

УДК 621.891

Р.В. СОРОКАТИЙ, М.О. ДИХА
Хмельницький національний університет
В.Г. ПИСАРЕНКО
КНВО "Форт" МВС України, м. Вінниця

МОДЕЛЮВАННЯ НАКОПИЧЕННЯ ПОШКОДЖЕНЬ ПОВЕРХНІ ВНАСЛІДОК ЗНОШУВАННЯ

Побудована імовірнісна модель накопичення пошкоджень поверхні внаслідок зношування. Модель базується на термодинамічній теорії руйнування і марківських випадкових процесах з дискретним часом та станами. Запропоновано спосіб визначення параметрів розробленої моделі на основі імовірнісно-фізичного підходу.

The probabilistic model of accumulation of tribodamages is built. For description of process of accumulation of damages the thermo-cinetic theory of destruction and mathematical vehicle of the Markov's chains is used. Taking probabilistic-physical approach, the method of determination of parameters of the developed model is offered.

Ключові слова: модель, трибопошкодження, випадковий процес, процеси Маркова.

Вступ. Вдосконалення розрахункових методів є необхідною умовою для керування процесами надійності машин на стадії проектування.

Труднощі в розробці розрахункових методів прогнозування ресурсу і зносу вузлів тертя обумовлені, в першу чергу наявністю різних за природою процесів які проходять на поверхнях тертя, а також впливом на них великої кількості взаємопов'язаних факторів. Недостатня вивченість складних фізико-хімічних процесів, які відбуваються на поверхнях контакту при терті, імовірнісний характер процесів, випадковий характер параметрів зовнішньої дії, властивостей матеріалів ускладнює створення методів розрахунку зносу та прогнозування ресурсу вузлів тертя.

Особливості моделювання процесів зношування. Методи прогнозування ресурсу вузлів тертя повинні враховувати особливості зношування, як специфічного типу руйнування. Багаторазовість елементарних актів руйнування є основною особливістю зношування, яка різнить цей процес із об'ємним руйнуванням матеріалів. Методи прогнозування ресурсу вузлів тертя повинні дати відповідь, як довго буде проходити процес зношування до досягнення граничної величини зносу.

Процес зношування та його моделювання необхідно розглядати на двох масштабних рівнях: макрорівень, який визначає кінетику зміни макроформи тіл при зношуванні, та макрорівень, що описує кожен елементарний акт руйнування і видалення окремої частинки з поверхні зношування.

Аналіз перебігу процесів на макрорівнях дозволяє розробити феноменологічну модель зношування пари тертя на макрорівні, де швидкість зношування приймається як функція макрохарактеристик спряження.

Побудова моделі зношування на макрорівні вимагає визначення фізичного механізму елементарного акту руйнування; вибору критерію руйнування, який відповідає даному механізму; розрахунку напружено-деформованого стану; розрахунку температури поверхневого шару та інших характеристики, що визначають критерій руйнування; визначення характеристик поверхневого шару після видалення зруйнованої частинки.

Найбільш складним етапом моделювання процесів зношування є аналіз механізму зношування і вибір критерію руйнування. До числа переважаючих факторів при виборі критерію руйнування відносять напруження, температуру, механічні характеристики матеріалів. При цьому необхідно враховувати, що сам механізм руйнування визначається рівнем напружень та температур в контактному шарі. Для визначення початку руйнування і моделювання процесу видалення частинки зношування з поверхні застосовують методи механіки руйнування. Характер зношування залежить від матеріалів пари тертя, умов навантаження, кінематики пари тертя, присутності і природи мастильних матеріалів та інших умов.

Використання таких підходів до розрахунку зносу реальних спряжень складної конфігурації є надзвичайною складною, а в більшості випадків, враховуючи складність процесів, що перебігають в зоні тертя і їх недостатній рівень вивченості на фізичному рівні, є практично неможливими для реалізації. Тому, в трибології, зазвичай, використовують тільки основні фактори, що впливають на перебіг процесів руйнування поверхні внаслідок зношування.

Циклічні навантаження поверхні, які мають місце при відносному переміщенні елементів пари тертя, породжують в контактному шарі неоднорідне поле внутрішніх напружень, що є причиною накопичення в цьому шарі пошкоджень. У більшості випадків, при аналізі стаціонарного процесу зношування, приймають, що на цьому етапі переважає стадія дисимінованих пошкоджень, а розвиток магістральних тріщин, які призводять до відділення частинок зносу, перебігає майже миттєво.

Найбільш складним і трудомістким процесом при побудові моделей процесів зношування є аналіз механізму зношування, що ґрунтується на вивченні процесів накопичення пошкоджень в зоні трибоконтактної взаємодії.

При побудові методів прогнозування зношування необхідно враховувати той факт, що процеси накопичення трибо пошкоджень є еволюційними, нестационарними випадковими процесами і методи повинні базуватися на опису феноменологічних процесів деградації [1].

Побудова моделі накопичення пошкоджень поверхні при зношуванні. Трибопошкодження відносяться до класу кумулятивних пошкоджень. Під кумулятивним пошкодженням розуміють незворотне накопичення пошкоджень при циклічній дії [1]. На основі опрацювання експериментального матеріалу авторами [1] доведено, що імовірнісні моделі феноменологічних процесів накопичення пошкоджень, побудовані на основі випадкових процесів Маркова з дискретним часом і станами, описують процеси кумулятивних пошкоджень з великим ступенем адекватності.

Для визначення характеристик полів напружень та температур як найбільш впливових факторів на процес накопичення пошкоджень в реальних вузлах тертя в більшості випадків використовують чисельні методи комп'ютерного моделювання. В свою чергу, вказані методи передбачають просторово-часову дискретизацію розрахункових моделей.

В зв'язку з вищевказаним, представимо процес накопичення трибопошкоджень в дискретній формі, використавши для цього модель удару [2].

Прийемо наступні припущення:

1. Процес експлуатації складається з циклів навантаження (ЦН), що повторюються. Цикл навантаження – це період функціонування виробу, протягом якого можуть накопичуватися пошкодження. Циклами навантаження вимірюється час, що є в даному випадку дискретним.

Припущення, що виникнення пошкоджень можливо тільки в період циклу навантаження не призводить до втрати в фізиці процесу, але надає перевагу при побудові розрахункових алгоритмів.

2. Стани пошкоджуваності є дискретними і перехідними. Якщо накопичена кількість одиничних пошкоджень окіл деякої точки перевищить граничне значення, відбудеться руйнування.

Припущення про дискретність станів добре співвідноситься з експериментальними даними про перервний характер перебігу дисимінованих пошкоджень в мікроб'єсах.

3. Накопичення пошкоджень в ЦН залежить тільки від цього циклу і від стану пошкодження на його початку, а характеристики, що визначають жорсткість ЦН, залишаються незмінними в межах даного циклу.

Це припущення постулює, що пошкодження розглядаються тільки на початку і в кінці ЦН. Модель нічого не говорить про кількісні аспекти, що відбуваються всередині ЦН, таким чином, модель є вкладеною, так як інтерес представляє початок і кінець циклу навантаження. Ця умова є умовою імовірнісного процесу Маркова, тобто накопичення пошкодження залежить тільки від циклу навантаження і стану пошкоджуваності на його початку. Яким чином досягнуто цього рівня пошкоджуваності – несуттєво.

4. Для означення ймовірнісних характеристик процесу накопичення трибопошкоджень використаємо припущення, що пошкодження можуть виникати тільки в період ЦН. Позначимо ймовірність того, що в період циклу навантаження пошкодження не з'являться, через w_{ij} . Тоді ймовірність появи пошкоджень в даному ЦН дорівнює $1 - w_{ij}$, оскільки події утворюють повну групу. Якщо в ЦН концентрація трибопошкоджень перевищить порогове значення P_{TP}^* і відбудеться руйнування, то система перейде в поглинаючий стан, з нульовою ймовірністю вийти з нього. Будемо вважати, що до моменту виникнення пошкоджень в ЦН реалізується послідовність незалежних випробувань, з ймовірністю "успіху" в одному випробуванні $1 - w_{ij}$.

Таким чином, отримано модель накопичення кумулятивних трибо пошкоджень, яку можна описати випадковим процесом Маркова з дискретним часом та станами. Дискретна модель є вкладеною в неперервний фізичний процес накопичення кумулятивних пошкоджень.

Визначення параметрів моделі. Параметри ланцюга Маркова вважають заданими, якщо задано вектор початкових станів та матрицю перехідних ймовірностей. Для більшості випадків компоненти вектора початкових станів $\pi_j(t=0)$, визначають з припущення, що в початковий момент часу система не мала пошкоджень і знаходилася в першому стані:

$$[\pi_j(t=0)] = [1, 0, 0, \dots, 0] \quad (1)$$

Ймовірності станів системи в момент часу $t > 1$ визначається як добуток вектора безумовних ймовірностей $[\pi_j(t-1)]$ в момент часу $(t-1)$ на матрицю перехідних ймовірностей $[W_{ij}]$, яка задає поведінку системи в момент часу t :

$$[\pi_j(t)] = [\pi_j(t-1)] \times [W_{ij}], \quad i, j = 1, 2, \dots, K_C, \quad (2)$$

де $[\pi_j(t)]$ – вектор безумовних ймовірностей знаходження системи в j -х станах ($j = 1, 2, \dots, K_C$) в момент часу t ;

$[W_{ij}]$ – матриця перехідних ймовірностей;

K_C – кількість станів системи.

Матрицю перехідних ймовірностей $[\mathbf{W}_{ij}]$ вважають заданою, якщо задано вигляд і визначені компоненти матриці w_{ij} .

Авторами [1] доведено, що матриці перехідних ймовірностей з одиночними скачками наверх та наявністю поглинаючого стану найбільш повно відображають сутність кумулятивних пошкоджень:

$$[\mathbf{W}_{ij}] = \begin{bmatrix} w_{11}(t) & w_{12}(t) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w_{22}(t) & w_{23}(t) & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & w_{cc}(t) & w_{c(c+1)}(t) & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, c = 1, \dots, K_c \quad (3)$$

Питання визначення компонентів матриці перехідних ймовірностей розглядалося з позиції визначення відповідності між параметрами математичної моделі і фізичними характеристиками процесу накопичення пошкоджень.

В більшості фізичних підходів до моделювання пошкоджуваності, швидкість накопичення пошкоджуваності $V_{TP}(x, y, z, t)$ розглядається як функція напружень в даній точці, температури та інших параметрів, залежно від механізму руйнування, виду матеріалу і т. і.

Для опису процесу накопичення пошкоджень скористаємось термодинамічною теорією руйнування [3], яка робить можливим дослідження сумісного впливу напруженого стану та температурних ефектів на руйнування в явному вигляді.

У відповідності до термодинамічної теорії швидкість накопичення пошкоджень задається співвідношенням [3]:

$$V_{TP}(x, y, z, t) = \frac{dP(x, y, z, t)}{dt} = \frac{1}{t^*} \exp\left(-\frac{U - g \cdot S(x, y, z, t)}{k \cdot T(x, y, z, t)}\right), \quad (4)$$

де U – енергія активації;

t^* , γ – характеристики матеріалу;

k – стала Больцмана;

$S(x, y, z, t)$ – характеристика поля напружень в точці з координатами (x, y, z) в момент часу t ;

$T(x, y, z, t)$ – абсолютна температура в точці з координатами (x, y, z) в момент часу t .

Виходячи з фізичної сутності процесу накопичення трибопошкоджень, можна вважати, що перехід зі стану в стан відбуваються під дією потоку трибопошкоджуваності. При реалізації події потоку відбувається перехід системи в наступний стан.

В даному випадку, під подією потоку трибопошкоджуваності розуміють зміну концентрації трибопошкоджень на деяку величину P_{TP} . Потік трибопошкоджуваності, у відповідності до центральної граничної теореми потоків, буде потоком Пуассона, а саме має властивості ординарності та відсутності післядії, що не порушує основну вимогу випадкового процесу Маркова.

Виходячи із фізичної сутності інтенсивності потоку як середньої кількості подій в одиницю часу для елементарної ділянки Δt , яка прилягає до t [4], інтенсивність потоку трибопошкоджуваності $\lambda_{TP}(t)$ в момент часу t визначиться як швидкість трибопошкоджуваності в момент часу t на величину P_{TP} :

$$\lambda_{TP}(t) = \frac{V_{TP}(x, y, z, t)}{P_{TP}}, [\text{час}^{-1}], \quad (5)$$

де $V_{TP}(x, y, z, t)$ – швидкість накопичення трибопошкоджень в момент часу t , $((\text{об} \cdot \text{см} \cdot \text{час})^{-1})$;

P_{TP} – величина, яка визначається з умови ординарності потоку трибопошкоджуваності, $(\text{об} \cdot \text{см}^{-1})$.

З урахуванням виразу (4) можна записати:

$$I_{TP}(t) = \frac{1}{t^*} \exp\left(-\frac{U - g \cdot S(x, y, z, t)}{k \cdot T(x, y, z, t)}\right) \quad (6)$$

Величина P_{TP} визначається з умови, що за один цикл навантаження ймовірність появи величини концентрації трибопошкоджень більшої за P_{TP} нехтовно мала.

Таким чином, за функцією швидкості накопичення трибопошкоджень можна визначити основну характеристику потоку трибопошкоджуваності, який представлено у вигляді випадкового процесу – інтенсивність потоку пошкоджуваності $\lambda_{TP}(t)$, яка визначає переходи системи зі стану в стан.

Імовірність переходу $w_{ij}(t)$ марківського ланцюга із стану i , в якому він знаходився в момент часу t , в стан j за елементарний проміжок часу Δt , визначається за виразом:

$$w_{ij}(t) \approx I_{TP}(t) \cdot \Delta t, \text{ для } i \neq j. \quad (7)$$

З врахуванням (6) отримаємо:

$$w_{ij}(t) = \frac{\frac{1}{t^*} \exp\left(-\frac{U - g \cdot S(x, y, z, t)}{k \cdot T(x, y, z, t)}\right)}{P_{TP}} \cdot \Delta t. \quad (8)$$

Якщо врахувати, що при досягненні деякого порогового значення концентрації трибопошкоджень відбувається руйнування і система попадає в поглинаючий стан, то:

$$P_{TP} = \frac{P_{TP}^*}{K_C - 1} \quad (9)$$

Тоді (8) прийме вигляд:

$$w_{ij}(t) = \frac{\frac{1}{t^*} \exp\left(-\frac{U - g \cdot S(x, y, z, t)}{k \cdot T(x, y, z, t)}\right)}{P_{TP}^*} \cdot \Delta t \cdot (K_C - 1). \quad (10)$$

Таким чином, використовуючи імовірнісно-фізичний підхід, отримано параметри моделі накопичення пошкоджень поверхні внаслідок зношування, яка описується випадковим процесом Маркова з дискретним часом та станами.

Безумовно, для отримання адекватних моделей і розв'язку задач для отримання характеристик полів напружень $\sigma(x, y, z, t)$ та температур $T(x, y, z, t)$ в реальних вузлах тертя необхідно звернутися до чисельних методів. Використовуючи вказані характеристики, в рамках даної моделі можна відтворити різні типи руйнування.

Враховуючи особливості процесів зношування, матеріали і умови функціонування трибоспрями, в більшості випадків можна вважати, що миттєве поле напружень впливає на траєкторію розвитку тріщини менше, ніж властивості пошкодженого матеріалу, а характерний час розвитку тріщини менше характерного часу накопичення пошкоджуваності. Тому приймається, що тріщини поширюються миттєво, а напрям розвитку в кожній точці визначається напрямом мінімального спадання накопиченої пошкоджуваності. Побудувавши за допомогою запропонованої імовірнісної моделі, лінії рівнів функції накопичення пошкоджень, можна визначити найбільш імовірні напрями траєкторій руху поширення тріщин, та оцінити тип руйнування і характер процесу зношування.

Висновки. В результаті проведених досліджень побудовано ймовірнісну модель накопичення пошкоджень поверхні внаслідок руйнування при зношуванні, яка ґрунтується на термокінетичній теорії руйнування. Для побудови моделі використано математичний апарат ланцюгів Маркова. Визначення параметрів моделі базується на ймовірнісно-фізичному підході. Використання запропонованої моделі разом з чисельними методами визначення характеристик полів напружень та температур дозволить побудувати повну модель процесу, оцінити тип руйнування і характер процесу зношування.

Література

1. Богданов Дж. Вероятностные модели накопления повреждений / Дж. Богданов, Ф. Козин; [пер. с англ.]. – М.: Мир, 1989. – 344 с.
2. Esary J. D. Shock models and wear processes / J. D. Esary, A.W. Marshall, F. Prochan // Applied Probability. – 1973. – Vol. 4. – P. 627– 650.
3. Регель Р. В. Кинетическая природа прочности твёрдых тел / Р. В. Регель, А. И. Слуцкер, Э. Е. Томашевский. – М.: Наука, 1974. – 560 с.
4. Венцель Е. С. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения / Е. С. Венцель, Л. А. Овчаров – М.: Наука, 1991. – 384 с.

Надійшла 7.3.2011 р.