

де  $\Delta Z_{(СП)РЧ}$  – зменшення витрат структурного підрозділу, пов'язаних з вивільненням робочого часу задіяних співробітників;

$\Delta Z_{(СП)ОВ}$  – зменшення витрат структурного підрозділу, пов'язаних з оптимізацією виробничого процесу в результаті впровадження СУПК (витрати на зв'язок, витрати на відрядження, витрати на проведення конференцій тощо).

Відповідно:

$$\Delta Z_{(СП)РЧ} = (T_E \cdot O_ч \cdot K_з) H_{ФЗП}, \quad (4)$$

де  $T_E$  – економія робочого часу одного співробітника;

$O_ч$  – погодинна оплата співробітника при повному завантаженні;

$K_з$  – кількість задіяних співробітників;

$H_{ФЗП}$  – нарахування на фонд заробітної плати.

**Висновки.** Представлена методика визначення ефективності впровадження СУПК дозволяє з наперед заданою точністю (залежно від кількості фрагментованих підрозділів виробництва, адже за представленою методикою структура може бути подрібнена аж до відділів чи підгруп) визначити економічну ефективність впровадження СУПК.

Постає необхідність інтелектуалізації підходів впровадження систем поєднаних комунікацій в організацію технологічних процесів різних підприємств та організацій, адже основною з причин недостатнього задіяння СУПК є саме відсутність ефективного механізму економічної оцінки результату.

СУПК з використанням інтелектуальних засобів дадуть можливість запровадити у виробництві нові підходи, що дозволяють зняти з працівників певні обмеження, які пов'язані з традиційними підходами в організації офісної роботи. СУПК на базі інтелектуальних методів створило б умови для більш гнучкої та ефективної організації виробничого процесу, дозволило б передати другорядні, непродуктивні функції на автоматизоване вирішення, вивільнивши певну кількість робочого часу для розв'язання інших важливих задач. Це особливо важливо для підприємств з розподіленою інфраструктурою, де комунікації грають вирішальну роль в організації офісної роботи.

### Література

1. Локазюк В. М., Іванов О. В. Трансформація архітектури комутаційних систем – шлях до конвергенції, як базису сучасної багатопроTOCOLьної мультисервісної мережі // Матеріали XIII Міжнар. наук. – техн. конф. з автоматичного управління (Автоматика-2006), 25 – 28 вересня. – Вінниця: УНІВЕРСУМ, 2006. – С. 482 – 486.

2. [www.sage-research.com](http://www.sage-research.com).

3. [www.gartner.com](http://www.gartner.com)

Надійшла 4.2.2010 р.

УДК 004.93'11

Н.В. ПРЕВИСOKOVA

Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника

## МЕТОД ОБРОБКИ ІНФОРМАЦІЇ НА ОСНОВІ ДИСКРЕТНОГО ОРТОГОНАЛЬНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ ГАЛУА

*Розроблено метод обробки інформації на основі дискретного ортогонального перетворення в базисі функцій Галуа. Визначено ефективність застосування та здійснено порівняльний аналіз даного перетворення з відомими перетвореннями Уолша та Хаара в задачах обробки одновимірних інформаційних потоків.*

*The information processing method is defined on the base of discrete orthogonal transform in the Galois base. It is set this transform application efficiency and the comparative analysis of transformation is done with the known Walsh transform and Haar transform in one-dimensional signal processing.*

Ключові слова: інформація, перетворення Галуа, обробка.

У галузі цифрової обробки інформації використовуються методи аналізу, фільтрації, кодування та зменшення надлишковості інфопотоків на основі дискретних ортогональних перетворень [1 – 3]. Застосування методів дискретних перетворень із наступним кодуванням результатів перетворення, а не самого вхідного інфопотоку, дозволяє ефективно розв'язати задачі зменшення надлишковості при зберіганні та передаванні інфопотоків.

У галузі цифрової обробки інформації використовуються методи аналізу, фільтрації, кодування та зменшення надлишковості інфопотоків на основі дискретних ортогональних перетворень [1 – 3]. Застосування методів дискретних перетворень із наступним кодуванням результатів перетворення, а не

самого вхідного інфопотоку, дозволяє ефективно розв'язати задачі зменшення надлишковості при зберіганні та передаванні інфопотоків.

Основними критеріями оцінки дискретних ортогональних перетворень, на основі яких здійснюється їх порівняльний аналіз, є ефективність перетворення, середньоквадратична похибка відновлення даних за частинною коефіцієнтів перетворення, теоретична границя зменшення витрат біт на один елемент перетворення та обчислювальна складність алгоритму [2 – 4].

Оптимальне для компактного подання інфопотоків перетворення Карунена-Лоева потребує виконання обчислень матриць власних значень та власних векторів для кожного вхідного інфопотоку, тому практично не використовується [1 – 3]. Це зумовлює необхідність дослідження та формування нових базисів [1 – 5], які дозволяють розв'язати окремі задачі оптимізації при аналізі та обробці інфопотоків.

Ефективність ортогональних перетворень у відомих теоретико-числових базисах Уолша та Хаара досліджено в роботах [2 – 5]. Швидкі алгоритми перетворень в цих базисах дозволяють зменшити обчислювальні затрати при реалізації процедур обробки. Водночас показано [2 – 4], що дані перетворення не забезпечують оптимального розв'язання задач обробки і залежать від особливостей та характеристик аналізованих інфопотоків. В якості теоретико-числових базисів також застосовують системи функцій Галуа [5], властивість рекурсивного формування яких дозволяє використовувати апарат циркулянтних перетворень і зменшити обчислювальну складність алгоритмів. Водночас внаслідок неортогональності функцій Галуа не використовуються в якості базису дискретних ортогональних перетворень, що обмежує області ефективного застосування методів обробки інформації на основі теоретико-числових перетворень. Це зумовило необхідність вирішення задачі побудови ортогональної системи Галуа та розробки апарату виконання дискретного перетворення на її основі, що дозволяє зменшити надлишковість та підвищити якість подання інформації.

Необхідними для використання системи в якості базису ортогонального перетворення є властивості ортогональності та повноти. Серед основних теоретико-числових базисів [5] ортонормованими та повними є системи функцій Уолша та Хаара [1 – 4].

Система Уолша [2 – 3] визначається як добуток функцій Радемахера  $Rad(n, \theta) = \text{sign}(\sin(2^n \pi \theta))$  [1 – 3] на інтервалі  $0 \leq \theta < 1$ :

$$Wal(i, \theta) = Rad(1, \theta)^{b_0} Rad(2, \theta)^{b_1} \dots Rad(n, \theta)^{b_{n-1}} = \prod_{k=0}^{n-1} (Rad(k+1, \theta))^{b_k}, \quad (1)$$

де  $i = b_{n-1}b_{n-2} \dots b_1b_0$  – подання в коді Грея порядкового номера функції  $Wal(i, \theta)$ ,  $i = 0, 1, \dots, 2^n - 1$ .

Система Хаара  $Har(n, \theta, j)$  [2 – 3] означається наступним чином:

$$Har(n, \theta, j) = \begin{cases} 2^{\frac{n-1-j}{2}} \text{sign}(\sin 2^n \pi \theta), & \frac{j}{2^{n-1}} \leq \theta < \frac{j+1}{2^{n-1}}, \\ 0 \text{ при інших } \theta \in [0, 1), \end{cases}$$

де  $n = 0, 1, \dots, \log_2 N$ ;  $j = 0, 1, \dots, 2^{n-1} - 1$ ; ( $j = 0$  при  $n = 0$ ),  $0 \leq \theta < 1$ .

Система функцій Галуа [5] формується із системи Уолша. З метою здійснення процедури переходу із базису Уолша до Галуа одержані зі співвідношення (1) функції Уолша переупорядковуються згідно рекурсивної послідовності [5]. Послідовність номерів функцій Уолша утворюється за  $n$ -розрядними фрагментами рекурсивної послідовності відповідно до породжуючого вектора поля Галуа  $GF(2^n)$ .

Наприклад, у полі  $GF(2^3)$  існують чотири породжуючі вектори (1011), (1101), (101 $\bar{1}$ ), (110 $\bar{1}$ ) [5]. Для даного поля  $GF(2^3)$  рекурсивні послідовності  $v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, \dots$  формуються із початкового вектора  $(v_0 v_1 v_2) = (111)$  за правилами, які визначаються породжуючими векторами:

$$1) (1101) \rightarrow v_{i+3} = v_i \oplus v_{i+1}: v_0, v_1, v_2, v_0 \oplus v_1, v_1 \oplus v_2, v_0 \oplus v_1 \oplus v_2, v_0 \oplus v_1 \oplus v_2, v_0 \oplus v_2, v_0, v_1, v_2 \dots;$$

$$2) (1011) \rightarrow v_{i+3} = v_i \oplus v_{i+2}: v_0, v_1, v_2, v_0 \oplus v_2, v_1 \oplus v_1, \oplus v_2 v_0 \oplus v_1, v_1 \oplus v_2, v_0, v_1, v_2 \dots$$

Для початкового вектора  $(v_0 v_1 v_2) = (111)$  та породжуючого вектора (1101) рекурсивна послідовність  $\{0 0 0 1 0 1 1 1\}$ , утворена за правилом  $v_{i+3} = v_i \oplus v_{i+1}$ , визначає 3-розрядні номери функцій Уолша в системі:  $\{0 1 2 5 3 7 6 4\}$ .

Із рекурсивно впорядкованої системи Уолша відповідно впорядковані перші  $n$  функцій Галуа [5] формуються згідно співвідношення

$$Gal(n, \theta, i) = Wal(Ent(2^n \theta), \frac{2^{i+1} - 1}{2^n}), \quad (2)$$

де  $Ent$  – функція виділення цілої частини.

Повний набір  $N = 2^n$  функцій Галуа  $Gal(n, \theta, i)$ ,  $i = 0, 1, \dots, 2^n - 1$  отримують процедурою рекурсивного зсуву на  $\Delta\theta = \frac{1}{2^n}$  перших  $n$  функцій системи згідно з побічною діагоналлю:

$$Gal(n, \theta, i + 1) = Gal(n, \theta + \Delta\theta, i). \tag{3}$$

Процедура переходу від дискретних значень функцій Уолша до дискретних значень функцій Галуа подається матричною операцією

$$\|Gal\| = \|W\| \cdot \|R\|,$$

де  $\|Gal\|$  – матриця розмірності  $N \times n$  системи Галуа;  $\|W\|$  – матриця розмірності  $N \times N$  рекурсивно впорядкованих функцій Уолша;  $\|R\|$  – матриця розмірності  $N \times n$  відображеної вагової мережі Радемахера. Для прикладу, матрична операція переходу від функцій Уолша до функцій Галуа та матриця розмірності  $8 \times 8$  дискретних значень функцій Галуа в полі  $GF(2^3)$  із породжуючим вектором 1101 згідно процедури рекурсивного розширення подаються відповідно

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

На основі обчислення рангів матриць функцій Галуа різних порядків встановлено, що будь-яка система із  $2^n - 1$  функцій є лінійно незалежною, оскільки ранг її матриці дорівнює  $2^n - 1$ . Із властивості

$$\sum_{s=0}^{2^n-1} Gal(n, \theta_s, i) = 0 \text{ та властивості симетрії матриці } \sum_{i=0}^{2^n-1} Gal(n, \theta_s, i) = 0 \text{ слідує, що}$$

$$Gal(n, \theta_s, j) = - \sum_i Gal(n, \theta_s, i), \text{ де } i \neq j. \text{ Тобто будь-яка функція є лінійною комбінацією інших функцій}$$

системи. Зокрема, остання функція є лінійною комбінацією інших функцій системи. Отже, сформована згідно з співвідношенням (3) система  $N = 2^n$  функцій Галуа є лінійно залежною і не утворює повної системи в просторі  $L_2[0,1)$ , що обмежує її застосування для подання інфопотоків.

Оскільки функція  $f(\theta) \equiv 1$  ортогональна до всіх функцій системи, то пропонується лінійно незалежну систему  $\{Gal_m(n, \theta, i)\}$  утворити модифікацією системи  $\{Gal(n, \theta, i)\}$  наступним чином:

$$Gal_m(n, \theta, 0) = 1, \tag{4}$$

$$Gal_m(n, \theta, i) = Gal(n, \theta, i - 1). \tag{5}$$

Одержана модифікована система (4) – (5) не є ортогональною. Ортогональні функції Галуа  $\{G(n, \theta, i)\}$  одержують із модифікованої системи  $Gal_m(n, \theta, i)$  (4) – (5) за допомогою процедури ортогоналізації Грама-Шмідта [6]. Процес ортогоналізації лінійно незалежної системи здійснюється згідно залежностей:

$$G(n, \theta, 0) = Gal_m(n, \theta, 0),$$

.....

$$G(n, \theta, k + 1) = Gal_m(n, \theta, k + 1) - \sum_{i=0}^{2^n-1} \frac{(Gal_m(n, \theta, k + 1), G(n, \theta, i))}{\|G(n, \theta, i)\|_{L_2}^2} G(n, \theta, i), \tag{6}$$

де  $(Gal_m(n, \theta, k + 1), G(n, \theta, i))$  – скалярний добуток в просторі інтегровних з квадратом функцій  $L_2$ ,  $\|G(n, \theta, i)\|_{L_2}^2$  – норма в  $L_2$ . Графіки одержаної в результаті ортогоналізації модифікованої системи ортогональних функцій Галуа  $G(3, \theta, i)$  наведені на рис. 1.

На основі аналізу системи (6) встановлено, що у ортогоналізованій системі  $\{G(n, \theta, i)\}$  перші  $n + 1$  функції співпадають з функціями вихідної системи  $\{Gal_m(n, \theta, i)\}$  і набувають значень  $\pm 1$ :

$$G(n, \theta, k) = Gal_m(n, \theta, k), \quad k = 0, 1, \dots, n. \tag{7}$$

Інші функції системи є багатозначними, що ускладнює процедури обробки інформації. Сформовані

згідно співвідношень (6) системи функцій Галуа для різних порядків  $n$  є ортогональними й лінійно незалежними.

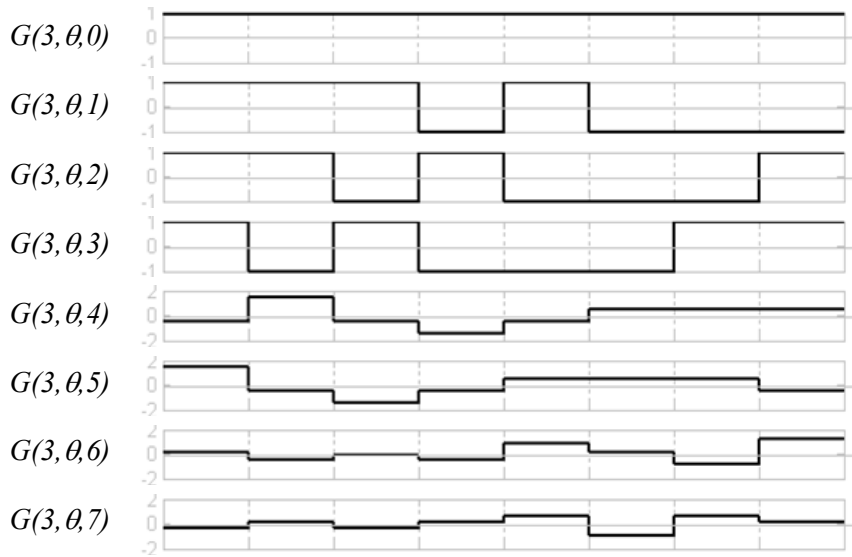


Рис. 1. Система ортогональних функцій Галуа,  $n = 3$

Згідно з (6) кожна функція системи  $\{G(n, \theta, i)\}$  є лінійною комбінацією функцій лінійно незалежної модифікованої системи  $\{Gal_m(n, \theta, i)\}$ . Матричне відображення системи ортогональних функцій Галуа  $G(n, \theta, i)$  на прикладі  $n = 3$ :

$$G(3, \theta, i) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1/2 & 3/2 & -1/2 & -3/2 & -1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 3/2 & -1/2 & -3/2 & -1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & -1/2 \\ 1/6 & -1/2 & -1/6 & -1/2 & 5/6 & 1/6 & -5/6 & 7/6 \\ -2/5 & 2/15 & -2/5 & 2/15 & 2/3 & -14/15 & 2/3 & 2/15 \end{pmatrix}.$$

Ортогональні функції Галуа утворюють повну систему функцій в просторі  $L_2[0,1)$ , оскільки система функцій Уолша повна і досліджено, що оператор лінійного перетворення матриці Уолша розмірності  $N \times N$  у матрицю Галуа такої ж розмірності є обмеженим [6]. Це дозволяє застосовувати систему в якості базису для розкладання інфопотоків в ряд та виконання дискретних ортогональних перетворень.

У матричній формі дискретне перетворення вхідного інфопотоку  $X$  розмірності  $N$  у базисі, заданому матрицею  $M$ , подається згідно

$$Y = MX.$$

Останнє співвідношення визначає дискретне перетворення Уолша, якщо матриця перетворення є матрицею Уолша  $[M(j, k)] = [Wal(j, \theta_k)]$ , та дискретне перетворення Хаара, якщо  $[M(j, k)] = [Har(j, \theta_k)]$ .

Дискретне ортогональне перетворення Галуа послідовності відліків одновимірного інфопотоку  $X = \{X(0), X(1), \dots, X(N-1)\}$  довжини  $N = 2^n$  у матричному записі подається згідно співвідношення:

$$Y = GX, \tag{8}$$

де  $i = 0, 1, \dots, N-1$ ,  $Y = [Y(0), Y(1), \dots, Y(N-1)]$  – вектор спектральних коефіцієнтів перетворення Галуа розмірністю  $N = 2^n$ ,  $n = 1, 2, \dots$ ,  $G = G(n)$  – матриця  $N \times N$  дискретних значень ортогональних функцій Галуа, одержаних згідно (6),  $X$  – транспонований вектор  $X = [X(0), X(1), \dots, X(N-1)]^T$ .

Прямий метод обчислень згідно (8) вимагає  $N \times (N-1)$  арифметичних операцій типу додавання-віднімання та  $(N-n-1) \times (N-1)$  перемножень, оскільки в ортогональній системі функцій Галуа (2) порядку  $n$  перші  $n+1$  функцій набувають значень  $\pm 1$ , а інші функції є багатозначними.

Для порівняння, перетворення Уолша та Хаара розмірності  $N = 2^n$  обчислюються за швидкими алгоритмами перетворень, які вимагають виконання меншої кількості арифметичних операцій у порівнянні із  $N(N-1)$  додавань та  $\frac{N}{2}(N-1)$  перемножень при безпосередньому обчисленні згідно співвідношення  $Y = MX$ . Для обчислення всіх коефіцієнтів швидких перетворень Уолша та Хаара необхідно виконати відповідно  $N \log_2 N$  та  $2(N-1)$  операцій типу додавання – віднімання [1– 2]. Наведені результати свідчать про більшу обчислювальну складність прямого методу ортогонального перетворення Галуа у порівнянні із швидкими перетвореннями Уолша та Хаара.

Інший метод виконання перетворення (8) базується на факторизації матриці перетворення  $G(n)$ . Формули (6) подаються у вигляді сум [6]

$$G(n, \theta, k) = \sum_{i=0}^{k-1} c_{ki} Gal_m(n, \theta, i), \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (9)$$

або

$$G = C \cdot Gal_m, \quad (10)$$

де  $C$  – матриця ортогоналізації

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & 0 & \dots & 0 \\ c_{21} & c_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{N-1,1} & c_{N-1,2} & \dots & c_{N-1,N-1} \end{bmatrix},$$

$$G = \{G(n, \theta, 0), \dots, G(n, \theta, N-1)\}^T, \quad Gal_m = \{Gal_m(n, \theta, 0), \dots, Gal_m(n, \theta, N-1)\}^T.$$

Із використанням (10) перетворення (8) запишеться у формі

$$Y(n) = C \cdot Gal_m \cdot x(n). \quad (11)$$

Оскільки матриця  $Gal_m$  модифікованих функцій Галуа є ганкелевим або тоєпліцевим циркулянтном [5], то обчислення перетворення (11) зводиться до послідовного множення вхідного вектора на циркулянт та на трикутну матрицю ортогоналізації  $C$ , яка є відомою для даного перетворення. Множення вектора на матрицю циркулянт реалізується за допомогою згорткових методів [2, 5] і дозволяє зменшити обчислювальну складність ортогонального перетворення на основі функцій Галуа.

З метою визначення ефективності застосування запропонованого ортогонального перетворення Галуа здійснено дослідження, оцінку та порівняльний аналіз із перетвореннями Уолша та Хаара при кодуванні даних на основі перетворення та зменшенні надлишковості за такими критеріями: ефективність перетворення [4], зменшення затрат бітів на один елемент перетворення [4], середньоквадратична похибка відновлення даних [1– 4].

Тестування перетворення здійснено на статистичній моделі вхідного одновимірного інфопотоку, яка застосовується для дослідження та визначення ефективності ортогональних перетворень [2– 4]. У даній моделі  $X$  – вектор довжини  $N$ , елементи якого є реалізацією одновимірного марківського процесу першого порядку з нульовим математичним сподіванням та одиничною дисперсією, з коефіцієнтом кореляції  $\rho$  між сусідніми елементами та коваріаційною матрицею  $C_X$ ,  $(i, j)$  елемент якої дорівнює  $\rho^{|i-j|}$ . Для ортогонального перетворення (8) коваріаційна матриця  $C_Y$  вектора коефіцієнтів перетворення  $Y$  визначається як математичне сподівання  $E[YY^T]$  [4]:

$$C_Y = E[YY^T] = MC_X M^T = B = \{b(i, j)\}.$$

Ефективність перетворення  $\eta$  – це показник ступеню зменшення кореляції коефіцієнтів перетворення порівняно із елементами вхідного вектора, який визначається згідно співвідношення [4]:

$$\eta = \frac{\sum_{i=1}^N |b(i, i)|}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N |b(i, j)|} \cdot 100\%.$$

Ефективнішим вважається перетворення, для якого показник  $\eta$  вищий. Результати обчислень ефективності  $\eta$  перетворень Уолша ( $\eta_{wal}$ ), Хаара ( $\eta_{har}$ ) та Галуа ( $\eta_{gal}$ ) залежно від коефіцієнта кореляції  $\rho$  між сусідніми елементами вибірки вхідного інфопотоку у діапазоні  $\rho=0,1; 0,2; \dots; 0,9$  для

розмірностей матриць перетворень  $8 \times 8$  наведено на рис. 2. Одержані результати дають змогу зробити висновок, що ефективність перетворення Галуа є вищою для низькокорельованих вхідних векторів інфопотоку, водночас ефективнішим із порівнюваних є перетворення Уолша.

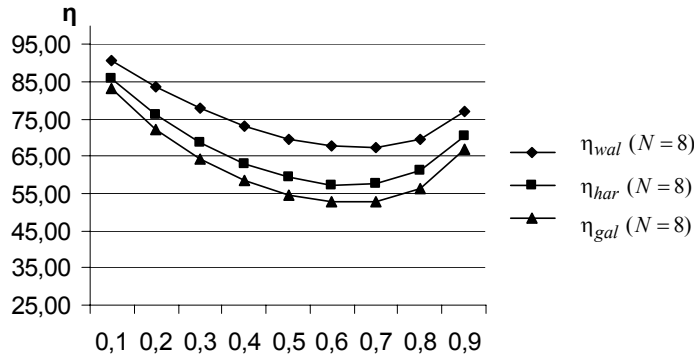


Рис. 2. Залежності ефективності перетворень розмірності  $N = 8$  від кореляції  $\rho$  між сусідніми елементами, %

Мірою надлишковості, зменшеної в результаті перетворення, є теоретична границя зменшення затрат на один коефіцієнт, що вимірюється в бітах на один елемент – “maximum reducible bits” (MRB) [4]:

$$MRB = -\frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N \log_2 b(i, i).$$

Результати обчислення значень вказаного параметру ( $MRB$ ) при використанні перетворень Уолша ( $MRB_{wal}$ ), Хаара ( $MRB_{har}$ ) та Галуа ( $MRB_{gal}$ ) та залежності від коефіцієнта кореляції  $\rho$  між сусідніми елементами вибірки для розмірностей матриць перетворень від  $N = 8$  до  $N = 128$  наведено на рис. 3.

Із аналізу результатів обчислень показника  $MRB$  та рис. 3 можна підсумувати, що ортогональне перетворення Галуа розмірності  $N = 8$  для усіх протестованих значень кореляції  $\rho$  та розмірностей від  $N = 16$  до  $N = 128$  для низькокорельованих та середньокорельованих вхідних інфопотоків з коефіцієнтом  $0,1 \leq \rho \leq 0,6$  мають вищий показник  $MRB$ . Обчислені відношення теоретичних границь зменшення затрат біт на один елемент перетворення  $k_{MRBGW} = MRB_{gal} / MRB_{wal}$  і  $k_{MRBGH} = MRB_{gal} / MRB_{har}$  дозволяють зробити висновок, що використання ортогонального перетворення Галуа забезпечує підвищення граничного значення зменшення затрат на 16 % порівняно із перетвореннями Уолша та Хаара.

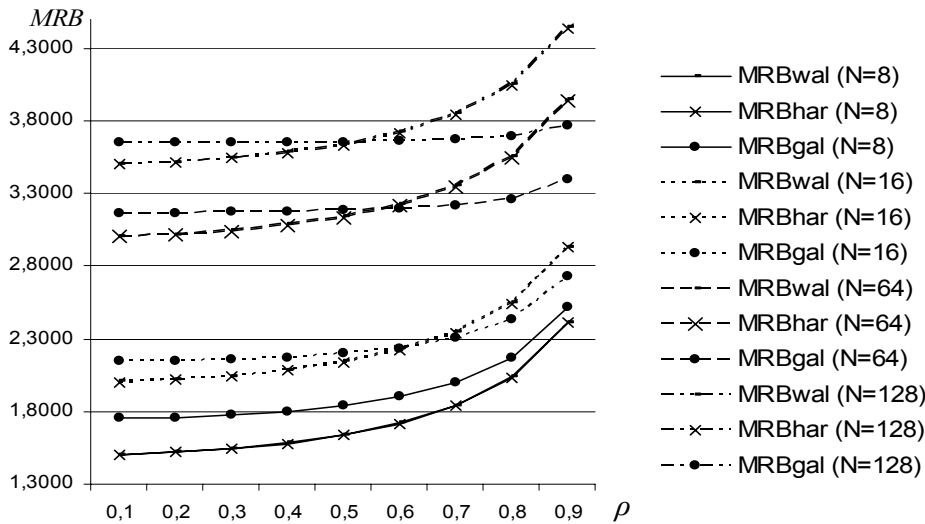


Рис. 3. Залежності теоретичної границі зменшення затрат від кореляції  $\rho$  для перетворень розмірностей  $N$

Таким чином, за допомогою перетворення Галуа у порівнянні із перетвореннями Уолша та Хаара здійснюється кодування з мінімальною кількістю біт на один коефіцієнт перетворення чим забезпечується зменшення надлишковості.

Здійснено дослідження середньоквадратичної похибки відновлення даних  $MSE$  за частиною коефіцієнтів при використанні перетворень Уолша, Хаара та Галуа [1 – 4]:

$$MSE = 1 - \frac{\sum_{i \in \Omega} \sigma^2(i)}{\sum_{i=1}^N \sigma^2(i)},$$

де  $\sigma^2(i) = b(i, i)$ ,  $\Omega$  – множина, яка містить  $K$  коефіцієнтів перетворення, що відповідають найбільшим значенням дисперсій  $\sigma^2(i)$ .

Графіки залежностей похибок відновлення вхідного інфопотоку за  $K = 25\%$  коефіцієнтів перетворень Уолша  $MSE_{wal}$ , Хаара –  $MSE_{har}$  та Галуа –  $MSE_{gal}$  для низько, середньо та високорельованих даних залежно від розмірності вхідного вектора наведені на рис. 4.

На основі аналізу результатів, графічних залежностей рис. 4 та обчислення відношень похибок

$$k_{MSEGW} = MSE_{gal} / MSE_{wal}$$

$$k_{MSEGH} = MSE_{gal} / MSE_{har}$$

і можна зробити висновок, що використання ортогонального перетворення Галуа розмірності  $N = 8$  з різним ступенем кореляції забезпечує до 3,2 ( $k_{MSEGW} \leq 3,2$ ) та для всіх досліджених довжин блоків низькорельованих вхідних даних ( $\rho = 0,1$ ) забезпечує до 6,6 ( $k_{MSEGH} \leq 6,6$ ) разів меншу похибку відновлення даних у порівнянні із перетвореннями Уолша та Хаара. Отже, якість відновлених даних є вищою. Для низько та середнькорельованих вхідних даних обчислено ступінь зменшення надлишковості  $m = N / K$  для перетворень Уолша  $m_{wal}$ , Хаара –  $m_{har}$  та Галуа –  $m_{gal}$  довжини  $N = 8$  залежно від похибок відновлення (рис. 5) та встановлено, що при фіксованій похибці ортогональне перетворення на основі функцій Галуа забезпечує вищий ступінь зменшення надлишковості.

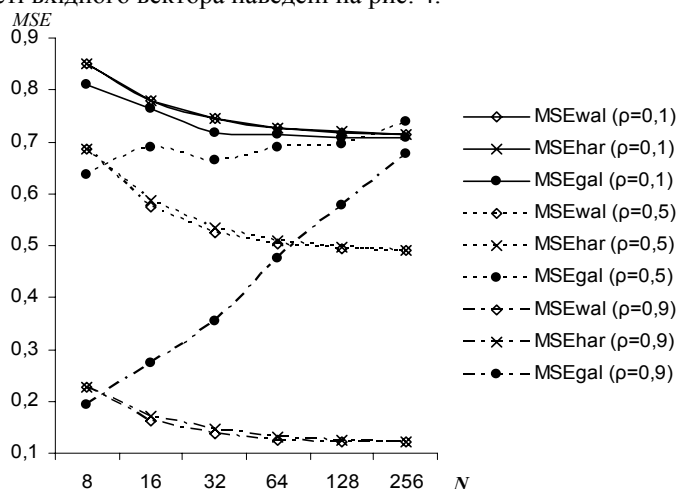


Рис. 4. Залежності похибок відновлення даних з коефіцієнтами кореляції  $\rho = 0,1, \rho = 0,5, \rho = 0,9$  від розмірності

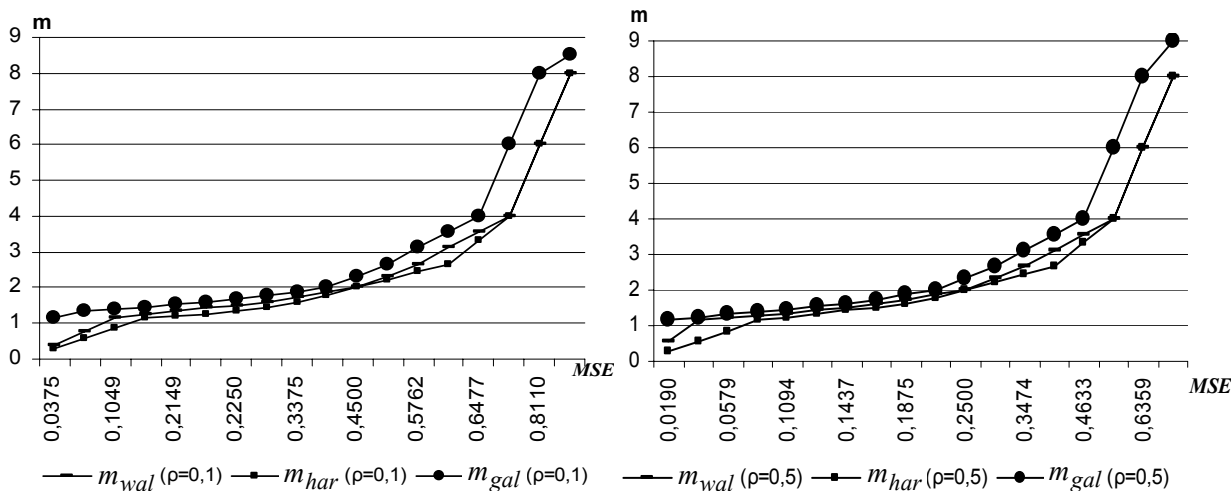


Рис. 5. Залежності ступеня зменшення надлишковості від похибки

Таким чином, на основі рекурсивно впорядкованої системи функцій Галуа за допомогою процедури ортогоналізації утворено базис та розроблено метод обробки інформації в базисі Галуа. Результати проведених досліджень дають можливість зробити висновок, що запропонований метод обробки інформації на основі ортогонального перетворення Галуа порівняно із відомими перетвореннями Уолша та Хаара дозволяє зменшити затрати на подання одного елемента перетворення, збільшити точність відновлення даних, забезпечуючи до 6,6 разів меншу похибку, і може використовуватись для кодування інформації на основі ортогонального перетворення та зменшення надлишковості інфопотоків.

1. Айфичер Э. С. Цифровая обработка сигналов: практический подход / Э. С. Айфичер, Б. У. Джервис; [пер. с англ.]. – М.: Издательский дом “Вильямс”, 2004. – 992 с.
2. Ахмед Н. Ортогональные преобразования при обработке цифровых сигналов / Н. Ахмед, К. Р. Рао; [пер. с англ.]. – М.: Связь, 1980. – 248 с.
3. Прэтт У. Цифровая обработка изображений: в 2 кн. / Прэтт У.; пер. с англ. – М.: Мир, 1980.
4. Гнатив Л. А. Методы синтеза эффективных ортогональных преобразований высокой и низкой корреляции и их быстрых алгоритмов для кодирования и сжатия цифровых изображений / Л.А. Гнатив, Е. С. Шевчук // Кибернетика и системный анализ. – 2002. – № 6. – С. 104–117.
5. Петришин Л. Б. Теоретичні основи перетворення форми та цифрової обробки інформації в базисі Галуа: [навч. посібник]. – К.: ІЗІМН МОУ, 1997. – 237 с.
6. Солодовников А. И. Основы теории и методы спектральной обработки информации. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1986. – 272 с.

Надійшла 6.2.2010 р.

УДК 621.317.73

Ю.М. БОЙКО, А.С. ПОЛЩУК, В.П. РОЙЗМАН  
Хмельницький національний університет

## ПРОБЛЕМИ СИНХРОНІЗАЦІЇ АВТОКОЛИВАЛЬНИХ СИСТЕМ ПІД ЗОВНІШНІМ ПЕРИОДИЧНИМ ВПЛИВОМ

*Проаналізовано проблеми впливу зовнішньої дії на коливальні системи та умови виникнення режиму взаємної синхронізації. Надане уявлення про синхронізацію як механізм пояснення різноманітних процесів в техніці тощо. Досліджено процес узагальненої синхронізації коливальних систем на основі рівняння Ван-дер-Поля. Отримано часові реалізації та фазові портрети рівняння Ван-дер-Поля при різних значеннях параметрів рівняння. Сформовано уявлення про умови синхронізації коливальних систем осцилятора Ван-дер-Поля під зовнішнім впливом.*

*The problems of influencing of the external operating are analysed on the oscillating systems and terms of origin of the mode of mutual synchronization. A picture is given of synchronization as mechanism of explanation of various processes in a technique, and others like that. Explore process of the generalized synchronization of the oscillating systems on the basis of equalization of the Van-der-Pol. Sentinel realization and phase portraits of equalization of the Van-der-Pol is got at the different values of parameters of equalization. The picture of terms of synchronization of the oscillating systems of the Van-der-Pol oscillator is formed under the external influencing.*

Ключові слова: синхронізація, осцилятор, фазовий портрет.

### ВСТУП

Якщо існують дві слабо зв'язані автоколивальні системи, то можна сказати, що кожна з них здійснює зовнішню дію на іншу. Результатом часто виявляється виникнення такого сталого режиму, в якому коливання в обох системах відбуваються синхронно, з однією і тією ж частотою, з одним і тим же періодом. Це ефект взаємної синхронізації зв'язаних систем. Вперше він був описаний в XVII столітті Христіаном Гюйгенсом стосовно механічних автоколивальних систем – годинника, причому зв'язок між системами забезпечується їх закріпленням на загальній підкладці.

Якщо сукупність, два або більше зв'язаних автоколивальних елементів розглядається як єдина система, то їх взаємну синхронізацію природно трактувати як внутрішню синхронізацію властивих цій системі коливальних мод («захоплення мод»). Синхронізація має різноманітні і важливі застосування в техніці. Якщо, наприклад, ми маємо потужний електронний генератор, то частотою коливань в ньому можна ефективно управляти в певних межах, подаючи відносно слабкий зовнішній сигнал бажаної частоти. Забезпечити стабільність частоти малопотужного допоміжного генератора технічно набагато простіше, але, завдяки ефекту синхронізації, в цьому випадку стабільною стає і частота потужного генератора. Уявлення про синхронізацію дозволяє пояснити або інтерпретувати часом дуже інтригуючі і нетривіальні явища, такі як підстроювання біологічних ритмів живих організмів під зовнішню дію (наприклад, добовий цикл), синхронізація свічення скупчення світляків, синхронізація хлопків при аплодисментах в театрі і так далі.

### АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Розглянемо деяку нелінійну дисипативну систему, в якій реалізується режим періодичних автоколивань. Образом сталого режиму у фазовому просторі буде граничний цикл – замкнута фазова траєкторія, до якої наближаються всі інші траєкторії [1]. Далі, введемо додатково зовнішню періодичну дію на систему, таку, що її часовий період близький до періоду автономних коливань. При цьому виявляється чудове явище: у певному інтервалі частоти зовнішньої сили коливання системи синхронізуються із зовнішньою дією по частоті (або, те ж саме, по періоду), причому згаданий частотний інтервал (смуга синхронізації) тим ширше, чим більше інтенсивність дії. Цей ефект – синхронізація зовнішньою силою спостерігається в системах самої різної природи – в радіотехнічних і електронних пристроях, в лазерах, в механічних системах, в коливальних хімічних реакціях, в біологічних об'єктах. Окрім синхронізації на