

## ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ОБҐРУНТУВАННЯ ВИХІДНИХ ПОЛОЖЕНЬ МЕХАНІКИ ДИСКРЕТНОГО СЕРЕДОВИЩА І ВИЗНАЧЕННЯ РОЗРАХУНКОВИХ ПАРАМЕТРІВ МОДЕЛЕЙ

*Розглядається питання експериментального обґрунтування положень, гіпотез і принципів, що покладені в основу розрахункових моделей механіки дискретного середовища, а також методики визначення необхідних для розрахунків параметрів моделей.*

*The article deals with the experimental grounds for the regulations, hypotheses and foundations which are considered to be the basis of the calculation models of the Discrete Medium Mechanics. The methods of parameter models definition are analyzed in the article.*

Ключові слова: дискретне середовище, кулонове тертя, випробування дискретних матеріалів.

### Вступ

Механіка дискретного середовища – це новий напрямок загальної механіки твердого деформівного тіла, що розглядає напружено-деформований стан континууму дискретного матеріалу, викликаний силовими або кінематичними збуреннями. До класу дискретних матеріалів відносять штучно створені або природні зернисті, гранульовані, сипкі, дисперсні матеріали. Методи механіки дисперсних середовищ використовують також для оцінки напружено-деформованого стану ґрунтів, тріщинуватих гірських порід, композитних матеріалів.

Розроблені для оцінки напружено-деформованого стану "некласичних" дискретних матеріалів розрахункові моделі потребують експериментальної перевірки їх вихідних положень та розробки спеціальних методик визначення показників конкретного матеріалу, які використовуються в розрахунках за вибраною моделлю.

Необхідність проведення вказаних експериментів викликана тим, що зміна стану дискретного середовища під дією зовнішніх силових або кінематичних збурень не може бути описана тільки теоретичними методами, а потребує феноменологічного підходу, коли параметри теоретичних моделей визначаються шляхом узагальнення результатів окремих спеціально проведених лабораторних випробувань макрозразків матеріалу.

### Стан проблеми

Завдання експериментальних досліджень на початковому етапі розробки моделей механіки дискретного середовища полягає у вивченні принципіальних особливостей поведінки дискретного матеріалу при зовнішніх збуреннях, а після створення теоретичних моделей – у конкретизації характеру визначувальних співвідношень і визначенні їх параметрів.

Особливості поведінки дискретних матеріалів при дії зовнішніх навантажень достатньо вивченні в лабораторіях механіки ґрунтів та узагальнені в роботі [1]. Вони зводяться до наступних:

1. Дискретні матеріали не сприймають розтягуючих напружень і не можуть зберігати подібно твердим тілам початкову форму.
2. Вони опираються деформаціям зсуву тільки при наявності стискуючих нормальних напружень на поверхнях зсуву (прояв внутрішнього сухого кулонового тертя).
3. Деформації зсувів у дискретному середовищі супроводжуються зміною об'єму (прояв дилатансії).
4. Закони деформування дискретних матеріалів суттєво залежать від виду напруженого стану.

Вказані особливості здебільшого встановлені для граничного стану і потребують додаткового вивчення в дограничній стадії деформування матеріалу.

### Експериментальне обґрунтування відомих моделей дискретного середовища

Для аналізу напружено-деформованого стану дискретного середовища розроблена велика кількість розрахункових моделей.

Першими були запропоновані *моделі контактної взаємодії* частинок середовища. Ці моделі достатньо повно описані в монографії І.І. Кандаурова [1]. Експериментальне забезпечення моделей контактної взаємодії потребує проведення нестандартних досліджень щодо форми частинок, характеристик їх контактів, структури та початкової щільності укладки, фізичних характеристик матеріалу частинок. Статистична обробка такого великого об'єму інформації на практиці, як правило, не здійсненна. Тому вказані моделі в реальних розрахунках використовуються дуже рідко.

В інженерній практиці достатньо розповсюджені *бездеформаційні моделі статички* сипкого середовища, які розглядають середовище тільки у граничному стані.

Основоположниками цього класу моделей вважаються К. Кулон (1773) і В. Ренкін (1857). Фундаментальне описання моделей дано у монографії В.В. Соколовського [2].

Оскільки сипке середовище в цих моделях розглядається в граничному стані, єдиною розрахунковою характеристикою, значення якої необхідно визначити експериментальним шляхом, є параметр гіпотези Мора-Кулона – кут внутрішнього тертя  $\varphi$  для випадку плоскої деформації або параметр

Боткіна  $\omega$  для випадку осесиметричної задачі.

Для оцінки дограничного напружено-деформованого стану сипкого середовища в умовах експлуатації, використовують більш складні *деформаційні моделі*, що дозволяють описати поведінку середовища в дограничній стадії [3]. Ці моделі розглядають сипке середовище як квазісуцільне з особливими лінійними або нелінійними законами деформування. Експериментальне забезпечення вказаного класу моделей полягає у конкретизації законів деформування матеріалу та розробці методик і лабораторного устаткування для визначення необхідних для розрахунку параметрів моделей.

#### **Лабораторні методики та обладнання для досліджень зразків дискретних матеріалів**

Лабораторне обладнання та методики, що розроблені для випробувань зразків твердих матеріалів, не можуть бути безпосередньо використані для досліджень дискретних матеріалів з таких причин:

- особливості фізичної будови дискретних матеріалів не дозволяють виготовити їхні зразки правильної геометричної форми (циліндричної, призматичної та ін.) без попереднього всебічного обтиснення;

- зразки дискретного матеріалу принципово неможливо випробовувати в умовах простого напруженого стану (осьового розтягу, стиску, кручення), які для твердих матеріалів вважаються еталонними;

- розміри зразка повинні на порядок перевищувати характерний діаметр частинок матеріалу.

Навантажувальні і вимірювальні системи повинні забезпечити реалізацію характерних для дискретних матеріалів траєкторій навантаження та фіксувати значення усіх компонентів тензорів напружень і деформацій. При цьому необхідно враховувати, що величини напружень в зразках дискретного матеріалу на порядок менші, а деформації, що виникають, – на порядок більші, ніж при випробуваннях зразків твердих матеріалів.

Параметри визначувальних залежностей дискретних матеріалів, як вже відмічалось, суттєво залежать від виду напружено-деформативного стану. Тому випробування бажано проводити при тому самому напруженому стані, при якому фактично працює матеріал.

Сформульованим вимогам в найбільшій мірі відповідають прилади, розроблені для випробувань ґрунтів: компресійні, різні прилади та стабілометри.

#### **Визначення параметрів моделі лінійної теорії пружності**

Зако́ни деформування дискретних матеріалів описуються суттєво нелінійними залежностями, характер яких ще недостатньо вивчений. Тому в розрахунках часто використовують спрощені лінійні моделі. Деформативні характеристики дискретних матеріалів в цьому випадку визначаються з експериментів як умовні, усереднені у вибраному інтервалі, параметри моделі лінійної теорії пружності.

Розглянемо методику визначення параметрів моделі лінійної теорії пружності. Відомо, що для використання цієї моделі необхідно експериментальними методами незалежно одне від одного визначити значення двох деформаційних параметрів матеріалу; найчастіше – це модуль Юнга  $E$  та коефіцієнт Пуассона  $\nu$ .

Усереднене значення модуля Юнга  $E$  в механіці ґрунтів визначають за результатами стандартних компресійних випробувань в умовах одномірної деформації, коли зразок матеріалу поміщають в циліндричну обойму з жорсткими стінками і навантажують через жорсткий штамп осьовою силою з одночасним заміром переміщення  $\Delta$  штамп. Модуль  $E$  визначають як кутовий коефіцієнт січної експериментального графіка  $\sigma = f(\varepsilon)$  в діапазоні його лінеаризації –  $E = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon}$ .

Недоліками описаних стандартних випробувань є неможливість визначення за їх результатами другого деформативного параметру, наприклад коефіцієнта  $\nu$ , а також уникнення спотворюючого впливу сил тертя, які виникають по внутрішній поверхні жорсткої обойми.

Розроблені в Хмельницькому національному університеті оригінальні методика [4] та прилад [5] дозволяють уникнути вказаних недоліків.

Зразок дискретного матеріалу випробовується в два етапи. На першому етапі (рис. 1, а) здійснюється осьове навантаження зразка в спеціальній обоймі, стінки якої стискаються разом із зразком в осьовому напрямі, але є жорсткими у радіальному напрямі. Це дозволяє визначити величину модуля  $E$  аналогічно стандартним компресійним випробуванням з єдиною відмінністю – сила  $N_3$ , що деформує зразок, знаходиться як різниця загальної сили  $N$ , що передається як на зразок, так і на стінки, та сили  $N_c$ , яка стискає тільки стінки обойми –  $N_3 = N - N_c$ . Деформування зразка разом з обоймою дозволяє уникнути спотворюючого впливу тертя по внутрішній поверхні обойми. На першому етапі випробувань у зразку створюється однорідний напружено-деформований стан

$$\sigma_{верт} = \frac{N_3}{A_0} = const; \quad \sigma_{гор} = \sigma_r = \sigma_t = const; \quad \varepsilon_{верт} = \frac{\Delta h}{h} = const; \quad \varepsilon_{гор} = 0.$$

В інтервалі лінеаризації кривої "напруження-деформація", використовуючи формули узагальненого закону Гука, одержують зв'язок між модулем Юнга  $E$  та коефіцієнт Пуассона  $\nu$

$$E = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} = \frac{1-\nu-2\nu^2}{1-\nu} = K'(\nu) \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon}. \quad (1)$$

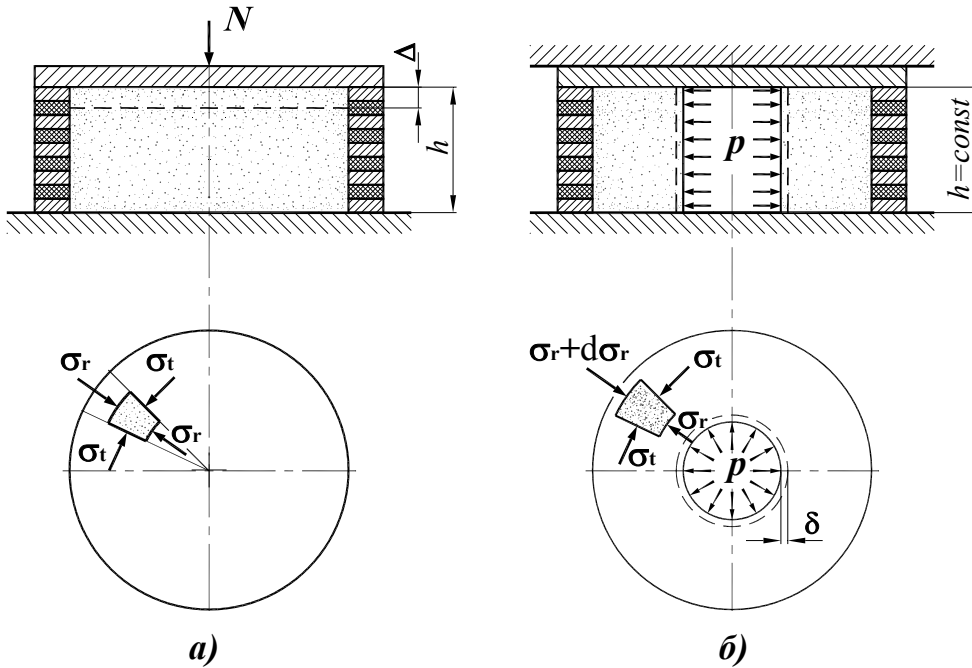


Рис. 1. Етапи випробування зразка в умовах одномірної деформації

На другому етапі (рис. 1, б) випробується зразок у формі товстостінного порожнистого циліндра під впливом внутрішнього тиску  $p$ , що передається через еластичну оболонку. Вертикальні переміщення обмежуються нерухомим штампом ( $h = const$ ), а горизонтальні переміщення зовнішньої стінки циліндра – жорсткою у радіальному напрямі обоймою. В процесі випробування фіксуються тиск  $p$  і радіальні переміщення  $\delta$  внутрішньої поверхні циліндра. Лінеаризуючи графік  $p = f(\delta)$  та використовуючи відоме рішення Ляме для товстостінних циліндрів, одержують друге співвідношення між параметрами  $E$  і  $\nu$

$$E = K''(\nu) \frac{\Delta p}{\Delta \delta} \quad (2)$$

З двох співвідношень (1) і (2) визначають величини двох необхідних для розрахунків параметрів моделі лінійної теорії пружності: модуля Юнга  $E$  і коефіцієнта Пуассона  $\nu$ .

Для прикладу, за результатами випробувань серії зразків дрібнозернистого сухого кварцевого піску на описаному приладі одержані такі усереднені значення  $E$  і  $\nu$  в діапазоні зміни напружень 65÷80 кПа:  $E=27,05 \pm 0,59$  МПа;  $\nu=0,32 \pm 0,012$ .

**Визначення параметрів моделей статички середовища**

Експериментальне забезпечення розрахунків за цими бездеформаційними моделями в першу чергу зводиться до визначення розрахункових показників дискретного середовища, що описують його граничний стан. В більшості випадків – це параметри теорії Мора-Кулона: кути внутрішнього тертя  $\phi$  і зчеплення  $c$  (для слабозв’язних матеріалів).

Найчастіше ці показники визначаються за результатами стандартних випробувань на відомих приладах плоского зрізу. Схема приладу наведена на рис. 2.

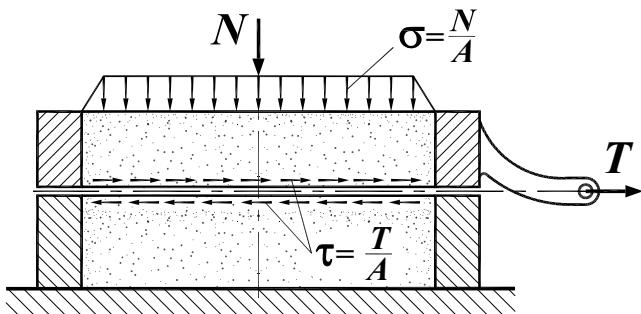


Рис. 2. Схема випробування на плоский зріз

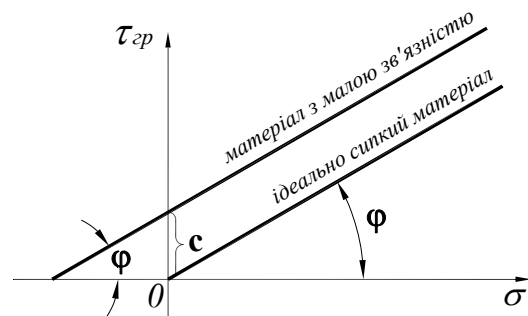


Рис. 3. Графік залежності опору зсуву  $\tau_{gr}$  від стискуючого напруження  $\sigma$

Зразок матеріалу поміщають у розрізану в площині зрізу обойму. Через жорсткий штамп до зразка

прикладають нормальну силу  $N$ , що призводить до виникнення нормального напруження  $\sigma = \frac{N}{A}$ . Потім до верхньої частини обійми у напрямку площини зрізу прикладають силу  $T$ , поступове збільшення якої призводить до зрізу зразка. З умови переходу до граничного стану Мора-Кулона визначають кут внутрішнього тертя  $\varphi$  ідеального дискретного матеріалу

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\tau_{zp}}{\sigma} = \frac{T}{N}. \quad (3)$$

У випадку, коли матеріал має деяку зв'язність, додатково до кута  $\varphi$  графічним або аналітичним методом визначають другу характеристику – зчеплення  $c$  (див. рис. 3).

Враховуючи суттєву залежність показників дискретних матеріалів від виду напружено-деформованого стану, для визначення їх величин, а також для вивчення закономірностей деформування в умовах осесиметричного навантаження, використовують більш функціональні прилади тривісного стиснення (стабілометри), методика випробувань на яких детально описана, наприклад, в монографії А. Бішопа [6].

В лабораторній практиці більш відомі стабілометри типу А (рис. 4, а). В них циліндричний, обмежений еластичною оболонкою,

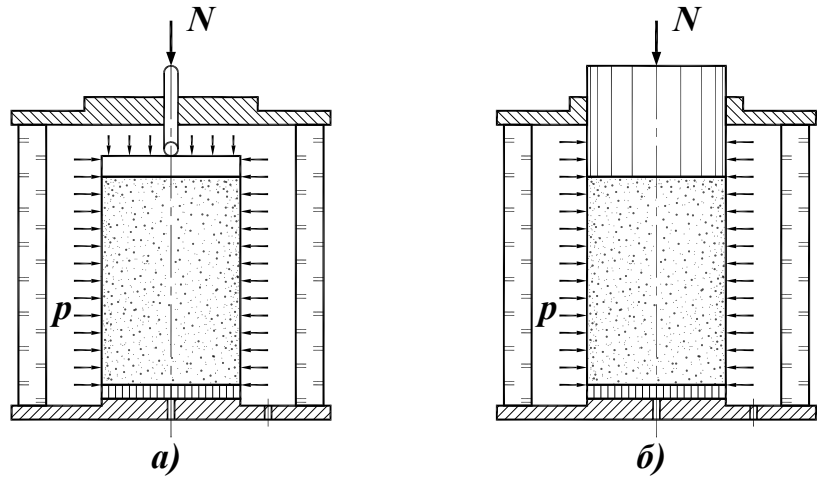


Рис. 4. Схеми випробувань на стабілометрах в умовах осесиметричного навантаження

зразок розміщується в гідравлічній камері і навантажується всебічним тиском  $p$  та додатковим осьовим зусиллям  $N$ , яке зростає до моменту руйнування зразка. Стабілометри цього типу не дозволяють незалежно змінювати співвідношення між головними напруженнями, оскільки при зміні тиску  $p$  в камері одночасно змінюються величини усіх головних напружень, які залежать від тиску  $p$  у випробувальній камері приладу

$$\sigma_g = \frac{N}{A} + p; \quad \sigma_r = \sigma_t = p.$$

Більш "гнучкими" в керуванні напруженим станом є стабілометри типу В (рис. 4, б). Завдяки тому, що тиск  $p$  в камері передається тільки на бічну поверхню циліндричного зразка, осьові напруження не залежать від тиску в камері. Це дозволяє незалежно змінювати головні напруження

$$\sigma_g = \frac{N}{A}; \quad \sigma_r = \sigma_t = p.$$

Для розширення можливостей керування "траєкторією" навантаження зразка авторами статті розроблений прилад з оригінальною гідравлічною навантажувально-вимірною системою і системою створення зразка дискретного матеріалу циліндричної форми [7], [9]. Принципова схема приладу та навантажувальної системи приведена на рис. 5. Система дозволяє проводити випробування зразка при будь-яких відношеннях головних напружень  $\frac{\sigma_1}{\sigma_3}$  і фіксувати на кожному етапі величини усіх

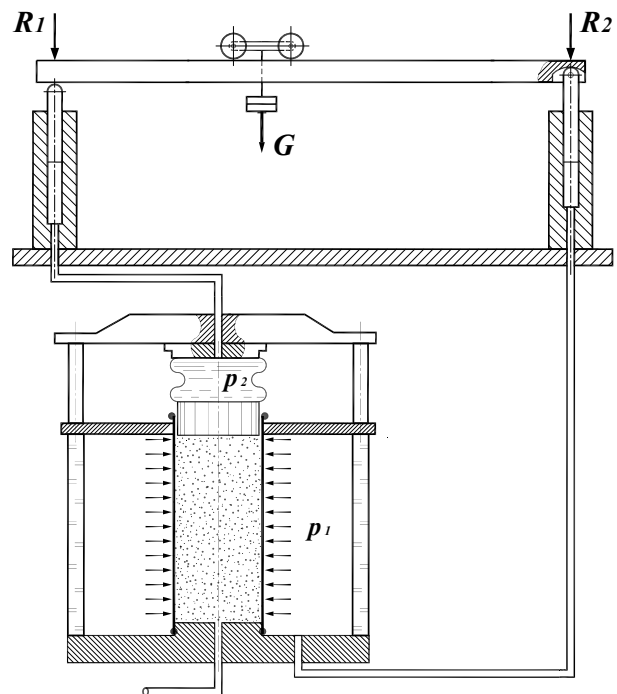


Рис. 5. Принципова схема навантажувальної системи

головних напружень  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  та відповідних деформацій  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ .

Стабілометричні випробування зразків дискретного матеріалу за розробленою методикою дозволяють не тільки визначати параметри граничного стану матеріалу для умов осесиметричного напруженого стану, але й встановлювати відповідність вихідних положень розрахункових моделей фактичним законам деформування дискретних матеріалів.

В стабілометричних випробуваннях створюється тільки частковий випадок осесиметричного напруженого стану, коли два головних напруження однакові за величиною ( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ ). Для випробувань зразків дискретного матеріалу в умовах довільного тривісного напруженого стану запропоновані прилади з кубічними зразками.

Принципово ці прилади дозволяють реалізувати будь-які траєкторії навантаження, тобто відтворювати в зразку який завгодно напружений стан. Однак, суттєві технічні труднощі, що виникають при створенні початкової геометричної кубічної форми зразка і фіксації деформацій при його навантаженні, не дозволили впровадити вказані прилади в лабораторні випробування.

Серед безлічі можливих видів напружено-деформативних станів в практиці інженерних розрахунків найчастіше розглядають тільки два види: осесиметричне навантаження, яке моделюється в стабілометричних випробуваннях і плоску деформацію. Хоча плоска деформація в першу чергу цікавила інженерів, приладів, які б відтворювали цей вид напружено-деформативного стану в лабораторних умовах, практично не створено. Розглянемо це питання більш детально.

**Випробування дискретних матеріалів в умовах плоскої деформації**

Плоска деформація – це вид напружено-деформативного стану, коли переміщення (деформації) уздовж однієї з осей дорівнюють нулю, а розподіл напружень і деформацій у будь-якому перерізі, перпендикулярному до цієї осі, однаковий. Тому в приладах плоскої деформації необхідно забезпечити неможливість деформування в одному з напрямків і однорідність напруженого стану в усіх перпендикулярних до цього напрямку перерізах.

Принципові схеми приладів плоскої деформації запропоновані К. Роско (рис. 6, а), В. Ковтуном, Ф. Шихієвим (рис. 6, б), В. Алписовою (рис. 6, в), В. Ковтуном, В. Безносюком (рис. 6, г). Більш детальні дослідження приладів, створених за наведеними схемами, показали, що навантаження зразка за кінематичною схемою через жорсткі плити (рис. 6, а, б, в) не дозволяють однозначно визначати напружений стан зразка. Тому оптимальною схемою випробувань зразка дискретного матеріалу в умовах плоскої деформації є передача стискуючих навантажень через еластичні мембрани в поперечній площині (рис. 6, г) за умови неможливості деформування в осьовому напрямі.

За цією схемою в лабораторії кафедри інженерної механіки ХНУ розроблені прилад [8] і навантажувально-вимірвальна система [9], які дозволяють при випробуванні зразка в умовах плоскої деформації створювати зразок дискретного матеріалу правильної призматичної форми, навантажувати його за будь-якою траєкторією та фіксувати при цьому всі головні напруження  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$  і деформації  $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_3 = 0$ .

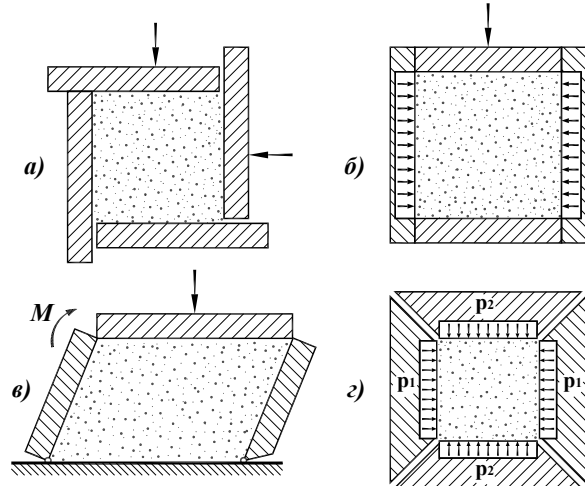


Рис. 6. Схеми випробувань в умовах плоскої деформації

Схема випробувальної системи показана на рис. 7.

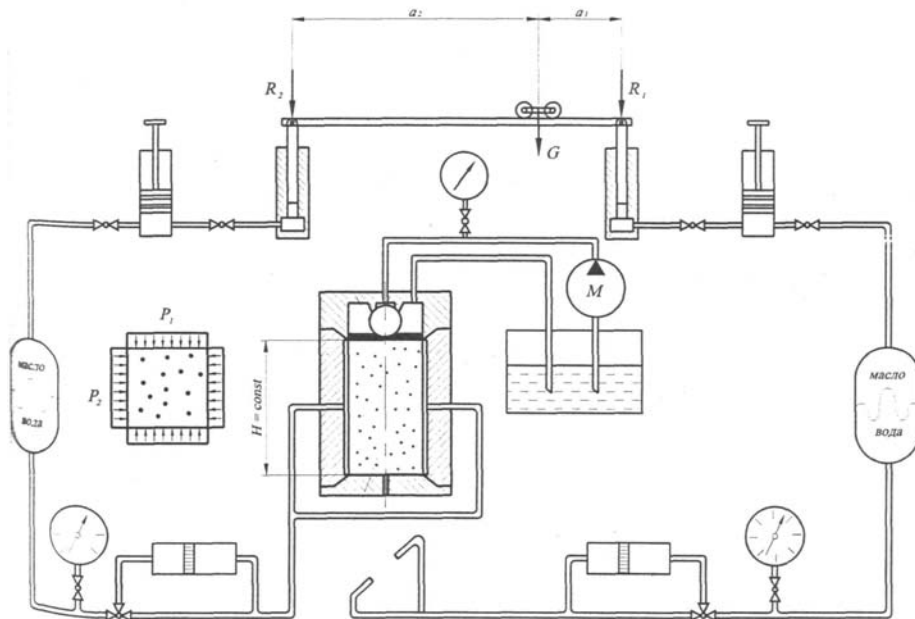


Рис. 7. Схема випробувальної системи

Випробовується зразок призматичної форми, який за допомогою спеціальних пристроїв формується безпосередньо в камері приладу. Кришка приладу жорстко з'єднана з боковими стінками, що унеможливило осьові деформації зразка. На бічні грані зразка через еластичні мембрани передаються тиски  $p_1$  і  $p_2$ , створені гідравлічною навантажувальною системою, яка дозволяє змінювати їх величини у необхідному співвідношенні. Напруження, що виникають по площинам, паралельним бічним граням, є головними напруженнями  $\sigma_1 = p_1$ ,  $\sigma_2 = p_2$ . Третє осьове напруження  $\sigma_3$  фіксується спеціальним датчиком, вмонтованим в кришку приладу. Деформації  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ , викликані переміщеннями бічних граней, визначаються за допомогою волюметрів, які фіксують зміну об'єму води, що поступає в порожнини камери.

Оскільки в процесі випробувань на кожному етапі фіксуються усі компоненти тензора напружень і тензора деформацій, описана випробувальна система дозволяє досліджувати закони деформування дискретних матеріалів в умовах плоскої деформації, обґрунтовувати вихідні положення теоретичних моделей і визначати величини необхідних для конкретних розрахунків показників матеріалу.

#### Результати досліджень особливостей деформування дискретних матеріалів

Завданням лабораторних досліджень будемо вважати вивчення закономірностей деформування дискретних матеріалів від початку навантаження до моменту їх переходу у граничний стан. Це необхідно для обґрунтування вихідних положень при формуванні теоретичних моделей дискретного середовища і для визначення розрахункових параметрів конкретного матеріалу при використанні обраної моделі.

Для дослідження закономірностей деформування і обґрунтування визначувальних співвідношень "напруження-деформації" дискретного матеріалу перш за все необхідно вибрати траєкторію навантаження у просторі напружень, тобто задати послідовність зміни усіх компонентів тензора напружень, щоб досягти необхідного напруженого стану. Наприклад, на рис. 8 показана одна з безлічі можливих траєкторій навантажень зразка в умовному просторі напружень, яка дозволяє досягнути граничного стану, – вийти на граничну поверхню  $\Sigma_{gp}$ .

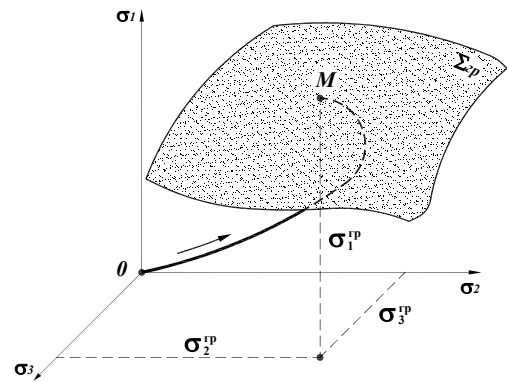


Рис. 8. Можлива траєкторія навантаження

В механіці твердого деформівного тіла особливу увагу приділяють прямолінійним траєкторіям навантаження, які відповідають монотонній пропорційній зміні напружень.

При виборі траєкторії навантаження зразка дискретного матеріалу необхідно врахувати особливості його дискретної структури: несприйняття розтяжних напружень; неможливість випробувань на простий стиск (рух уздовж головних осей) та чистий зсув; неможливість досягнення граничного стану, якщо траєкторія не перетне відкриту граничну поверхню (піраміду Мора, конус Боткіна-Шлейхера та ін.).

Для спрощення вибору найбільш інформативних траєкторій запропоновано описувати процес навантаження у просторі інваріантів тензора напружень. Під терміном "інваріант" розуміють функції компонентів тензору напружень, величини яких не змінюють своїх значень при повороті осей координат.

Такими інваріантами при випробуванні на стабілометрах, де моделюється осесиметричний напружений стан, вибрано напруження  $\sigma_{окт} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$ ,  $\tau_{окт} = \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$  та деформації  $\varepsilon_{окт}$ ,  $\gamma_{окт}$  в октаедричній, однаково нахиленій до головних осей площині.

Для плоскої деформації обрані інваріанти, які включають тільки компоненти тензорів в площині деформування ( $\varepsilon_z = 0$ ), і мають чіткий фізичний зміст:

$$\sigma_m = 0,5(\sigma_1 + \sigma_2) \text{ – середнє нормальне напруження;} \quad (4)$$

$$s = q = 0,5(\sigma_1 - \sigma_2) \text{ – найбільше дотичне напруження;} \quad (5)$$

$$\theta = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 2\varepsilon_m \text{ – об'ємна деформація;} \quad (6)$$

$$\Gamma = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 \text{ – максимальна деформація зсуву.} \quad (7)$$

Враховуючи те, що для деформування дискретного матеріалу визначувальним є відношення напружень  $\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$  або  $\frac{\tau}{\sigma}$ , а не їх різниця, що характерно для твердих матеріалів, траєкторія навантаження в досліді на приладах плоскої деформації описувалась особливими інваріантами:

$$p = \sigma_1 + \sigma_2 = 2\sigma_m \text{ – сума нормальних стискуючих напружень;} \quad (8)$$

$$\eta = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \text{ – відношення напружень.} \quad (9)$$

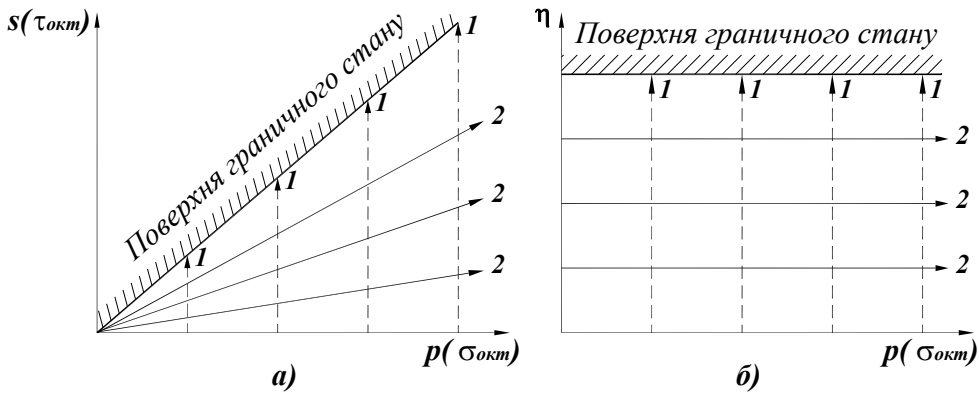


Рис. 9. Траєкторії навантаження для дискретних матеріалів

На рис. 9 показані характерні для дискретних матеріалів траєкторії навантажень.

Для досягнення граничного стану зразок дискретного матеріалу навантажується за траєкторією 1 (рис. 9), коли сума нормальних напружень впродовж одного досліджу залишалась сталою ( $p = const$ ), а їх відношення зростає до настання граничного стану  $\eta \rightarrow \eta_{gr}$ .

При дослідженнях закономірностей зміну об'єму створювались траєкторії навантаження 2, для яких характерно збереження сталою величини відношення напружень ( $\eta = const$ ) і зміна суми нормальних напружень  $p$ . Саме такі траєкторії дозволяє відтворювати запропонована авторами система навантаження [9].

На описаних вище приладах в умовах осесиметричного навантаження і плоскої деформації випробовувались зразки чистого сухого кварцового піску різної початкової щільності за траєкторіями навантаження:  $\sigma_{окт} = const$ ,  $\tau_{окт} / \sigma_{окт} = tg \omega \rightarrow tg \omega_{gr}$  (стабілометричні випробування);  $p = const$ ,  $\eta \rightarrow \eta_{gr}$  (плоска деформація).

Результати випробувань піску середньої щільності наведені на рис. 10.

Як видно з рисунку, визначувальні залежності "напруження-деформації" піску описуються сімействами кривих  $\tau_{окт} = f_1(\gamma_{окт})$  при  $\sigma_{окт} = const$  або  $s = f_2(\Gamma)$ , при  $p = const$ , а не "єдиною" кривою  $\tau_{окт} = \tau(\gamma_{окт})$  або  $s = s(\Gamma)$ , що характерно для твердих матеріалів. Зростання опору деформаціям зсуву при збільшенні величини стискуючого нормального напруження трактується як прояв внутрішнього кулонового тертя на усіх етапах деформування дискретного матеріалу від початку навантаження до його переходу у граничний стан.

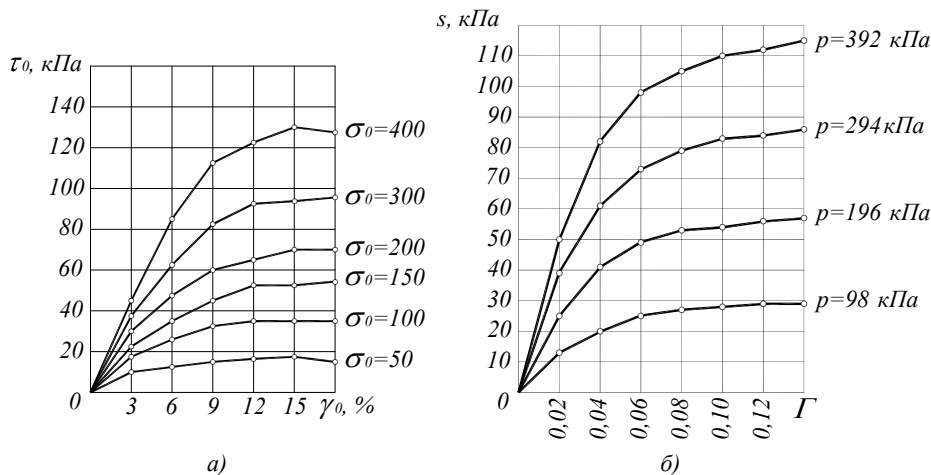


Рис. 10. Результати випробувань піску  
 а) стабілометричні випробування (осесиметричний напружений стан)  
 б) випробування в умовах плоскої деформації

Показані на рис. 10 сімейства кривих, кожна з яких відповідає заданій сталій величині нормального напруження, з певним наближенням можна замінити кривою в безрозмірних координатах. Для цього ординати  $\tau_{окт}$  і  $s$  кожної з наведених на рис. 10 кривих достатньо поділити на величини відповідних нормальних напружень  $\sigma_{окт}$ ,  $p$ .

Одержані "безрозмірні" криві можуть бути використані при розробці моделей дискретного

середовища, якщо апроксимувати їх простими, зручними для використання функціями. Сімейство експериментальних кривих, наведених на рис. 10, а задовільно апроксимується степеневою функцією

$$\frac{\tau_{окт}}{\sigma_{окт}} = A \gamma_{окт}^{\alpha} \quad (10)$$

Параметри  $A$  і  $\alpha$  визначались шляхом побудови експериментальної кривої в логарифмічних координатах, де вона представляється прямою  $\lg\left(\frac{\tau_{окт}}{\sigma_{окт}}\right) = \lg A + \alpha \lg \gamma_{окт}$ .

Криві рис. 10, б більш повно описуються відомою дробово-лінійною функцією

$$\frac{s}{p} = \frac{n\Gamma}{m + \Gamma} \quad (11)$$

Для визначення параметрів  $n$  і  $m$  експериментальні графіки будувались в "обернених" координатах –  $\xi = \frac{p}{s}$ ;  $\omega = \frac{1}{\Gamma}$ , – в яких співвідношення (11) перетворюється у лінійне  $\xi = \frac{m}{n}\omega + \frac{1}{n}$ .

За результатами описаних експериментальних досліджень на стабілометрі та приладі плоскої деформації крім встановлення параметрів нелінійних залежностей деформаційних моделей дискретного середовища без додаткових випробувань визначаються характеристики граничного стану  $\varphi$  або  $\omega$ , які розглядаються також як параметри сучасних дилатансійних моделей пластичного плинину.

Порівняння величин цих характеристик, одержаних для осесиметричного і плоско-деформативного напружених станів [10], дозволяє зробити висновок, що кут внутрішнього тертя  $\varphi$  в меншій мірі залежить від виду напруженого стану, а його величина для умов плоскої деформації стабільно перевищує значення, одержані для всіх інших видів напруженого стану.

**Висновки.** Описані в статті методики і створене для їх реалізації лабораторне устаткування дозволяють обґрунтувати вихідні положення теоретичних моделей дискретних середовищ та визначати параметри як відомих, так і нових моделей, без чого вони практично не можуть бути реалізовані.

#### Література

1. Кандауров Н.Н. Механика зернистых сред и её применение в строительстве / Кандауров Н.Н. – М.: Стройиздат, 1966. – 319 с.
2. Соколовский В.В. Статика сыпучей среды / Соколовский В.В. – М.: Изд. АН СССР, 1942. – 243 с.
3. Визначальні співвідношення механіки сипкого середовища / В.В. Ковтун // Вісник ХНУ. – 2008. – № 5. Технічні науки. – С. 69-75.
4. Пат. 11675 Україна, МПК (2006) G 01 N 33/24. Спосіб визначення деформаційних параметрів пористих матеріалів за результатами лабораторних випробувань / заявники Ковтун В.В., Багрій О.В.; опубл. 16.01.06, Бюл. № 1.
5. Пат. 18390 Україна, МПК (2006) G 01 N 33/24. Пристрій для лабораторних випробувань пористих матеріалів / заявники Ковтун В.В., Багрій О.В.; опубл. 15.11.06, Бюл. № 11.
6. Бишоп А.У. Определение свойств грунтов в трёхосных испытаниях / А.У. Бишоп, Д.Д. Хенкель. – М.: Госстройиздат, 1961. – 231 с.
7. Прибор для испытания сыпучих материалов / В.В. Ковтун, О.А. Дорофеев: прайс-лист 3-й Укр. Науч. – техн. конф. ["Механіка ґрунтів і фундаментобудування"], 17-19 верес. 1997 р., Одеса, Т. 2) / Держкоммістобудування [та ін.], Одес. держ. акад. будівництва і архітектури. – Одеса.: ОДАБА, 1997. – С. 294-295.
8. А.С. 1158925 СССР, Прибор для исследования свойств грунта в условиях плоской деформации / В.В. Ковтун, В.Г. Безносок, М.А. Мазур (СССР). – опубл. в Б.И., 1985, № 20.
9. А.С. 1141158 СССР, Нагрузочное устройство для испытаний грунтов в приборах трехосного сжатия / В.В. Ковтун (СССР). – опубл. в Б.И., 1985, № 7.
10. Ковтун В.В. Исследование прочности сыпучих материалов в условиях плоской деформации / В.В. Ковтун, Е.В. Багрій, В.Т. Бугаев // Будівельні конструкції. – 2004. – Вип. 61, т. 1. – С.109-116.

Надійшла 27.4.2011 р.