

$$T_4 = |0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 23 \ 0 \ 0 \ 7 \ 0|,$$

$$T_\Sigma = \sum_{i=1}^k T_i = |19 \ 10 \ 9 \ 6 \ 3 \ 23 \ 10 \ 13 \ 7 \ 13|,$$

$$T_L = \sup\{T_\Sigma\} = 23.$$

Критичний шлях даної топології дорівнює 23 часових одиниць.

Висновки

В роботі доведено можливість та доцільність використання принципів та підходів до аналізу і синтезу топологій для розв'язання задачі аналізу та синтезу топологій розподілених обчислень. Використання запропонованого підходу дозволяє автоматизувати даний процес, оскільки виключається необхідність виконання операцій людиною. На користувача може покладатись задача перетворення представлення топології у вигляді графа в матричну форму. Отже, доцільним є продовження досліджень у даному напрямі з метою отримання автоматизованого методу та засобів аналізу і синтезу топологій розподілених обчислень.

Література

1. Воеводин В.В. Параллельные вычисления. / Воеводин В.В., Воеводин Вл. БХВ-Петербург, 2002. – 608 стр.
2. Немнюгин С. Параллельное программирование для многопроцессорных вычислительных систем / Немнюгин С., Стесик О. – СПб.: БХВ-Петербург, 2002. – 400 с.
3. Богачев К.Ю. Основы параллельного программирования / К.Ю. Богачев – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2003. – 342 с.
4. Эндрюс Г.Р. Основы многопоточного, параллельного и распределенного программирования. – М.: Издательский дом "Вильямс", 2003. – 674 с.
5. Дунець Р.Б. Аналіз та синтез топологій комп'ютерних видавничо-поліграфічних систем / Р.Б. Дунець. – Львів, 2003. – 174 с.
6. Нечепуренко М. И. Алгоритмы и программы решения задач на графах и сетях / Нечепуренко М. И., Попков В.К., Майнагашев С.М. – Новосибирск: Наука, Сиб. отд., 1990. – 217 с.
7. Берж К. Теория графов и ее применение / К. Берж. – М. Иностранная литература, 1962. – 180 с.
8. Вальковский В.А. Распараллеливание алгоритмов и программ. Структурный подход /А.В. Вальковский. – М.: Радио и связь, 1988. – 115 с.
9. Кормен Т. Алгоритмы: построение и анализ / Кормен Т., Лейзерсон Ч., Риверсон Р. – М.: МЦНМО, 2001. – 540 с.

Надійшла 8.5.2010 р.

УДК 519.21

А.Б. ГОРКУНЕНКО, С.А. ЛУПЕНКО, А.М. ЛУЦКІВ

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ ЦИКЛІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ДЛЯ ЇХ АВТОМАТИЗОВАНОГО АНАЛІЗУ ТА ПРОГНОЗУ

У роботі обґрунтовано нову математичну модель циклічних економічних явищ у вигляді циклічного випадкового процесу та розглянуто методи їх статистичного аналізу.

The mathematical model of cyclic economic phenomena in the form of the cyclic stochastic process is substantiated and methods of their statistical analysis are described.

Ключові слова: економічні цикли, моделювання, аналіз, прогноз, циклічний випадковий процес.

Вступ

Серед значної множини економічних явищ та процесів, особливе місце посідають економічні процеси, які мають циклічний, коливний характер. Зокрема, циклічну структуру мають такі економічні процеси, як індекси ділової активності усіх галузей економіки, валовий національний продукт країн, сезонні індекси доходів підприємств і т.д. На рис. 1. надано декілька реалізацій типових економічних циклічних процесів.

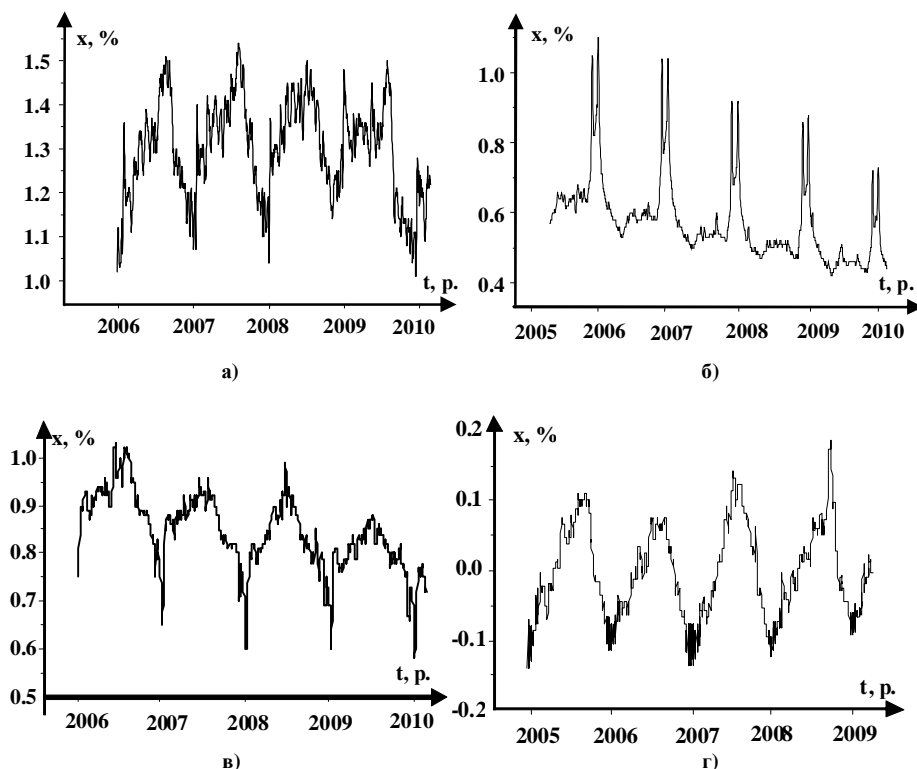


Рис. 1. Приклади типових економічних циклів: індекс активності автокредитування США (а), індекс комп'ютерних та електронних показників США, індекс активності будівельної галузі США (в) та індекс активності автотранспортної галузі США (г)

У Європі розвитком теорії економічних циклів займалися такі науковці-економісти: Клементон Жуляр [1], Карл Маркс, Ван Гельдерен, Йозеф Шумпетер [2], Герхард Менш, Якоб Ван Дайн, Кристофер Фримен, Дж. Р. Хикс, Николас Кальдор, Михайл Калецький. У Росії – Н. Д. Кондратьєв [3], А. Л. Гельфанд, В. Г. Клинов, Ю. В. Яковец, Питир Сорокин, Туган-Барановський. У США – Альфред Клайнкнехт, Саймон Кузнец, Джозеф. Китчин, Дж. Форрестер, П. Самуельсон, У. У. Ростоу.

Якість, ефективність методів автоматизованого аналізу та прогнозу економічних процесів на базі ЕОМ зумовлюється адекватністю їх математичних моделей. Побудова адекватних математичних моделей економічних циклічних процесів є актуальною науково-технічною задачею, розв'язання якої суттєво визначає розвиток та застосування новітніх інформаційних технологій для задач автоматизованого аналізу та прогнозу економічних циклів. Серед основоположників математичного моделювання та аналізу економічних циклів є такі відомі вчені, як Слуцький, Фріш, Лоуса. Цій тематиці присвячена значна кількість наукових праць, зокрема [4, 5]. Залежно від того, чи враховується стохастичність, існуючі математичні моделі циклічних економічних процесів можна поділити на детерміновані та стохастичні. До детермінованих слід віднести гармонічні функції, полігармонічні періодичні функції, майже періодичні детерміновані функції. Такі математичні моделі циклічних процесів є досить спрощеними, ідеалізованими моделями реальних економічних явищ. До стохастичних математичних моделей циклічних економічних процесів слід віднести стохастично періодичні моделі авторегресії та ковзного середнього [6, 7, 8], в рамках яких працювали Tiao, Grupe (1980), Todd (1983, 1990), Osborn (1988), Osborn, Smith (1989), Hansen, Sargent (1990), а також періодичні випадкові марковські процеси та ланцюги, в рамках яких проводили дослідження Ghysels (1991b, 1992) [9, 10], Hamilton (1988, 1989, 1990), Garcia, Perron (1989), Phillips (1991), McCulloch, Tsay (1992), Albert, Chib (1993).

Засоби автоматизованого аналізу та прогнозу економічних циклічних явищ втілені у таких програмних продуктах: E Views (D.Lilien, R.Engle, R. Hall, R. Start), Stata, BMDP Statistical Software (W.J.Dixon), SAS (Alice Allen Ray), SPSS (Normn H.Nie), Rats (Thomas Doan and Robert Littermn), Micro TSP (David M. Lilien), STAT Graphics (STSC corporation), Minitab (Minitab Inc.).

Незважаючи на значні здобутки у сфері математичного моделювання, аналізу, прогнозу та імітації циклічних економічних явищ у інформаційних системах, має місце ряд суттєвих недоліків, які зумовлені:

1) недостатньою точністю, достовірністю методів обробки циклічних економічних процесів, оскільки їх математичні моделі не враховують власний час досліджуваної економічної системи, що проявляється у нестабільності ритму коливання економічних показників та зумовлює недостатню інформативність діагностичних та прогностичних ознак в інформаційних системах їх аналізу та прогнозу;

2) недостатнім рівнем розбудови методів та програмних засобів імітації економічних циклічних процесів, які б шляхом проведення процедури параметричної ідентифікації одночасно давали змогу враховувати характеристики морфологічного характеру та характеристики ритму імітованих економічних процесів та забезпечували необхідний рівень точності та достовірності імітації.

Дана робота присвячена обґрунтуванню нової математичної моделі та методу статистичної обробки циклічних економічних процесів, що дають змогу врахувати їх стохастичність, циклічність та мінливість ритму.

Основна частина

Вперше у роботі [11] як математичну модель циклічних економічних явищ запропоновано використовувати циклічний випадковий процес. Так, згідно з роботою [12], сепарабельний випадковий процес $x(w, t), w \in \mathbf{W}, t \in \mathbf{R}$ називається циклічним випадковим процесом неперервного аргументу, якщо існує така функція $T(t, n)$, яка задовольняє умовам функції ритму, що скінченно вимірні вектори $(x(w, t_1), x(w, t_2), \dots, x(w, t_k))$ та $(x(w, t_1 + T(t_1, n)), x(w, t_2 + T(t_2, n)), \dots, x(w, t_k + T(t_k, n)))$, $n \in \mathbf{Z}$, де $\{t_1, t_2, \dots, t_k\}$ – множина сепарабельності процесу $x(w, t), w \in \mathbf{W}, t \in \mathbf{R}$, при всіх цілих $k \in \mathbf{N}$ є стохастично еквівалентними у широкому розумінні.

Функція ритму $T(t, n)$ визначає закон зміни часових інтервалів між однофазними значеннями циклічної функції. Функція $T(t, n)$ повинна задовольняти таким властивостям:

1.

- a) $T(t, n) > 0$, якщо $n > 0$ ($T(t, 1) < \infty$);
- b) $T(t, n) = 0$, якщо $n = 0$;
- c) $T(t, n) < 0$, якщо $n < 0$, $t \in \mathbf{R}$.

2.

Для будь-яких $t_1 \in \mathbf{R}$ та $t_2 \in \mathbf{R}$, для яких $t_1 < t_2$, для функції $T(t, n)$ виконується строга нерівність:

$$T(t_1, n) + t_1 < T(t_2, n) + t_2, \forall n \in \mathbf{Z}. \quad (2)$$

Функція $T(t, n)$ є найменшою за модулем ($|T(t, n)| \leq |T_g(t, n)|$) серед усіх таких функцій $\{T_g(t, n)\}, g \in \mathbf{G}$, які задовольняють (1) та (2).

Для циклічного випадкового процесу неперервного аргументу, характерно те, що сімейство його узгоджених функцій розподілу задовольняє наступним рівностям:

$$F_{k_x}(x_1, \dots, x_k, t_1, \dots, t_k) = F_{k_x}(x_1, \dots, x_k, t_1 + T(t_1, n), \dots, t_k + T(t_k, n)), \quad (3)$$

$$x_1, \dots, x_k, t_1, \dots, t_k \in \mathbf{R}, n \in \mathbf{Z}, k \in \mathbf{N}.$$

Іншими словами, циклічний випадковий процес – це такий випадковий процес, сімейство функцій розподілу якого є інваріантним до зліченої циклічної розривної групи перетворень $\mathbf{\Gamma} = \{T(t, n), n \in \mathbf{Z}\}$, що повністю визначаються функцією ритму $T(t, n)$. Якщо $T(t, n) = n \cdot T, T = const, T > 0$, то будемо мати випадковий циклічний процес із стабільним ритмом або стохастично T -періодичний процес. Якщо $T(t, n) \neq n \cdot T$, то будемо мати випадковий циклічний процес зі змінним ритмом.

Використання даної ймовірнісної моделі для опису економічних циклічних процесів, дає змогу застосувати методи їх статистичного аналізу, які мають засоби адаптації до зміни ритму, темпу розгортання коливного економічного процесу, і тим самим усувають негативний ефект розмивання їх статистичних характеристик, який має місце при застосуванні відомих методів статистичного аналізу на базі моделі у вигляді періодичного випадкового процесу.

Згідно із роботою [13], реалізації статистичних оцінок ймовірнісних характеристик циклічного випадкового процесу, які отримано із M -циклової його реалізації $x_w(t)$, мають такий вигляд.

Реалізація статистичної оцінки математичного сподівання:

$$\hat{m}_x(t) = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} x_w(t + T(t, n)), t \in \mathbf{W}_{c_1} = [t_1, t_2] \quad (4)$$

Реалізація статистичної оцінки дисперсії:

$$\hat{d}_x(t) = \frac{1}{M-1} \cdot \sum_{n=0}^{M-1} [x_w(t + T(t, n)) - \hat{m}_x(t + T(t, n))]^2, t \in \mathbf{W}_{c_1} \quad (5)$$

Реалізація статистичної оцінки початкової моментної функції k -го порядку порядку:

$$\hat{m}_x^k(t) = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} x_w^k(t + T(t, n)), t \in \mathbf{W}_{c_1} = [t_1, t_2]. \quad (6)$$

Реалізація статистичної оцінки змішаної початкової моментної функції порядку $p = \sum_{i=1}^k R_i$:

$$c_{p_x}(t_1, \dots, t_k) = \frac{1}{M - M_1 + 1} \cdot \sum_{n=0}^{M - M_1} [x_w^{R_1}(t_1 + T(t_1, n)) \cdot \dots \cdot x_w^{R_k}(t_k + T(t_k, n))], t_1 \in \mathbf{W}_{c_1}, t_2, \dots, t_k \in \mathbf{UW}_{c_m}, \quad (7)$$

де $M_1 (M_1 \ll M)$ – кількість циклів у рамках яких набирають свої значення аргументи t_2, \dots, t_k .

Для застосування статистик (4) – (7), необхідно оцінити функцію ритму $T(t, n)$. З цією метою використано результатами роботою [14], де розроблено метод оцінювання функції ритму, на основі відомостей про початки циклів циклічного процесу.

Було проведено серію експериментів по обробці економічних циклічних процесів, зокрема, індексу автофінансування та індексу активності комп'ютерних та електронних показників США, які представлені на рисунку 2 після виділення тренду (для усунення трендової складової економічного циклічного процесу використано метод найменших квадратів).

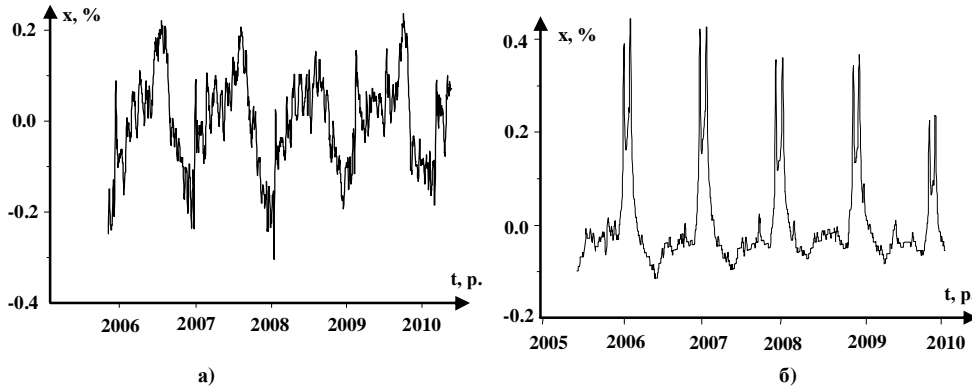


Рис. 2. Індекси активності автокредитування США (а) та індексу активності комп'ютерних та електронних показників США після виділення тренду (б)

На рисунках 3 та 4 надано графіки реалізацій оцінок ймовірнісних характеристик (математичного сподівання, дисперсії, кореляційної функції) економічних циклів при їх обробці на базі моделі у вигляді стохастично періодичного процесу.

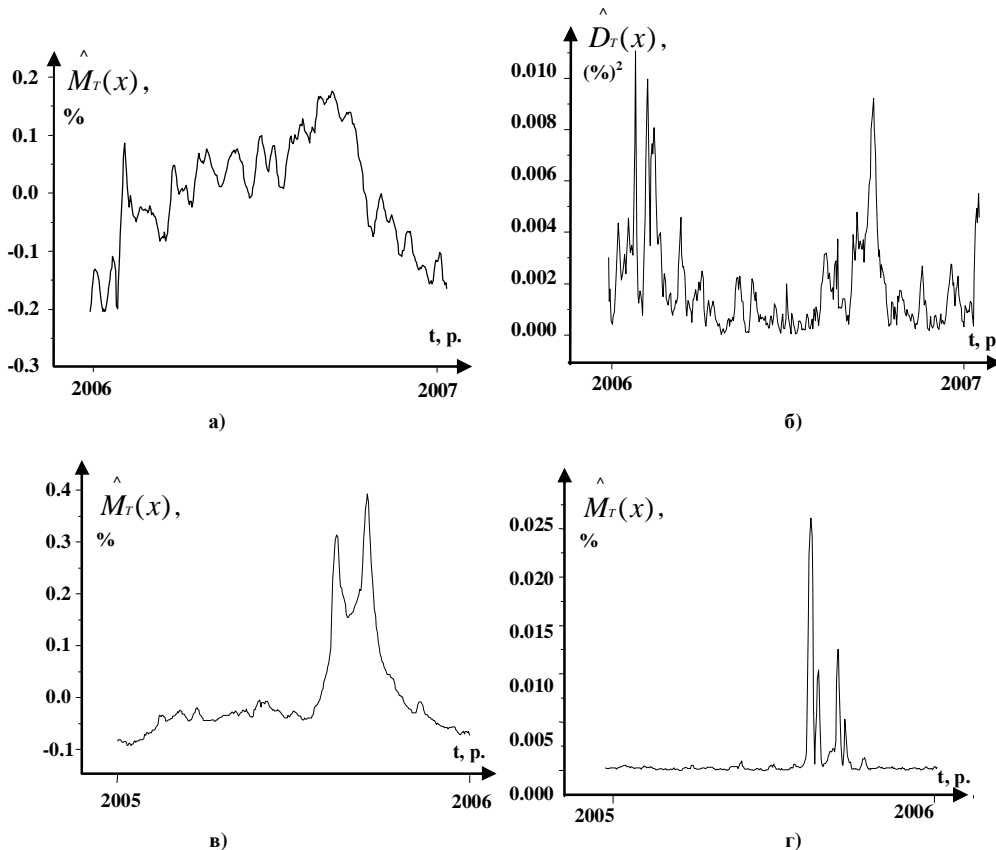


Рис. 3. Реалізації статистичних оцінок математичного сподівання індексу активності авто кредитування (а) та індексу активності комп'ютерних та електронних показників США (б) та відповідних дисперсій (в), (г) при її обробці на основі періодичного випадкового процесу

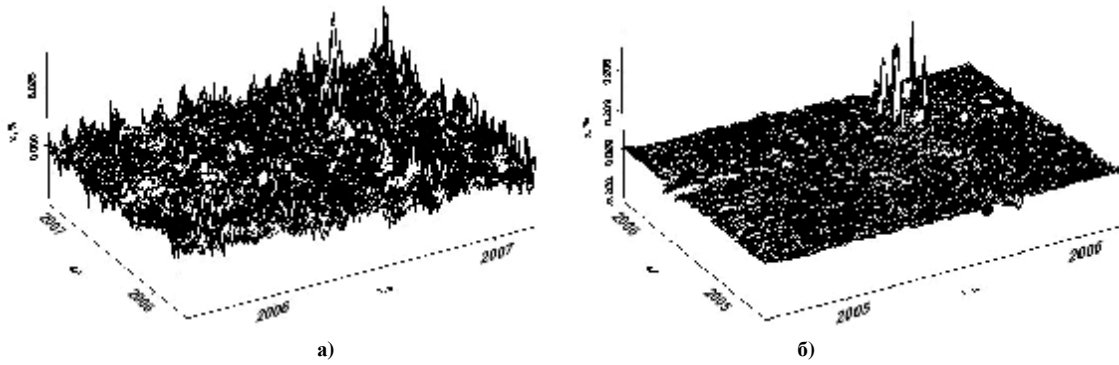


Рис. 4. Реалізації статистичних оцінок автокореляційних функцій індексу активності автокредитування (а) та індексу активності комп'ютерних та електронних показників США (б) при їх обробці на основі періодичного випадкового процесу

На рисунку 5, надано графіки оцінок функцій ритму досліджуваних економічних циклічних процесів, з якого видно мінливість ритму досліджуваних економічних процесів.

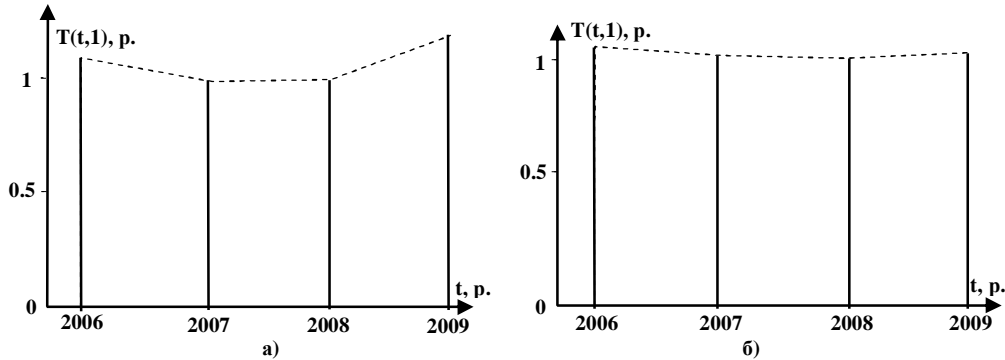


Рис. 5. Функції ритму індексу активності авто кредитування США (а) та індекс активності комп'ютерних та електронних показників США (б)

На рисунках 6 та 7, надано графіки реалізацій оцінок ймовірнісних характеристик (математичного сподівання, дисперсії, кореляційної функції) економічних циклічних процесів при їх обробці на базі моделі у вигляді циклічного випадкового процесу.

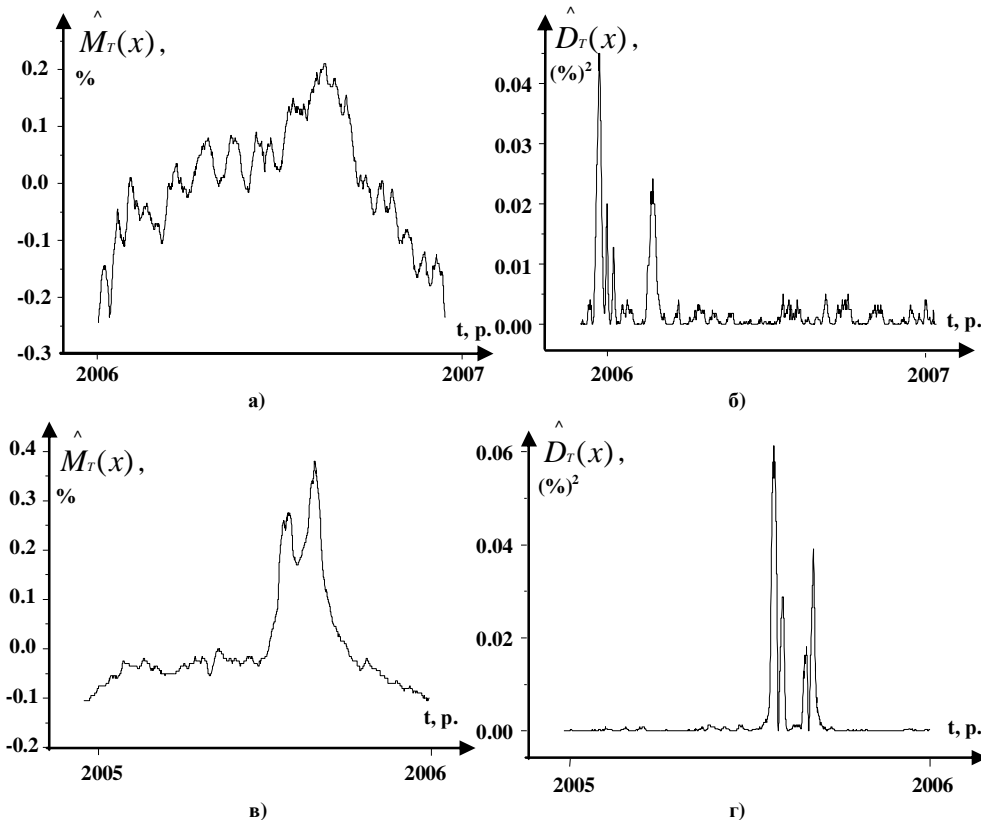


Рис. 6. Реалізації статистичних оцінок математичного сподівання індексу активності авто кредитування (а) та індексу активності комп'ютерних та електронних показників США (б) та відповідних дисперсій (в), (г) при її обробці на основі циклічного випадкового процесу

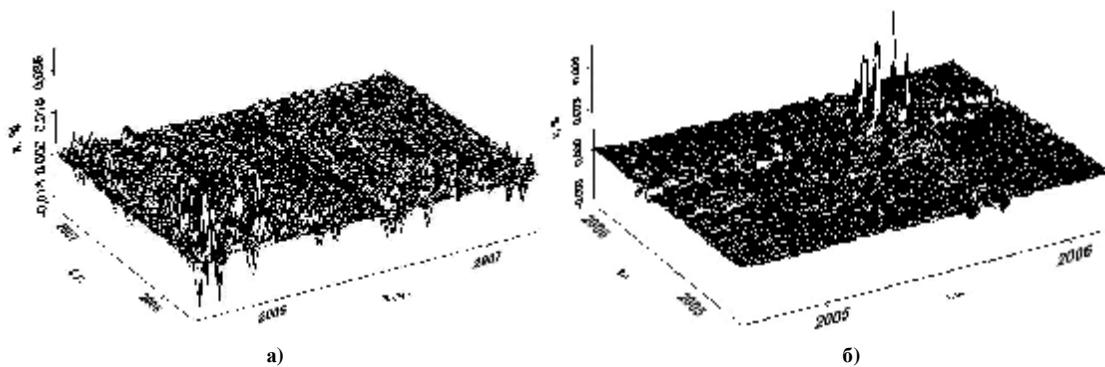


Рис. 7. Реалізації статистичних оцінок автокореляційних функцій індексу активності автофінансування (а) та індексу активності комп'ютерних та електронних показників США (б) при їх обробці на основі циклічного випадкового процесу

З метою підтвердження коректності та більшої ефективності використання нової математичної моделі та методу статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик циклічних економічних процесів, для кожної групи експериментів, було проведено тести на стаціонарність за математичним сподіванням та дисперсією вкладених по відношенню до досліджуваних процесів випадкових послідовностей (\hat{J} -серій), які згідно із математичною моделлю циклічних економічних процесів повинні бути стаціонарними та стаціонарно пов'язаними. Процедура проведення тестів полягала в перевірці статистичних гіпотез про інваріантність математичного сподівання та дисперсії вкладених послідовностей, а саме, шляхом застосування відомих статистичних критеріїв перевірки на рівність математичних сподівань та дисперсій двох випадкових величин, що репрезентуються своїми вибірками (як вибірки було взято дві ділянки вказаних вище вкладених послідовностей). Як статистичний критерій перевірки гіпотез про стаціонарність, було використано критерій Стюдента (для математичного сподівання вкладених послідовностей) та Фішера (для дисперсії вкладених послідовностей). Результати цих тестів, із рівнем довіри 0,9, вказують на несуперечність гіпотези про стаціонарність вкладених по відношенню до циклічних економічних процесів випадкових послідовностей, елементи яких отримані із економічного процесу згідно із оціненою функцією ритму, що підтверджує адекватність нової математичної моделі економічних циклічних процесів та адаптованість методу статистичного оцінювання їх ймовірнісних характеристик до змін ритму стохастичного коливання. Для вкладених послідовностей, елементи яких отримано із економічного циклічного процесу згідно із оціненим періодом, гіпотезу із рівнем довіри 0,9 про їх стаціонарність не підтверджено, що вказує на неадекватність стохастично періодичного процесу тим економічним процесам, ритм яких є змінним та виявляє причину розмивання їх статистичних характеристик, а саме – неоднорідність аналізованої статистики.

Таким чином, наведені результати вказують на плідність застосування циклічного випадкового процесу як математичної моделі циклічних економічних процесів, у порівнянні із їх математичними моделями у вигляді стохастичного періодичного випадкового процесу, зокрема, періодичного марковського процесу та ланцюга, а також авторегресії та ковзного середнього із періодичними ймовірнісними характеристиками.

Висновки:

1. Обґрунтовано математичну модель економічних циклічних явищ у вигляді циклічного випадкового процесу, що дало змогу врахувати циклічний, стохастичний характер економічних циклічних явищ та мінливість їх ритму.
2. На базі моделі запропоновано методи статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик економічних циклічних явищ, що лежать в основі методів їх автоматизованого аналізу та прогнозу.
3. На прикладі статистичного аналізу індексу активності автофінансування та індексу активності комп'ютерних та електронних показників США, встановлено факт більшої адекватності циклічного випадкового процесу як моделі циклічних економічних явищ у порівнянні з їх моделлю у вигляді стохастично періодичного процесу, внаслідок врахування мінливості ритму досліджуваного економічного процесу.

Література

1. Juglar, C. Des Crises commerciales et leur retour periodique en France, en Angleterre, et aux Etats-Unis, 1862.
2. Шумпетер Й. Теория экономического развития: (Исследование предпринимательской прибыли, капитала, кредита, процента и цикла конъюнктуры) / Й.Шумпетер – М.: Прогресс, 1982
3. Кондратьев Н.Д. Большие циклы конъюнктуры и теория предвидения / Н.Д. Кондратьев. – М.: Экономика, 2002.
4. Слуцкий Е.Е. Сложение случайных причин как источник циклических процессов / Е.Е. Слуцкий // Вопр. Конъюнктуры. 1997. – Т. 3, вып. 1. – С. 34-64.
5. Louca F. Turbulence in economics. Cheltenham, 1997.

6. Stock J. H., Watson M.W., Business cycle fluctuations in u.s. macroeconomic time series (1998)
7. Todd R.M., Periodic linear-quadratic models of seasonality, J. Econom. Dyn. Control 14 (1990) 763-796
8. Hylleberg S., Seasonal Adjustment (2006)
9. Ghysels E., Hall A., Lee H.S., On periodic structures and testing for seasonal unit roots, J. Amer. Statist. Assoc. 91 (1996) 1551-1559.
10. Ghysels E., On the periodic structure of the business cycle (1992).
11. Лупенко С. Математичне моделювання циклічних економічних явищ на базі циклічного випадкового процесу для задач автоматизованого аналізу та прогнозу / С. Лупенко, А. Горкуненко // Матеріали всеукраїнської наукової конференції Тернопільського державного технічного університету імені Івана Пулюя, 13-14 травня 2009. – 468 с.
12. Лупенко С.А. Детерминированные и случайные циклические функции как модели колебательных явлений и сигналов: определение и классификация / С.А. Лупенко // Электронное моделирование. Ин-т проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова. – Том 28. – № 4. – 2006. – С. 29-45.
13. Лупенко С.А. Статистичні методи обробки циклічного випадкового процесу / С.А. Лупенко // Електроніка та системи управління. Національний авіаційний університет. – № 2 (8). – 2006. – С. 59-65.
14. Лупенко С. А. Завдання інтерполяції функції ритму циклічної функції з відомою зонною структурою / С. А. Лупенко // Електроніка та системи управління. Національний авіаційний університет. – 2007. – № 2 (12). – С. 27– 35.

Надійшла 14.5.2010 р.

УДК 621.372.061.

А.Г. ЛОЖКОВСЬКИЙ

Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова

ІМОВІРНІСТЬ ВТРАТ В СИСТЕМІ З ГІПЕРЕКСПОНЕНТНИМ ПОТОКОМ ВИМОГ

Запропонована апроксимація імовірнісної функції розподілу станів повнодоступної системи з втратами, яка обслуговує гіперекспонентний потік вимог з постійною їх тривалістю усіченим нормальним законом. На основі даної апроксимації запропонована формула розрахунку ймовірності втрати вимоги.

The approximation of the probability state redistribution function of the full accessible system with losses is proposed, which is attended to the hyper exponential stream of the requests with constant duration cut-down normal law. The formula is proposed based on given approximation for calculation of the request losses probability.

Ключові слова: гіперекспонентний потік, імовірнісна функція розподілу, усічений нормальний закон.

Вступ

Теоретичні дослідження систем розподілу інформації (СРІ) спираються на їх узагальнену математичну модель. Для повного опису СРІ необхідно вказати імовірнісні процеси, що описують вхідний потік вимог, структуру системи та дисципліну обслуговування. Очевидно, що оцінка якості обслуговування (QoS) або пропускної здатності СРІ потребує врахування всіх цих елементів її моделі. Найбільш складним при цьому є врахування математичної моделі вхідного потоку вимог. Саме з цієї причини весь пакет задач аналізу й синтезу СРІ для будь-яких із її схем та дисциплін обслуговування вирішено тільки для випадку найпростішої моделі трафіка – моделі пуассонівського потоку. Для цієї моделі відомі всі аналітичні формули розрахунку основних характеристик якості обслуговування систем розподілу інформації [1]. Незалежно від способу надання математичної моделі потоку вимог вибрана модель обов'язково має бути адекватною реальним потокам трафіка телекомунікаційних мереж, оскільки від цього суттєво залежить точність розрахунку характеристик якості обслуговування та пропускної здатності СРІ при їх аналізі, синтезі та оптимізації.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Основні параметри трафіка – це інтенсивність навантаження Λ (середня кількість вимог, що надійшли до системи за середню тривалість обслуговування) та дисперсія інтенсивності навантаження σ^2 , яка вказує на ступінь нерівномірності випадкової кількості вимог відносно середнього значення. Математичною моделлю трафіка є імовірнісна функція розподілу випадкової кількості вимог i за середню тривалість обслуговування t .

У телефонних мережах з єдиною послугою телефонного зв'язку трафік є однорідним і його математична модель може бути наближена відомою функцією Пуассона. При цьому параметри трафіка Λ та σ^2 досить близькі або однакові, тобто $\sigma^2 = \Lambda$. Інтегральний характер мультисервісних мереж з розширеним спектром послуг, що надаються зумовлює різномірність трафіка, яка сильно змінює співвідношення цих параметрів та його математичну модель.

У математичній моделі пуассонівського потоку вимог інтервал часу між вимогами z розподілений за експонентним законом, а випадкова кількість вимог за середню тривалість обслуговування розподілена за законом Пуассона. Тому ступінь відхилення інших потоків від моделі пуассонівського потоку можна