

1. Джонсон Д.Х. Применение методов спектрального оценивания к задачам определения угловых координат источников излучения // ТИИЭР. – 1982. – Т. 70, № 9. – С. 126-139.
2. Дрогалин В.В., Меркулов В.И., Радзивилов В.А., Фёдоров И.В., Чернов М.В. Алгоритмы оценивания угловых координат источников излучений, основанные на методах спектрального анализа // Успехи современной радиоэлектроники. – 1998. – № 2. – С. 3-17.
3. Зелкин Е.Г., Соколов В.Г. Методы синтеза антенн: Фазированные антенные решетки и антенны с непрерывным раскрытием. – М.: Сов. Радио, 1980. – 296 с.: ил.
4. Шевченко В.Н. Двумерная цифровая обработка сигналов в антенных решетках методом коротких свёрток // Антенны. – 2002. – № 12 (67). – С. 18-22.
5. Смирнов Ю.А. Радиотехническая разведка. – М.: Воениздат, 2001. – 456 с.: ил.
6. Обработка сигналов в многоканальных РЛС / А.П. Лукошин, С.С. Каринский, А.А. Шаталов и др.; Под ред. А.П. Лукошина. – М.: Радио и связь, 1983. – 328 с.: ил.
7. Леонов А.И., Фомичёв К.И. Моноимпульсная радиолокация. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 1984. – 312 с., ил.
8. Ципоренко В.В. Цифровой метод широкополосного спектрального дисперсионно-корреляционного пеленгования радиовипромінювань / В.В. Ципоренко // Вісник ЖДТУ. Технічні науки. – 2009. – № III (50). – С. 185-193.

Надійшла 4.2.2010 р.

УДК 681.51.033

П.М. ГАЛАЙ, А.М. СІЛЬВЕСТРОВ

Полтавський національний технічний університет ім. Ю. Кондратюка  
Національний технічний університет України «КПІ»

## АЛГОРИТМ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ЗОНИ НЕЧУТЛИВОСТІ НЕЛІНІЙНИХ СИСТЕМ

*Запропонований простий для обчислення алгоритм ідентифікації нелінійностей. Алгоритм синтезований на основі математичних виразів. Він дозволяє оцінити величину зони нечутливості класу статичних характеристик з високою точністю. Алгоритм призначений для використання в системах діагностики технічних об'єктів при їх виробництві і експлуатації.*

*A simple for a calculation observer identifier nelineynostey is offered. An algorithm of sintezovaniy is on the basis of mathematical expressions. He allows to estimate the size of area of insensitivity of class of static kharakteristik with high exactness. An algorithm is intended for using in the systems of diagnostics of technical objects for their production and exploitation.*

Ключові слова: нелінійність, параметри, ідентифікація, алгоритм, діагностика, випробування.

### Вступ

Розроблення, виробництво і експлуатація складних об'єктів і систем обумовили необхідність створення автоматизованих систем контролю і діагностики, як засобу для оперативного отримання інформації про технічний стан і прийняття на цій основі відповідних рішень. Перспективними є цілеорієнтовані системи побудовані на основі інформаційних технологій з метою підвищення надійності і конкурентоздатності на ринку продукції [1]. При дослідженні нелінійних систем широко застосовується відомий метод гармонійної лінеаризації [2]. Для синтезу алгоритму ідентифікації користуємося визначенням коефіцієнтів гармонік ряду Фур'є [3]. Проте в літературі розглянуті частинні випадки і значно спрощені характеристики нелінійностей. На практиці нелінійна статична характеристика має більш складний вигляд (рис. 1), коли центр зони нечутливості  $S_0$  зміщений відносно нульового значення вхідного гармонічного сигналу, коефіцієнти нахилу гілок статичної характеристики не рівні між собою ( $K_1 \neq K_2$ ) і має місце несиметричність зони насичення ( $B_1 \neq B_2$ ). Щоб розв'язати ці складні задачі потрібно розробити математичне обґрунтування параметрів сигналів як на вході так і виході нелінійності з урахуванням нерегулярності і наявності шумів.

### Постановка завдання

Метою дослідження є синтез алгоритму ідентифікації нелінійності на основі отримання сукупності характерних точок її статичної характеристики і їх статистичного опрацювання для розімкнутих і замкнутих систем.

### Результати дослідження

Розглянемо аналітичне визначення амплітуди першої гармоніки сигналу з виходу об'єкта, що представляє собою безінерційну ланку з однозначною статичною характеристикою, при подачі на вхід гармонійного сигналу  $x_{BX} = A \sin \omega t$  і приведемо графічну інтерпретацію проходження сигналу через нелінійний елемент (рис. 1).

У відповідності з припущеннями, прийнятими в методі гармонічної лінеаризації, вихідний сигнал об'єкта представляє собою першу гармоніку розкладання в ряд Фур'є:

$$y_{\text{ВХ}}(t) = f(x_{\text{ВХ}}) = f(A \sin \omega t) \approx y_{\text{ВХ}} \delta_1 = q(A) \sin \omega t + b(A) \cos \omega t, \quad (1)$$

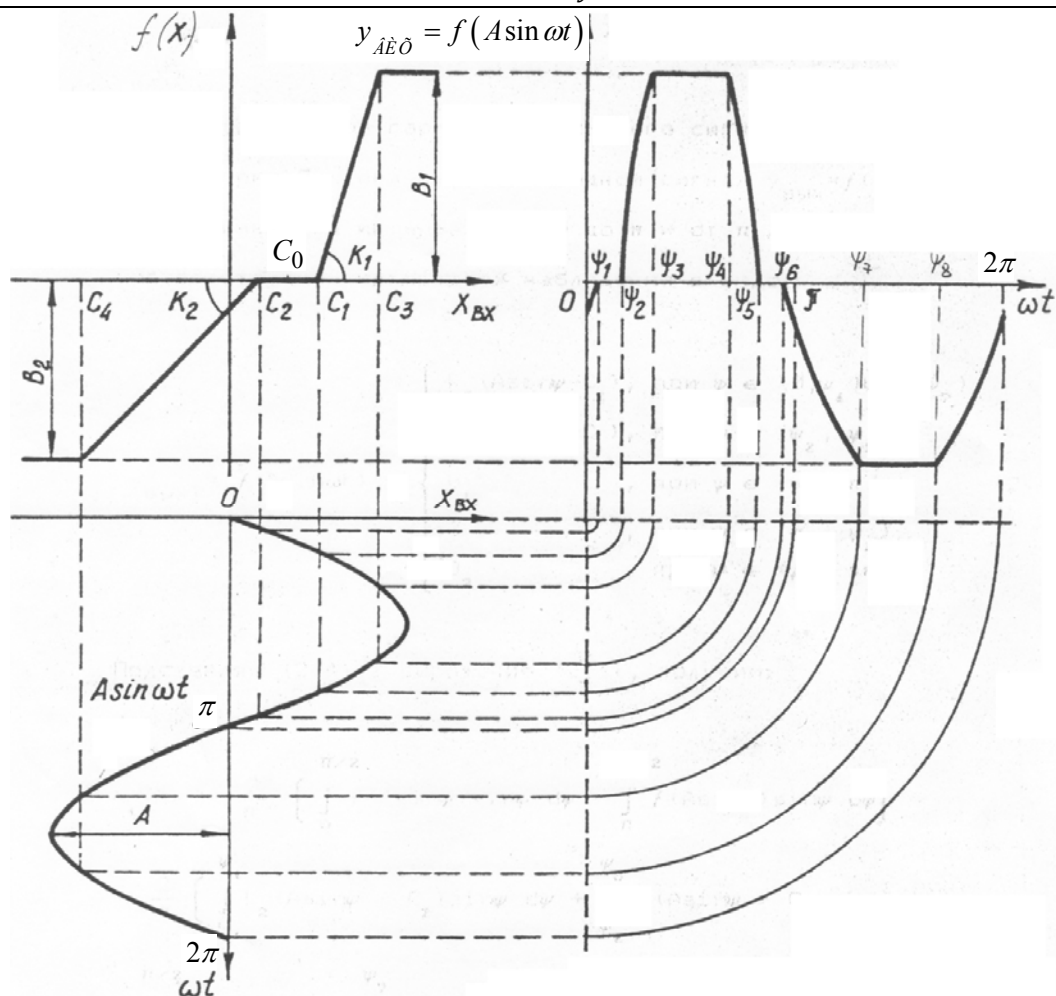


Рис. 1. Геометрична інтерпретація проходження гармонічного сигналу через нелінійний елемент

де

$$\begin{cases} q(A) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(A \sin \omega t) \sin \omega t d \omega t ; \\ b(a) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(A \sin \omega t) \cos \omega t d \omega t , \end{cases} \quad (2)$$

коефіцієнти першої гармоніки ряду Фур'є. Оскільки характеристика нелінійності однозначна, то  $b(A) = 0$  і зсув фаз між вхідним і вихідним сигналами відсутній,  $\varphi(A) = 0$ . Тоді

$$y_{A\hat{E}\hat{O}1} = A_1(A) \sin \omega t ,$$

де

$$A_1(A) = q(A) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(A \sin \omega t) \sin \omega t d \omega t \quad (3)$$

– амплітуда першої гармоніки вихідного сигналу.

Із рис. 1 видно, що вихідний сигнал  $y_{A\hat{E}\hat{O}} = f(x_{BX})$  являється несиметричним на інтервалах від 0 до  $\pi$  і від  $\pi$  до  $2\pi$  і описується у відповідних інтервалах спостереження у вигляді:

$$y_{A\hat{E}\hat{O}} = f(A \sin \omega t) = \begin{cases} K_2(A \sin \psi - C_2) \text{ і } \delta \text{è } \psi \in (0, \psi_1) \cup (\pi, \psi_7); \\ K_1(A \sin \psi - C_1) \text{ і } \delta \text{è } \psi \in (\psi_2, \psi_3); \\ B_1 \text{ і } \delta \text{è } \psi \in (\psi_3, \pi/2); \\ 0 \text{ і } \delta \text{è } \psi \in (\psi_1, \psi_2); \\ B_2 \text{ і } \delta \text{è } \psi \in (\psi_7, 3\pi/2); \end{cases} \quad (4)$$

$$\psi_1 = \arcsin \frac{C_2}{A}; \psi_2 = \arcsin \frac{C_1}{A}; \psi_3 = \arcsin \left[ \frac{C_1 + \frac{B_1}{K_1}}{A} \right]; \psi_4 = \pi - \psi_3; \psi_5 = \pi - \psi_2; \psi_6 = \pi - \psi_1;$$

$$\psi_7 = \pi + \arcsin \left[ \frac{\left| \frac{B_2}{K_2} \right| - C_2}{A} \right]; \psi_8 = 2\pi - \arcsin \left[ \frac{\left| \frac{B_2}{K_2} \right| - C_2}{A} \right];$$

$$C_3 = C_1 + \frac{B_1}{K_1}; C_4 = C_1 - \left| \frac{B_2}{K_2} \right|.$$

Підставивши (4) у вираз (3), отримаємо:

$$A_1(A) = \frac{2}{\pi} \left( \int_0^{\pi/2} f(A \sin \psi) \sin \psi d\psi + \int_{\pi}^{3\pi/2} f(A \sin \psi) \sin \psi d\psi \right) =$$

$$= \frac{2}{\pi} \left( \int_0^{\psi_1} K_2(A \sin \psi - C_2) \sin \psi d\psi + \int_{\psi_2}^{\psi_3} K_1(A \sin \psi - C_1) \sin \psi d\psi + \int_{\psi_3}^{\pi/2} B_1 \sin \psi d\psi + \right.$$

$$\left. + \int_{\pi}^{\psi_7} K_2(A \sin \psi - C_2) \sin \psi d\psi + \int_{\psi_7}^{3\pi/2} B_2 \sin \psi d\psi \right) = \frac{2}{\pi} \left\{ K_1 C_1 \cos \psi \Big|_{\psi_2}^{\psi_3} + K_2 C_2 \left( \cos \psi \Big|_0^{\psi_1} + \cos \psi \Big|_{\pi}^{\psi_7} \right) - \right.$$

$$\left. - B_1 \cos \psi \Big|_{\psi_3}^{\pi/2} - B_2 \cos \psi \Big|_{\psi_7}^{3\pi/2} + K_1 A (\psi/2 - 1/4 \sin 2\psi) \Big|_{\psi_2}^{\psi_3} + K_2 A \left[ (\psi/2 - 1/4 \sin 2\psi) \Big|_0^{\psi_1} + \right.$$

$$\left. + (\psi/2 - 1/4 \sin 2\psi) \Big|_{\pi}^{\psi_7} \right] \Big\} = \frac{K_1 A}{\pi} \left( \arcsin \frac{C_3}{A} - \arcsin \frac{C_1}{A} + \frac{C_3}{A} \sqrt{1 - (C_3/A)^2} - \frac{C_1}{A} \sqrt{1 - (C_1/A)^2} \right) +$$

$$+ \frac{K_2 A}{\pi} \left( \arcsin \frac{C_2}{A} - \arcsin \frac{C_4}{A} + \frac{C_2}{A} \sqrt{1 - (C_2/A)^2} - \frac{C_4}{A} \sqrt{1 - (C_4/A)^2} \right)$$

при  $A \geq C_3$  і  $A \geq |C_4|$ .

При умові, що  $K = K_1 = K_2$  і  $C_1 = |C_2|$ ,  $C_3 = |C_4|$ , вираз (5) спрощується до частинного вигляду [3]:

$$A_1(A) = \frac{2KA}{\pi} \left[ \arcsin \frac{C_3}{A} - \arcsin \frac{C_1}{A} + \frac{C_3}{A} \sqrt{1 - (C_3/A)^2} - \frac{C_1}{A} \sqrt{1 - (C_1/A)^2} \right],$$

що підтверджує правильність виразу (5), отриманого для загального випадку нелінійної характеристики (рис. 1).

Розглянемо випадок, коли амплітуда вхідного гармонічного сигналу дорівнює меншому із значень  $C_3$  і  $C_4$  і зробимо припущення, що при даній амплітуді настає насичення по симетричній гілці нелінійної характеристики, тобто  $A = C_3 = C_4$ . Тоді вираз (5) матиме вигляд:

$$A_1(A) = \frac{K_1 + K_2}{\pi} A - \frac{K_1 A}{\pi} \left( \arcsin \frac{C_1}{A} + \frac{C_1}{A} \sqrt{1 - (C_1/A)^2} \right) + \frac{K_2 A}{\pi} \left( \arcsin \frac{C_2}{A} + \frac{C_2}{A} \sqrt{1 - (C_1/A)^2} \right) \quad (6)$$

оскільки  $\arcsin \frac{C_3}{A} = \arcsin 1 = \frac{\pi}{2}$ .

Такий же результат отримуємо при виводі значення  $A_1(A)$  для подібного нелінійного елемента із зоною нечутливості, що не має зони насичення. Вивід формули в цьому випадку спрощується, так як інтервали  $(\psi_3, \psi_4)$  і  $(\psi_7, \psi_8)$  вироджуються відповідно в точки  $\pi/2$  і  $3\pi/2$ . В результаті маємо:

$$y_{\text{нел}} = \begin{cases} K_1(A \sin \psi - C_1) & \text{і дè } \psi \in (\psi_2, \pi/2); \\ 0 & \text{і дè } \psi \in (\psi_1, \psi_2); \\ K_2(A \sin \psi - C_2) & \text{і дè } \psi \in (0, \psi_1) \cup (\pi, 3\pi/2). \end{cases} \quad (7)$$

Підставляючи (7) у вираз (3), отримаємо:

$$\begin{aligned}
A_1(A) &= \frac{2}{\pi} \left( \int_0^{\psi_1} K_2 (A \sin \psi - C_2) \sin \psi d\psi + \int_{\pi}^{3\pi/2} K_2 (A \sin \psi - C_2) \sin \psi d\psi + \int_{\psi_2}^{\pi/2} K_1 (A \sin \psi - C_1) \sin \psi d\psi \right) = \\
&= \frac{2K_2}{\pi} \left\{ A \left[ \left( \frac{\psi}{2} - \frac{1}{4} \sin 2\psi \right) \Big|_0^{\psi_1} + \left( \frac{\psi}{2} - \frac{1}{4} \sin 2\psi \right) \Big|_{\pi}^{3\pi/2} \right] + C_2 \left( \cos \psi \Big|_0^{\psi_1} + \cos \psi \Big|_{\pi}^{3\pi/2} \right) \right\} + \\
&+ \frac{K_1}{\pi} \left[ A \left( \frac{\psi}{2} - \frac{1}{4} \sin 2\psi \right) \Big|_{\psi_2}^{\pi/2} + C_1 \cos \psi \Big|_{\psi_2}^{\pi/2} \right] = \frac{K_1 + K_2}{2} A - \frac{K_1 A}{\pi} \left( \arcsin \frac{C_1}{A} + \frac{C_1}{A} \sqrt{1 - (C_1/A)^2} \right) + \\
&+ \frac{K_2 A}{\pi} \left( \arcsin \frac{C_2}{A} + \frac{C_2}{A} \sqrt{1 - (C_2/A)^2} \right)
\end{aligned}$$

при  $A \geq C_1$  і  $A \geq |C_2|$ .

Отримані вирази співпадають з (6), що і треба було довести. При умові  $K = K_1 = K_2$ ,  $C_1 = |C_2| = C$ , вираз спрощується до вигляду:

$$A_1(A) = KA - \frac{2KA}{\pi} \left( \arcsin \frac{C}{A} + \frac{C}{A} \sqrt{1 - (C/A)^2} \right). \quad (8)$$

Розкладемо функцію (6) в степеневий ряд при  $|C_1/A| \leq 1$  і  $|C_2/A| \leq 1$

$$\begin{aligned}
A_1(A) &= A \left\{ \frac{K_1 + K_2}{2} - \frac{K_1}{\pi} \left[ \frac{C_1}{A} + \frac{1}{2 \cdot 3} \left( \frac{C_1}{A} \right)^3 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 5} \left( \frac{C_1}{A} \right)^5 - \frac{1}{2} \left( \frac{C_1}{A} \right)^3 + \frac{C_1}{A} - \frac{1}{2 \cdot 4} \left( \frac{C_1}{A} \right)^5 - \dots \right] + \right. \\
&+ \left. \frac{K_2}{\pi} \left[ \frac{C_2}{A} + \frac{1}{2 \cdot 3} \left( \frac{C_2}{A} \right)^3 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 5} \left( \frac{C_2}{A} \right)^5 + \dots + \frac{C_2}{A} - \frac{1}{2} \left( \frac{C_2}{A} \right)^3 - \frac{1}{2 \cdot 4} \left( \frac{C_2}{A} \right)^5 - \dots \right] \right\} = \\
&= A \left\{ \frac{K_1 + K_2}{A} - \frac{K_1}{\pi} \left[ \frac{2C_1}{A} - \frac{1}{3} \left( \frac{C_1}{A} \right)^3 - \frac{1}{20} \left( \frac{C_1}{A} \right)^5 - \dots \right] + \frac{K_2}{\pi} \left[ \frac{2C_2}{A} - \frac{1}{3} \left( \frac{C_2}{A} \right)^3 - \frac{1}{20} \left( \frac{C_2}{A} \right)^5 - \dots \right] \right\}
\end{aligned}$$

Лінеаризуємо отримані вирази, для чого члени зі степенем вище одного відкинемо:

$$A_1(A) = A \left( \frac{K_1 + K_2}{2} - \frac{2K_1 C_1}{\pi A} + \frac{2K_1 C_2}{\pi A} \right). \quad (9)$$

Із рис. 1 введемо наступні позначення

$$\Delta C = \frac{C_1 - C_2}{2}, \quad K = \frac{K_1 + K_2}{2}, \quad \Delta K = K_1 - K_2, \quad C_0 = C_2 + \Delta C = C_1 - \Delta C.$$

З врахуванням нових позначень перепишемо вираз (9) у вигляді:

$$\begin{aligned}
A_1(A) &= A \left[ K - \frac{2K_1(C_0 + \Delta C)}{\pi A} + \frac{2K_2(C_0 - \Delta C)}{\pi A} \right] = KA - \frac{2C_0(K_1 - K_2)}{\pi} - \frac{2\Delta C(K_1 + K_2)}{\pi} = \\
&= KA - \frac{2C_0 \Delta K}{\pi} - \frac{4\Delta C K}{\pi} = K \left[ A - \frac{2}{\pi} C \left( 1 + \frac{C_0 \Delta K}{C \cdot K} \right) \right].
\end{aligned} \quad (10)$$

Із виразу (10) витікає, що залежність амплітуди першої гармоніки вихідного сигналу і амплітуди

вхідного гармонійного сигналу являє собою пряму, зміщену по осі абсцис вправо на величину  $\frac{2C}{\pi} \left( 1 + \frac{\Delta K C_0}{K C} \right)$ .

Для реальних систем за звичай  $\Delta K \ll K$  і  $C_0 < C$ , тому зміщення можна переписати рівним величині  $\frac{2C}{\pi}$ .

Отриманий вираз дозволяє оцінити величину зони нечутливості  $C$ , побудувавши залежність

$$A_1(A) = K \left( A - \frac{2C}{\pi} \right) \quad (11)$$

за даними експериментів. Розраховані аналітично графіки залежності  $A_1(A)$  для виразів (8) і (11) при співставленні з даними експерименту показують, що при  $A \geq 2C$  значення амплітуд  $A_1(A)$  і  $A_1^*(A)$  першої гармоніки вхідного сигналу відрізняються на  $\approx 0,1\%$ , а графіки практично зливаються.

Для підвищення точності оцінювання зони доцільно скористатися методом найменших квадратів.

Тоді оцінка величини зони нечутливості  $\hat{C}$  має вигляд  $\hat{C} = \frac{\pi b_0}{2 b_1}$ , де  $b_0, b_1$  – коефіцієнти лінійної апроксимації експериментальних даних:  $\tilde{A}_1 = b_1 \tilde{A} + b_0$ , де  $\tilde{A}_1$  – виміряна амплітуда першої гармоніки вихідного сигналу;  $\tilde{A}$  – виміряна амплітуда вхідного сигналу.

При дослідженні об'єктів користуємося гіпотезою фільтру, у відповідності з якою вищими гармоніками на виході об'єкту можна знехтувати і вихід системи вважати рівним першій гармоніці вихідного сигналу. При цьому коефіцієнт  $K$  представляє собою добуток коефіцієнтів підсилення передаточних функцій ланок системи в розімкнутому стані. Для замкнутих систем в якості вхідного сигналу вимірюється розузгодження в усталеному режимі:  $\varepsilon_\infty = x_{BX} - y_{BE}X$ . Вимірюючи величину  $\tilde{\varepsilon}_\infty$ , можна побудувати залежність  $\tilde{A}_1(\tilde{\varepsilon}_\infty)$ .

При наявності лінійної ланки перед нелінійністю повинна дотримуватися умова, при якій амплітуда сигналу після лінійного елемента, розміщеного перед нелінійністю, не досягає насичення значень входу нелінійної ланки.

Якщо експериментальні дані, отримані для різних частот вхідних сигналів вважати статично незалежними, то точність оцінок зони нечутливості можна підвищити, усереднюючи значення, отримані для декількох частот вхідного сигналу:  $\hat{C} = \sum_{i=1}^n C_i$ , де  $C_i$  – оцінка для  $i$ -ї частоти;  $n$  – кількість частот вхідних сигналів.

Що стосується розробки алгоритму ідентифікації статичної характеристики замкненої нелінійної системи. Статична характеристика нелінійного динамічного об'єкту обумовлює його поведінку при довільних значеннях амплітуди вхідного сигналу. Тому при діагностиці об'єктів часто використовують параметри статичної нелінійності. Мовою стійкого функціонування багатьох об'єктів є замкнуте положення зворотних зв'язків. В деяких об'єктах зворотні зв'язки фізично не доступні для розмикання. У зв'язку з цим для ідентифікації об'єктів необхідно застосовувати алгоритми, що не потребують розмикання зворотних зв'язків. Нижче приведений оригінальний алгоритм ідентифікації статичної нелінійності замкнутого об'єкта, що описується моделлю Гаммерштейна із зворотнім зв'язком.

Алгоритм заснований на відомому для лінійних систем виразі для помилки динамічної системи з астатизмом  $n$ -го порядку в усталеному режимі, при вхідній дії, що має  $r$  похідних. У відповідності із теоремою операційного числення про кінцеве значення оригіналу встановлена похибка системи визначається наступним виразом

$$\varepsilon_\infty(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p W_\varepsilon(p) X(p), \quad (12)$$

де  $X(p)$  – зображення за Лапласом завдання;

$W_\varepsilon(p)$  – передаточна функція системи відносно похибки.

Для нелінійної моделі, де нелінійність знаходиться перед лінійною частиною в замкнутій системі:

$$W_\varepsilon(p) = \frac{1}{1 + W_p(p)} = \frac{1}{1 + W(p)k_p(\varepsilon_\infty)}, \quad (13)$$

де  $W_p(p)$  – передаточна функція розімкнутої системи;

$W(p)$  – передаточна функція лінійної частини;

$k_p(\varepsilon_\infty)$  – статичний коефіцієнт підсилення розімкнутої системи для деякого усталеного значення помилки слідування.

Алгоритм оцінювання статичної нелінійності є оберненою задачею знаходження з наступною апроксимацією значень коефіцієнтів підсилення  $k_p(\varepsilon_\infty)$  за виміряними значеннями усталених похибок, що виникають при подачі серії сигналів, що змінюються в часі з відомими значеннями похідних. Умовою працездатності алгоритму являється рівність порядків похідної вхідної дії і астатизму системи, при виконанні якого помилка системи в усталеному режимі (динамічна помилка) буде мати деякі постійні значення.

Знайдемо математичний вираз для визначення координат статичної нелінійності  $f(\varepsilon_\infty)$ . Нехай на вхід досліджуваної системи подається тестовий сигнал  $x(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \dots + \alpha_n t^n$  із постійними коефіцієнтами  $\alpha_i, i=0, 1, \dots, n$  і порядком вищої похідної, що дорівнює порядку астатизму системи. Враховуючи, що досліджувана система має астатизм  $n$ -го порядку, передаточну функцію лінійної частини запишемо у вигляді:

$$W(p) = \frac{W_1(p)}{p^n},$$

де  $W_1(p)$  має в знаменнику вільні від  $p$  члени і  $W_1(0) = 1$ .

Тоді вираз (13) запишемо у вигляді

$$W_\varepsilon(p) = \frac{p^n}{\left[ p^n + W_1(p)k_p(\varepsilon_\infty) \right]} \quad (14)$$

Зображення за Лапласом функції  $x(t)$ :

$$X(p) = \frac{\alpha_0}{p} + \frac{\alpha_1}{p^2} + \dots + \frac{n!\alpha_n}{p^n} \quad (15)$$

На основі виразів (14) і (15) залежність (12) перепишемо у вигляді:

$$\varepsilon_\infty(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{p^{n+1} \left( \frac{\alpha_0}{p} + \dots + \frac{n!\alpha_n}{p^{n+1}} \right)}{p^n + W_1(p)k_p(\varepsilon_\infty)} \quad (16)$$

Переходячи у виразі (16) до границі і враховуючи, що  $W_1(0) = 1$  знайдемо динамічну помилку системи:

$$\varepsilon_\infty(t) = \frac{n!\alpha_n}{k_p(\varepsilon_\infty)} \quad (17)$$

Для постійного значення усталеної похибки статичний коефіцієнт підсилення розімкнутої системи дорівнює:

$$k_p(\varepsilon_\infty) = \frac{f(\varepsilon_\infty)}{\varepsilon_\infty} \quad (18)$$

Відповідно, остаточний вираз, що використовується для визначення координат статичної нелінійності, на основі співвідношень (17) і (18) має вигляд:

$$f(\varepsilon_\infty) = n!\alpha_n \quad (19)$$

Із отриманого виразу витікає, що вимірявши усталену помилку системи  $\varepsilon_\infty$  при відомих значеннях  $\alpha_n$  і  $n$  можна оцінити координати однієї із точок статичної нелінійності  $f(\varepsilon_\infty)$ . Для знаходження координат  $f(\varepsilon_\infty)$  у множині точок  $m$  необхідно подати на вхід досліджуваної системи  $m$  вхідних сигналів із різними значеннями  $\alpha_n^j, j = 1, \dots, m$  і для кожного з них вирахувати усталену помилку  $\varepsilon_\infty^j$ . При цьому для кожного  $j$ -го сигналу отримаємо координати  $j$ -ї точки статичної нелінійності: абсцису  $\varepsilon_\infty^j$  і ординату  $n!\alpha_n^j$ .

В описаному алгоритмі величинами, що початково задаються, являються ординати множини точок нелінійності, що ідентифікується, оцінюваними величинами – абсциси цих точок. Ординати точок нелінійності  $f(\varepsilon_\infty)$  задаються вибором відповідних значень  $n$ -ї похідної вхідного сигналу, а абсциси – шляхом виміру динамічних усталених помилок  $\varepsilon_\infty$ .

Отриману сукупність точок статичної нелінійності можна при необхідності апроксимувати деякою аналітичною залежністю. Для побудови графіку статичної характеристики і забезпечення процедури його опрцювання необхідно провести лінійну інтерполяцію масиву вимірів, що мають нерівну відстань між собою  $\{x_i\}$ , а при необхідності усунення шумів – провести згладжування отриманих значень. На основі отриманої статичної нелінійності розраховуємо значення параметрів нелінійності, що використовується при технічній діагностиці.

Для практичного застосування запропонованого алгоритму необхідно на основі аналізу досліджуваної системи встановити порядок її астатизму і тривалість перехідних процесів. Для систем з астатизмом високого порядку амплітуда сигналу, що використовується при ідентифікації швидко наростає. При цьому вхідні і вихідні сигнали можуть перевищити окремо допустимі за умовами експлуатації значення до моменту досягнення системою усталеного режиму. Тому запропонований алгоритм призначений, в основному, для дослідження систем з астатизмом не вище другого порядку. Це обмеження не знижує його практичної цінності, оскільки на практиці найбільш часто використовуються автоматичні системи, що описуються диференціальним рівнянням не вище другого порядку.

### Висновки

Розроблений на основі отриманих математичних виразів алгоритм ідентифікації дозволяє оцінити величину зони нечутливості широкого класу статичних характеристик, включаючи нелінійність типу зони нечутливості як складову частину. Умовою працездатності алгоритму є близькість характеристик реальної

нелінійності до розрахованої. Продовжуються дослідження зв'язані з технічною реалізацією алгоритму на базі мікропроцесорної техніки в цілеорієнтованій системі для діагностики електрогідравлічних приводів.

### Література

1. Локазюк В.М., Ю.Г. Савченко. Надійність, контроль, діагностика і моделювання ПК: Навч. посібник для вузів / За ред. В.М. Локазюка. – К.: Академія, 2004. – 375 с.
2. Метод гармонической линеаризации в проектировании нелинейных систем автоматического управления / Под ред. Ю.И. Топчеева. – М.: Машиностроение, 1970. – 568 с.
3. Математические основы теории автоматического управления (Учебн. пособие для вузов). / В.А. Иванов, В.С. Медведев, Ю.К. Чемоданов и А.С. Ющенко: Под ред. Б.К. Чемоданова. – М.: Высшая школа, 1971. – 808 с.

Надійшла 9.2.2010 р.

УДК 621.372 (075)

О.И. ХАРЧЕНКО, В.И. ЧУМАКОВ  
Харьковский национальный университет радиоэлектроники,

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С ПАМЯТЬЮ ДЛЯ ВЫДЕЛЕНИЯ ПОЛЕЗНОГО СИГНАЛА ИЗ АДДИТИВНОЙ СМЕСИ ГАРМОНИЧЕСКОГО КОЛЕБАНИЯ И ГАУСОВА ШУМА

*Рассмотрена возможность применения нелинейных систем с памятью к коротким реализациям случайного процесса, являющегося аддитивной суммой гармонического сигнала и нормального шума. Исследованы два вида уравнений, описывающих нелинейные устройства, одно из которых обладает эффектом стохастического резонанса (СР). Приведены результаты расчета отношения сигнал/шум на выходе нелинейного устройства в зависимости от частоты гармонического сигнала для различных значений сигнал/шум на входе. Показано, что рассмотренные нелинейные системы работают как низкочастотный фильтры. Рассмотрены достоинства и недостатки применения данных нелинейных устройств для выделения сигнала в случае коротких реализаций.*

*Possibility of application of the nonlinear systems is considered with memory to short realization of casual process, being the additive sum of harmonic signal and normal noise. Two types of equalizations, describing nonlinear devices are investigational, one of which possesses the effect of stochastic resonance (SR). The results of calculation of relation are resulted signal/noise on the output of nonlinear device depending on frequency of harmonic signal for different values signal/noise on an entrance. It is rotined that the considered nonlinear systems work as nizkochastotnyy filters. Dignities and lacks of application of these nonlinear devices are considered for the selection of signal in the case of short realization.*

Ключові слова: сигнал, гаусів шум.

### Введение

Принято считать, что наличие шума в системе всегда является отрицательным фактором и борьба с шумами является одной из актуальных задач повышения помехоустойчивости радиотехнических систем. Разрабатываются малошумящие устройства и методы шумоподавления.

Вместе с тем, исследования, проводимые в последнее время в области теоретической и экспериментальной физики показали, что в ряде случаев воздействие шума не приводит к ухудшению характеристик нелинейных систем [1, 2]. Рост шума может вызывать увеличение отношения сигнал/шум на выходе нелинейного устройства. Одним из примеров указанного поведения является эффект СР. Стохастическим резонансом называется усиление периодического сигнала под действием белого шума определенной мощности. СР является универсальным эффектом, присущим многим нелинейным системам, находящимся под внешним воздействием одновременно хаотического и слабого периодического воздействия.

В известных работах [1, 2], посвященных СР, рассматривались достаточно продолжительные реализации процесса.

В данной статье рассматривается возможность использования СР для коротких отрезков реализаций в случае аддитивной смеси синусоидального сигнала и нормального шума на входе нелинейного устройства.

### Понятие стохастического резонанса

Отклик нелинейной системы на слабый внешний сигнал в случае СР заметно усиливается с ростом интенсивности шума в системе и достигает определенного максимума при некотором уровне шума.

Уравнение бистабильного осциллятора имеет вид [1,2]

$$\dot{\eta} = \eta - \eta^3 + x(t), \quad (1)$$

где  $x(t)$  – входной процесс;

$\eta(t)$  – процесс на выходе нелинейного устройства.

Данное уравнение является уравнением Абея 1-го порядка и не имеет аналитического решения [3]. Не удается также найти двумерную плотность вероятности с помощью точного решения уравнения Фоккера