляхом проведення вимірювань із застосуванням вищих частот та усунення фазової неоднозначності. Проте цей метод дозволяє вимірювати відстань лише до одного об’єкту [1].

У новітніх науково-технічних роботах був розроблений фазовий метод вимірювання відстаней до трьох об’єктів з активним характером. Даний метод розрахунку параметрів трьох сигналів, відбитих від об’єктів вимірювання і розташованих на одному напрямку, дозволяє знаходити відстані до трьох об’єктів з активним характером аналітично, ґрунтуючись на вимірюванні амплітуд і фаз відбитих гармонійних сигналів на трьох частотах.

Проте усі ці методи мають свої недоліки. Так багатошкільний і аналітичний методи дозволяють вимірювати відстані до одного, до двох та до трьох об’єктів з активним характером відбиття [1-6].

Так, було доведено, що у випадку наявності декількох об’єктів вимірювання з різним характером відбиття (реактивним та активним) сигнали відбиті від кожного об’єкту складаються, причому, якщо кожний відбитий сигнал представити у векторному вигляді, то сумарний сигнал є векторною сумою усіх сигналів. Для розробки фазового методу вимірювання відстаней до об’єктів із активним і реактивним характерами, необхідно дослідити як проходять гармонійні сигнали по довгій лінії за наявності навантажень із різним характером розташованих в різних точках лінії, аналогічно теорії довгих ліній [7].

**Основна частина.** Для розробки методу вимірювання відстаней фазочастотним методом розглянемо процес утворення сумарного відбитого сигналу. Розглянемо еквівалентну схему лінії з неоднорідностями з реактивним та активним характером (рис. 1).

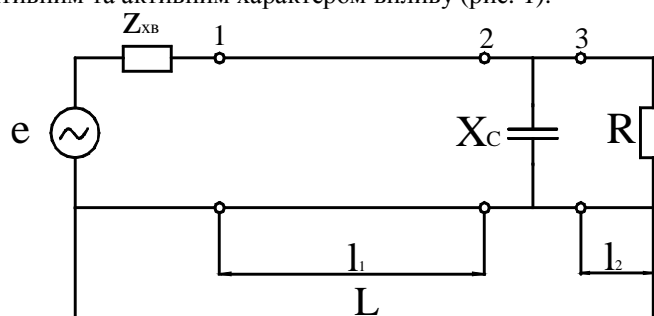


Рис. 1. Еквівалентна схема лінії з неоднорідностями з реактивним та активним характером

До початку відрізка підключено джерело гармонійних сигналів. Якщо з початку середовища розповсюдження генерувати гармонійний сигнал з довжиною хвилі рівній довжині відрізка  $L$ , то в цьому