

1. Айфичер Э. С. Цифровая обработка сигналов: практический подход / Э. С. Айфичер, Б. У. Джервис; [пер. с англ.]. – М.: Издательский дом “Вильямс”, 2004. – 992 с.
2. Ахмед Н. Ортогональные преобразования при обработке цифровых сигналов / Н. Ахмед, К. Р. Рао; [пер. с англ.]. – М.: Связь, 1980. – 248 с.
3. Прэтт У. Цифровая обработка изображений: в 2 кн. / Прэтт У.; пер. с англ. – М.: Мир, 1980.
4. Гнатив Л. А. Методы синтеза эффективных ортогональных преобразований высокой и низкой корреляции и их быстрых алгоритмов для кодирования и сжатия цифровых изображений / Л.А. Гнатив, Е. С. Шевчук // Кибернетика и системный анализ. – 2002. – № 6. – С. 104–117.
5. Петришин Л. Б. Теоретичні основи перетворення форми та цифрової обробки інформації в базисі Галуа: [навч. посібник]. – К.: ІЗіМН МОУ, 1997. – 237 с.
6. Солодовников А. И. Основы теории и методы спектральной обработки информации. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1986. – 272 с.

Надійшла 6.2.2010 р.

УДК 621.317.73

Ю.М. БОЙКО, А.С. ПОЛЩУК, В.П. РОЙЗМАН
Хмельницький національний університет

ПРОБЛЕМИ СИНХРОНІЗАЦІЇ АВТОКОЛИВАЛЬНИХ СИСТЕМ ПІД ЗОВНІШНІМ ПЕРІОДИЧНИМ ВПЛИВОМ

Проаналізовано проблеми впливу зовнішньої дії на коливальні системи та умови виникнення режиму взаємної синхронізації. Надане уявлення про синхронізацію як механізм пояснення різноманітних процесів в техніці тощо. Досліджено процес узагальненої синхронізації коливальних систем на основі рівняння Ван-дер-Поля. Отримано часові реалізації та фазові портрети рівняння Ван-дер-Поля при різних значеннях параметрів рівняння. Сформовано уявлення про умови синхронізації коливальних систем осцилятора Ван-дер-Поля під зовнішнім впливом.

The problems of influencing of the external operating are analysed on the oscillating systems and terms of origin of the mode of mutual synchronization. A picture is given of synchronization as mechanism of explanation of various processes in a technique, and others like that. Explore process of the generalized synchronization of the oscillating systems on the basis of equalization of the Van-der-Pol. Sentinel realization and phase portraits of equalization of the Van-der-Pol is got at the different values of parameters of equalization. The picture of terms of synchronization of the oscillating systems of the Van-der-Pol oscillator is formed under the external influencing.

Ключові слова: синхронізація, осцилятор, фазовий портрет.

ВСТУП

Якщо існують дві слабо зв'язані автоколивальні системи, то можна сказати, що кожна з них здійснює зовнішню дію на іншу. Результатом часто виявляється виникнення такого сталого режиму, в якому коливання в обох системах відбуваються синхронно, з однією і тією ж частотою, з одним і тим же періодом. Це ефект взаємної синхронізації зв'язаних систем. Вперше він був описаний в XVII столітті Христіаном Гюйгенсом стосовно механічних автоколивальних систем – годинника, причому зв'язок між системами забезпечується їх закріпленням на загальній підкладці.

Якщо сукупність, два або більше зв'язаних автоколивальних елементів розглядається як єдина система, то їх взаємну синхронізацію природно трактувати як внутрішню синхронізацію властивих цій системі коливальних мод («захоплення мод»). Синхронізація має різноманітні і важливі застосування в техніці. Якщо, наприклад, ми маємо потужний електронний генератор, то частотою коливаний в ньому можна ефективно управляти в певних межах, подаючи відносно слабкий зовнішній сигнал бажаної частоти. Забезпечити стабільність частоти малопотужного допоміжного генератора технічно набагато простіше, але, завдяки ефекту синхронізації, в цьому випадку стабільною стає і частота потужного генератора. Уявлення про синхронізацію дозволяє пояснити або інтерпретувати часом дуже інтригуючі і нетривіальні явища, такі як підстроювання біологічних ритмів живих організмів під зовнішню дію (наприклад, добовий цикл), синхронізація свічення скупчення світляків, синхронізація хлопків при аплодисментах в театрі і так далі.

АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Розглянемо деяку нелінійну дисипативну систему, в якій реалізується режим періодичних автоколиваний. Образом сталого режиму у фазовому просторі буде граничний цикл – замкнута фазова траєкторія, до якої наближаються всі інші траєкторії [1]. Далі, введемо додатково зовнішню періодичну дію на систему, таку, що її часовий період близький до періоду автономних коливаний. При цьому виявляється чудове явище: у певному інтервалі частоти зовнішньої сили коливання системи синхронізуються із зовнішньою дією по частоті (або, те ж саме, по періоду), причому згаданий частотний інтервал (смуга синхронізації) тим ширше, чим більше інтенсивність дії. Цей ефект – синхронізація зовнішньою силою спостерігається в системах самої різної природи – в радіотехнічних і електронних пристроях, в лазерах, в механічних системах, в коливальних хімічних реакціях, в біологічних об'єктах. Окрім синхронізації на

частоті дії може реалізуватися також синхронізація на гармоніках і субгармоніках, коли частоти дії і відгуку кратні один одному або, в найзагальнішому випадку, знаходяться в деякому раціональному відношенні.

Принципове значення для розуміння ефекту синхронізації має та обставина, що періодичні автоколивання у відсутності зовнішньої дії на систему характеризуються фазою, різні значення якої рівно допустимі. Якщо на систему, що здійснює автоколивання подіяти поштовхом, то вона знов прийде в режим стаціонарних автоколивань з тією ж амплітудою, але, взагалі кажучи, з іншою фазою. Якщо ж зовнішня дія періодична і здійснюється поєдно, то навіть при малій її амплітуді виникаючий зсув фази може поступово накопичуватися, так що за достатньо великий час фаза виявиться зсунутою на велику величину. Уявимо собі, що в одному інтервалі значень фази власних коливань системи щодо зовнішньої дії ця фаза дрейфує в один бік, а в іншому – в іншу. Ясно, що у результаті система прийде в точку, що відповідає зміні напрямку дрейфу відносної фази, і там залишиться. Це і буде режим синхронізації [2].

У сучасній нелінійній динаміці сформувався набагато ширший погляд на синхронізацію, ніж в класичній теорії коливань. Дійсно, як ми тепер знаємо, автоколивання можуть бути представлені не тільки періодичними, але і складнішими режимами, зокрема квазіперіодичними і хаотичними. При кожній можливій комбінації типів режиму в діючій та відомій системах може виникнути така ситуація, що динаміка другої системи відтворить певні характеристики динаміки першої. В цьому випадку ми маємо право говорити про синхронізацію в деякому узагальненому сенсі. При однонаправленому зв'язку підсистем це можна інтерпретувати, як синхронізацію системи зовнішнім сигналом – регулярним або хаотичним. За наявності взаємної дії двох систем одна на одну може виникати безліч різноманітних режимів взаємної синхронізації.

До теперішнього часу в літературі накопичений обширний матеріал, що відноситься до вказаного кола питань [1]. Введено уявлення про такі феномени як узагальнена взаємна синхронізація хаотичних систем (Афраймович, Верічев, Рабинович, 1986, Pecora and Carroll, 1990), хаотична синхронізація при однонаправленому зв'язку (Аніщенко, Рабинович і ін., 1986, 1996), фазова синхронізація хаотичних систем, синхронізації невзаємодіючих систем у присутності ідентичного шумового сигналу, що впливає на них (Піковський, 1984, Grebogu et al., 1990). У системах з квазіперіодичною зовнішньою дією виявлена можливість виникнення дивного нехаотичного атратора (Grebogi et al., 1984), що може розглядатися як свого роду сценарій руйнування режиму синхронізації.

Різні аспекти узагальненої синхронізації привертають увагу, зокрема, з погляду можливих застосувань. Наприклад, системи з однонаправленим зв'язком, підсистеми яких генерують синхронний хаос, розглядаються як основа комунікаційних систем, що використовують хаотичні сигнали. Великий інтерес викликає можливість здійснення синхронізації зовнішньою дією різних біологічних процесів (серцевий ритм, ритми мозку, дихальний ритм), що може призвести до нетривіальних можливостей використання, зокрема в медицині.

Дослідження процесу узагальненої синхронізації коливальних систем почнемо з розгляду узагальненої схеми радіотехнічного генератора автоколивань рис. 1.

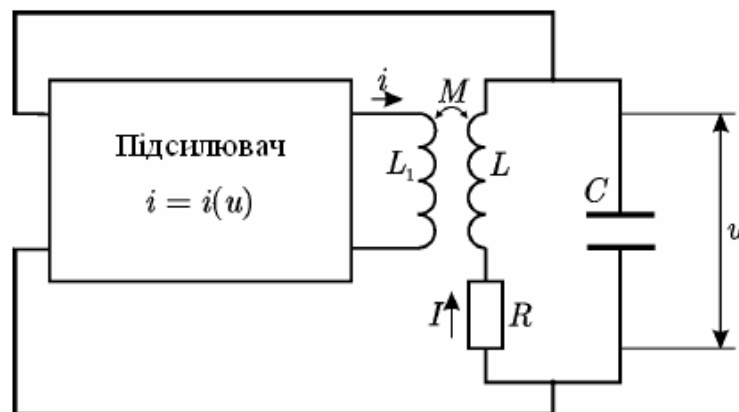


Рис. 1. Схема радіотехнічного генератора автоколивань

Колівальною системою тут служить RLC – контур. Напряда з контуру подається на вхід активного елементу – підсилювача. Вважатимемо, що відома нелінійна характеристика підсилювача, тобто залежність струму i на виході підсилювача від напруги на вході, яку можна апроксимувати кубічним поліномом:

$$i(u) = a_0 \cdot u + a_2 \cdot u^3 + \dots \quad (1)$$

Коефіцієнти a_n вважаються за позитивні. Фізичну природу підсилювача ми поки не конкретизуємо.

Вихід підсилювача навантажений на котушку індуктивності L_1 , яка індуктивно пов'язана з котушкою контуру. Таким чином забезпечується зворотний зв'язок.

Отримаємо диференціальне рівняння, що описує коливання генератора. Запишемо для контуру рівняння Кірхгофа (позначення показані на рисунку):

$$L \frac{dI}{dt} + R \cdot I + u = M \frac{di(u)}{dt},$$

$$u = \frac{1}{C} \int Idt. \quad (2)$$

З цих рівнянь із врахуванням виразу (1) можна отримати наступне рівняння:

$$\frac{d^2 u}{dt^2} - \omega_0^2 (Ma_0 - RC - 3Ma_2 u^2) \frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = 0, \quad (3)$$

де $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ – власна частота коливань коливального контуру. Рівняння (3) носить назву рівняння Ван-дер-Поля і є основою для дослідження періодичних автоколивань та проблем синхронізації автоколивальних систем під зовнішнім гармонійним впливом.

Приведемо рівняння (3) до вигляду який містить один параметр керування. Введемо безрозмірні змінні $\tau = \omega_0 t$, $y = u \sqrt{3\omega_0 Ma_2}$. Тоді рівняння (3) можна записати:

$$\ddot{y} - (\mu - y^2) \cdot \dot{y} + y = 0, \quad (4)$$

де $\mu = \frac{(M \cdot a_0 - RC)}{\sqrt{LC}}$ – єдиний безрозмірний параметр, а точки означають диференціювання по τ .

Отримаємо фазові портрети та часові реалізації коливань осцилятора Ван-дер-Поля використав середовище MathCAD та проведемо їх аналіз рис. 2а, б, в.

При $\mu < 1$ (рис. 2,а) автоколивання є квазігармонійними. Виходу на граничний цикл передують тривалі (в порівнянні з періодом коливань) перехідний процес. Хоча сталі коливання не є строго гармонійними, а Фур'є-спектр містить вищі гармонійні складові, їх амплітуда мала. При $\mu = 1$ (рис. 2, б) коливання вже істотно негармонійні. Нарешті, при $\mu > 1$ (рис. 2, в) на осцилограмі виразно можна виділити ділянки швидкої і повільної зміни перемінної y . Такі коливання називаються релаксаціями.

ДОСЛІДЖЕННЯ СИНХРОНІЗАЦІЇ ОСЦИЛЯТОРА ВАН-ДЕР-ПОЛЯ ПІД ЗОВНІШНІМ ВПЛИВОМ

Додамо в рівняння (4) зовнішню гармонійну дію. Отримаємо:

$$\ddot{y} - (\mu - y^2) \cdot \dot{y} + y = b \cdot \sin \omega t. \quad (5)$$

Тут параметр b визначає безрозмірну амплітуду, а ω – частоту дії, віднесену до частоти малих власних коливань осцилятора. Якщо система знаходиться недалеко від порогу виникнення автоколивань (μ невелике), амплітуда коливань і амплітуда дії малі, а частота дії близька до частоти малих коливань (ω близьке до 1), то можна скористатися яким-небудь варіантом методу повільно змінних амплітуд, наприклад, методом Ван-дер-Поля. Фазовий портрет рівняння (5) в цьому випадку має вигляд рис. 3.

Розв'язок рівняння (5) у вигляді квазігармонійного коливання з повільно змінною амплітудою $A(t)$ можна представити так:

$$y(t) = \text{Re}(A(t)e^{i\omega t}) = \frac{1}{2} A(t)e^{i\omega t} + \frac{1}{2} A^*(t)e^{-i\omega t}, \quad (6)$$

враховуючи, що $b \sin \omega t = \frac{b(-ie^{i\omega t} + ie^{-i\omega t})}{2}$. Далі помножимо обидві частини на $e^{-i\omega t}$ і проведемо усереднювання за період, вважаючи комплексну амплітуду A повільно змінною функцією часу. В результаті приходимо до скороченого рівняння:

$$\dot{A} + i \frac{(\omega^2 - 1)}{2\omega} A = \frac{\mu A}{2} - \frac{|A|^2 A}{8} - \frac{b}{2\omega}. \quad (7)$$

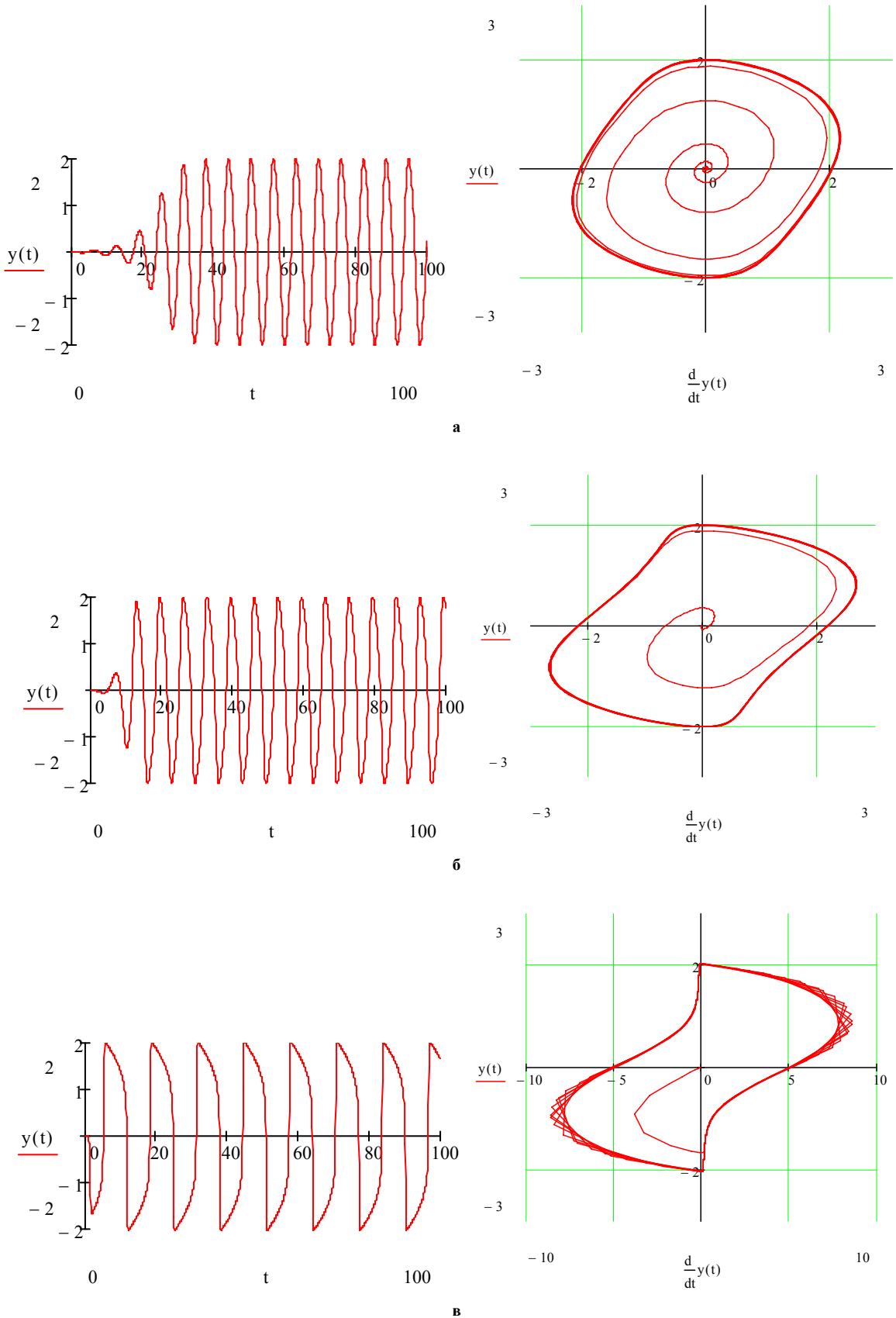


Рис. 2. Часові реалізації та фазові портрети осцилятора Ван-дер-Поля: а - $\mu < 1$; б - $\mu = 1$; в - $\mu > 1$

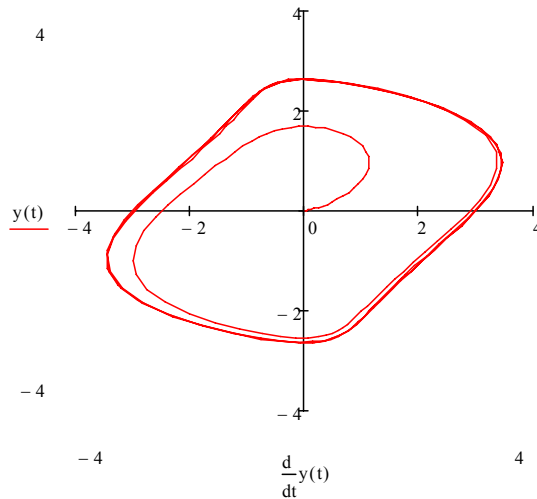


Рис. 3. Фазовий портрет осцилятора Ван-дер-Поля під зовнішнім впливом

Проведемо дослідження рівняння (7) коли автономна система здійснює автоколивання, тобто $\mu > 0$. Вважаючи:

$$\tau = \frac{\mu t}{2}, \quad z = \frac{A}{\sqrt{4\mu}}, \quad \Delta = \frac{(\omega^2 - 1)}{\mu\omega}, \quad \varepsilon = \frac{b}{2\omega\mu^{3/2}},$$

перепишемо рівняння (7) в нових змінних:

$$\dot{z} + i\Delta z = z - |z|^2 z - \varepsilon, \quad (8)$$

де тепер точка означає похідну по τ , параметр ε характеризує амплітуду зовнішньої дії, а Δ – розладнання частоти дії від власної частоти автоколивань. Часто буває зручно представити комплексну амплітуду у вигляді $z = R e^{i\psi}$. Тоді з рівняння (8) отримуємо:

$$\dot{R} e^{i\psi} + iR\dot{\psi} e^{i\psi} + i\Delta R e^{i\psi} = R e^{i\psi} - R^3 e^{i\psi} - \varepsilon. \quad (9)$$

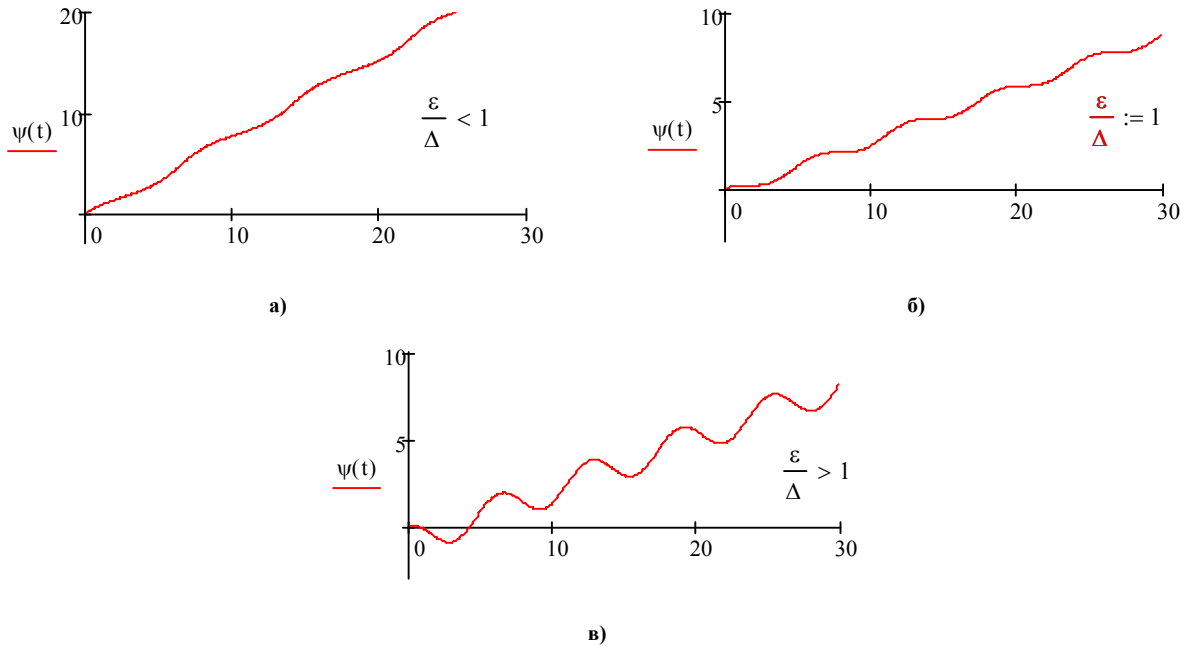
Помножимо рівняння на $e^{-i\psi}$ і відокремимо дійсну і уявну частини:

$$\begin{aligned} \dot{R} &= R - R^3 - \varepsilon \cos \psi, \\ \dot{\psi} &= -\Delta + \left(\frac{\varepsilon}{R}\right) \sin \psi. \end{aligned} \quad (10)$$

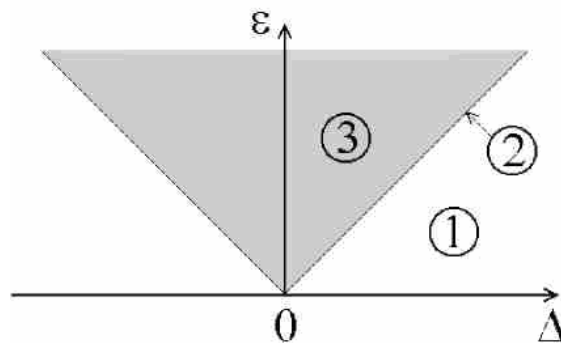
Припустимо, що амплітуда дії невелика, тобто параметр ε малий. В нульовому порядку по ε з першого рівняння (10) знайдемо амплітуду сталих коливань $R=1$ і підставимо її в друге рівняння. (Оскільки в другому рівнянні відповідний член, містить множник ε , при цій підстановці ми маємо право використовувати нульовий порядок апроксимації для R .) В результаті приходимо до замкнутого рівняння для єдиної змінної – фази коливань системи по відношенню до зовнішньої дії:

$$\psi = -\Delta + \varepsilon \sin \psi. \quad (11)$$

Проведемо дослідження умов синхронізації осцилятора залежно від значення параметрів Δ і ε . З точки зору форми представлення виразу (11), важливим є його залежність від відношення ε/Δ . При $|\varepsilon/\Delta| < 1$ форма монотонно залежить від ψ рис. 4. При $|\varepsilon/\Delta| = 1$ залежність від фази ще монотонна, але набуває точок перегину, де дотична горизонтальна, а графік локально має вид кубічної параболи (критична ситуація). Нарешті, при $|\varepsilon/\Delta| > 1$ форма функції стає неоднозначною, має максимуми і мінімуми (рис. 4, в). На рис. 5 показані області, де реалізується перша і третя ситуації на площині параметрів (Δ, ε) . Критична ситуація має місце на розмежовуючих лініях, $\Delta = \pm \varepsilon$.

Рис. 4. Графічні залежності рівняння (10) при різних значеннях параметрів ε і Δ

Динаміку фази можна наочно уявити як ковзання частинки вздовж траєкторії рис. 4.

Рис. 5. Области синхронізації на площині розладнання частот Δ , амплітуда дії ε

При $|\varepsilon/\Delta| < 1$ матиме місце однонаправлений рух, швидкість якого осцилює, причому період осциляцій прагне до нескінченності у міру наближення до критичної ситуації. При $|\varepsilon/\Delta| > 1$ «частинка» повинна буде зупинитися в одному з мінімумів залежності на рис. 4 в, що відповідає режиму синхронізації: фаза коливаний системи щодо фази дії перестав змінюватися в часі.

Якщо ми фіксуємо амплітуду дії ε і змінюємо її частоту (тобто параметр Δ), то синхронізація досягається в певному інтервалі значень розладнання $|\Delta| < \varepsilon$. Це смуга синхронізації. Її ширина в даному наближенні збільшується прямо пропорційно амплітуді дії. Область (зону) на площині параметрів (Δ, ε) , що відповідає режиму синхронізації показано на рис. 5.

ВИСНОВКИ:

- розгляд умов синхронізації коливальних систем має важливе значення не лише в техніці, але і в інших застосуваннях, наприклад, при поясненні підстроювання біологічних ритмів живих організмів під зовнішню дію;
- за наявності взаємної дії двох систем одна на одну може виникати безліч різноманітних режимів взаємної синхронізації;
- рівняння Ван-дер-Поля є основою для дослідження періодичних автоколиваний та проблем синхронізації автоколивальних систем під зовнішнім гармонійним впливом;
- умова синхронізації зручно досліджується шляхом аналізу замкнутого рівняння для єдиної змінної – фази коливаний системи по відношенню до зовнішньої дії.

1. Трубецков Д.И., Рожнев А.Г. Линейные колебания и волны. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001.
2. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. – М.: Наука, 1981.
3. Мичулин В.В., Медведев В.И., Мустель Е.Р. Основы теории колебаний. – М.: Наука, 1988.

Надійшла 3.2.2010 р.

УДК 621.317.73

Б.Б. ПОСПЕЛОВ

Государственный университет информационно-коммуникационных технологий, г. Харьков

КОМПЛЕКСНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ БЕСПРОВОДНЫХ КАНАЛОВ СВЯЗИ

Рассматривается развитие байесовского подхода к комплексной оптимизации обобщенного правила решения в виде взаимосвязанной оптимизации частных правил решений для передающей и приемной сторон в беспроводных каналах связи.

Development of the bayesovskogo going is examined near complex optimization of the generalized rule of decision as associate optimization of private rules of decisions for transmitter and receiving sides in the off-wire ductings of connection.

Ключевые слова: канал связи, оптимизация.

Введение. Оптимизация беспроводных каналов связи с учетом среды передачи была и остается одной из важных и сложных проблем теории и техники связи. Актуальность поиска эффективных и конструктивных ее решений на современном этапе обуславливается бурным развитием беспроводных телекоммуникаций. К настоящему времени теория и техника беспроводной связи пополнились сложными технологиями доступа, кодирования, в том числе пространственно-временного, модуляции, адаптации, ММО и другими технологиями [1]. Однако, несмотря на это, эффективность беспроводных телекоммуникаций в реальных условиях оказывается существенно ниже ожидаемой [2]. Основными причинами этого являются несоответствие реальных условий в среде передачи и принятых при проектировании, а также доминирующее преобладание многоэтапного подхода к оптимизации процедур формирования и принятия решений, который оказывается неоптимальным в сложных условиях. Поэтому проблема оптимизации беспроводных каналов остается одной из актуальных в современной теории и технике связи [2-4]. Эффективные и конструктивные решения данной проблемы следует искать в рамках подхода комплексной оптимизации обработки на передающей и приемной сторонах (процессов кодирования, модуляции, демодуляции и декодирования) в виде единого процесса передачи данных [3]. В такой общей постановке эта проблема пока еще не решена.

Реализация рассматриваемого подхода предполагает обобщенное описание данных на входе и выходе канала в виде элементов соответствующих пространств, представление канала связи в целом в виде единой системы обработки входных данных, работающей по некоторому обобщенному правилу решения или в виде взаимосвязанных частных правил решений, уточнение количественной оценки качества для обобщенного правила решения и последующую оптимизацию канала связи в целом в соответствии с заданным критерием.

В данной статье рассматривается развитие байесовского подхода к комплексной оптимизации обобщенного правила решения в виде взаимосвязанной оптимизации частных правил решений для передающей и приемной сторон, т. е. совместной (комплексной) оптимизации процессов формирования сигналов на передающей стороне и их обработки на приемной стороне с учетом свойств среды передачи.

Основные понятия и соотношения. В статистической теории связи байесовский подход традиционно используется для оптимизации решающих правил приемных систем обработки. Однако при определенной трансформации известных понятий и представлений, присущих данному подходу, он может быть использован для оптимизации решающих правил передающей системы, а также совместной оптимизации решающих правил для передающей и приемной систем различных каналов связи. Для этого уточним основные понятия и соотношения, необходимые для дальнейшего рассмотрения.

Обычно задача статистического решения возникает на приемной стороне при наблюдении реализации Y случайного процесса $\{y(t)\}$, протекающего в дискретном либо непрерывном времени. В классических задачах обнаружения, оценки и фильтрации случайный процесс $\{y(t)\}$ обычно определяется принятой моделью уравнения наблюдения для приемной системы обработки. В отличие от этого рассматриваемые беспроводные каналы связи представляют собой специфические системы обработки входных данных λ в виде случайного процесса $\{\lambda(t)\}$ в соответствующие выходные данные $\hat{\lambda}$ (оценки) в виде случайного процесса $\{\hat{\lambda}(t)\}$. В теории связи понятие канала связи обычно связывают с совокупностью физической среды передачи и соответствующих устройств преобразования и обработки на передающей и приемной сторонах, обеспечивающих передачу требуемого потока данных λ через физическую среду [5].