

удк 621.396.98

В.М. КИЧАК, Ю.М. ВОЛОВИК, А.Ю. ВОЛОВИК, М.А. ШУТИЛО
Вінницький національний технічний університет**ОПТИМАЛЬНА ФІЛЬТРАЦІЯ РІЗНОТОЧНИХ КУТОВИХ ВИМІРЮВАНЬ
В СИСТЕМІ ПОСАДКИ САНТИМЕТРОВОГО ДІАПАЗОНУ**

В статті розглядається задача фільтрації різноточних куткових вимірювань, які проводяться на борту повітряного судна в процесі заходу на посадку. Пропонується квазіоптимальний метод фільтрації аномальних похибок куткових вимірювань, ефективність якого підтверджена результатами статистичного моделювання.

In article the problem of a filtration of angular measurements of the different accuracy which is carried out onboard an aircraft in the course of landing approach is considered. The quasioptimum method of a filtration of abnormal errors of the angular measurements which efficiency is confirmed by results of statistical modelling is offered.

Ключові слова: оптимальна нелінійна фільтрація, фільтр Калмана, статистичне моделювання

Вступ. Радіомаячні системи посадки сантиметрового діапазону (MLS-Microwave Landing System) розробляються на основі рішень Міжнародної організації цивільної авіації (ICAO) від 1972 р. Вони призначені для отримання на борту повітряного судна (ПС) та видачі екіпажу і в систему автоматичного керування польотом інформації про кути відхилення ПС від номінальної траєкторії посадки у вертикальній та горизонтальній площинах, віддалі до розрахованого місця приземлення, стану злітно-посадкової смуги, категорії метеомінімуму обслуговування та тощо. В якості міжнародного стандарту прийнята система TRSB (Time Reference Scanning Beam) [1–2], параметри якої регламентовані ICAO. До складу посадкової системи входить наземне та бортове обладнання. Повний комплект наземного обладнання містить кутомірну та далекомірну підсистеми. Схема розгортання на місцевості повного комплексу системи показана на рис. 1 [3].

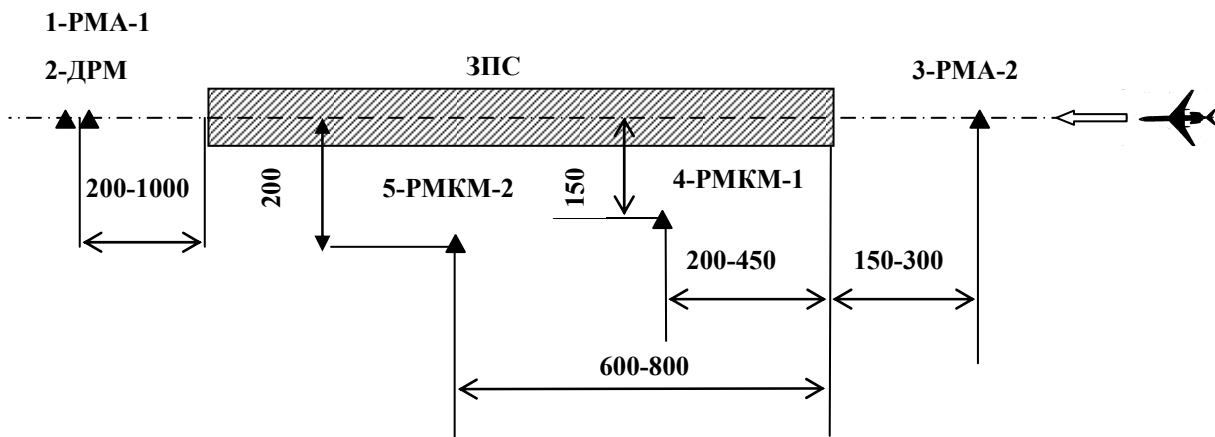


Рис. 1. Схема розгортання посадкової системи на місцевості: РМА-1, РМА-2 – азимутальні радіомаяки, призначені для визначення куткового розташування ПС відносно курсу посадки при посадці та відході на друге коло, відповідно; РМКМ-1, РМКМ-2 – радіомаяки кута місця, призначені для визначення куткового розташування ПС у вертикальній площині при зниженні та вирівнюванні, відповідно; ДРМ – радіомаяк далекомірної підсистеми
Примітка. Віддалі подано у метрах.

Бортове обладнання призначено для вимірювання куткових координат ПС відносно осі ЗПС в горизонтальній та вертикальній площинах, віддалі до точки приземлення та формуванні на борту ПС траєкторії польоту. Бортове обладнання MLS складається з обчислювача та апаратури кутомірної і далекомірної підсистеми. Оскільки в системі застосовано часове кодування посадкової інформації, то кутомірні радіомаяки працюють по черзі, а одне й теж бортове обладнання, також по черзі, визначає кути в горизонтальній та вертикальній площинах у відповідності до прийнятого методу вимірювань рис. 2 [4]. В зв'язку з цим достатньо обмежитись розглядом роботи одного з кутомірних каналів, наприклад, кута місця.

Постановка задачі. Новим стандартом ICAO до системи посадки сантиметрового діапазону передбачені підвищені вимоги щодо точності та надійності виведення ПС у напрямку на злітно-посадкову смугу з метою швидкої стабілізації на посадковій траєкторії та її точного додержання. Оскільки процес посадки короткотерміновий, а можливості маневру ПС обмежені як у просторі так і у часі, то необхідна мінімізація похибок наведення не тільки в усталеному режимі, а і в – перехідному. Для цього доцільно використовувати фільтри, параметри яких змінюються у часі. Найбільш поширена методика синтезу таких фільтрів опирається на теорію оптимальної фільтрації за Калманом [5].



Рис. 2. Принцип визначення кутових координат ПС в системі посадки сантиметрового діапазону: 1- азимутальна антена; 2 – осьова лінія ЗПС; 3- сканування « туди »; 4- сканування « назад »; 5 – сигнальні імпульси; 6- поріг вимірювання -3дБ; 7- час, мс; 8- початок сканування « туди »; 9- кутове положення ПС пропорційне результату вимірювання часової різниці $T_1 - T_2$; 10 – кінець сканування « назад »

Ефективне використання методів оптимальної фільтрації передбачає повноту апріорних даних про обставини, за яких виконується процес посадки, а саме: динамічну модель – обґрунтовані припущення щодо закону зміни у часі кута місця ПС при виконанні посадочного маневру; модель вимірювального тракту, яка визначає зв'язок між результатами вимірювань кута місця ПС та параметрами динамічної моделі; статистичні характеристики діючих збурень і завад та спосіб їх взаємодії з інформативним параметром; критерій оптимальності. Серед перерахованих елементів, одним з головних є поняття динамічної моделі, оскільки за її допомогою здійснюється зв'язок між реальною фізичною задачею, у якій будуть використовуватись результати фільтрації та областю математичних абстракцій, у якій будується ці результати. Сучасний опис моделей динамічних процесів (систем) переважно виконується в термінах методу простору станів [5]. Побудову динамічної моделі кута місця ПС при виконанні ним посадкового маневру доцільно починати з введення низки спрощень, виділивши у процесі руху чотири послідовно виконуваних ділянки польоту [див. рис. 3.].

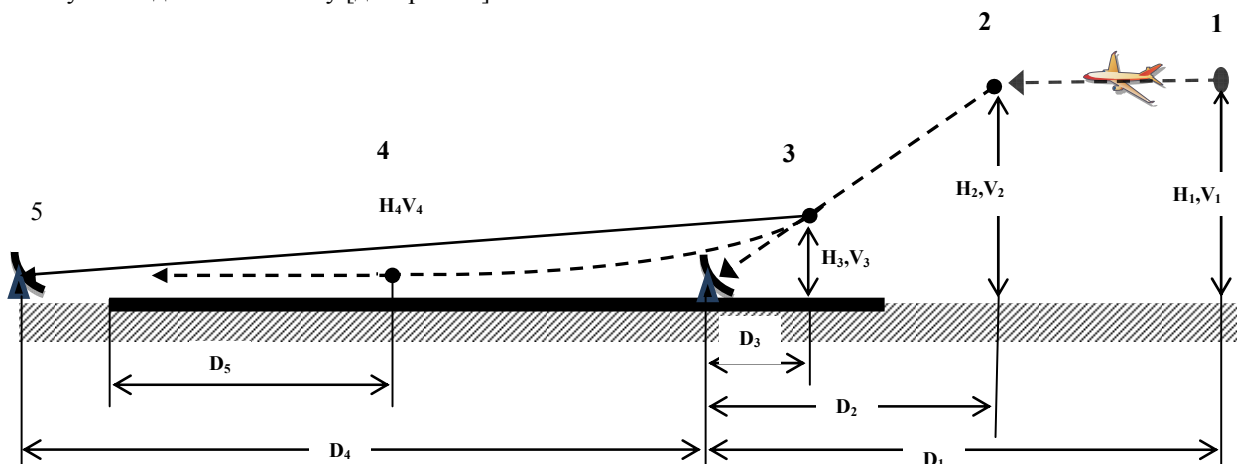


Рис. 3. Номінальна траєкторія руху ПС у вертикальній площині в процесі виконання посадкового маневру

1. Ділянка горизонтального польоту 1-2 на висоті близько 200 метрів, яка починається з віддалі близько $D_1 = 15\ 000$ м до $D_2 = 5\ 000$ м по відношенню до місця розташування глісадного радіомаяка. Є підстави вважати [6], що на цій ділянці швидкість польоту ПС спадає рівномірно з 150 до 100 м/с.

2. Ділянка планування – рух з вибраним (залежно від класу ПС) кутом нахилу глісади, починаючи приблизно з віддалі $D_2 = 5\ 000$ м до $D_3 = 750$ м зі зниженням висоти від $H_2 = 200$ м до висоти прийняття рішення про приземлення $H_3 = 30$ м з погашенням швидкості від $V_2 = 100$ м/с до $V_1 = 80$ м/с.

3. Ділянка вирівнювання. На цій ділянці польоту дані від глісадного радіомаяка не використовуються.

4. Ділянка пробіжки ПС по злітно-посадковій смугі з погашенням швидкості до остаточної зупинки.

Вищенаведені спрощення, дозволяють провести розрахунок параметрів траєкторії руху ПС по куту місця, які змінюються у часі так як показано на рис. 4

$$\beta(t) = \arctg \frac{H(t)}{D(t)}, \quad \beta'(t) = \frac{H'(t)D(t) - H(t)D'(t)}{H^2(t) + D^2(t)}, \quad (1)$$

$$\beta''(t) = \frac{[H''(t)D(t) - H(t)D''(t)] - 2[H'(t)D'(t) - H(t)D'(t)]H'(t)D'(t)}{H^2(t) + D^2(t)^2}, \quad (2)$$

де $\beta(t), D(t), H(t)$ – кут місця ПС, горизонтальна віддаль до глісадного радіомаяка та висота польоту, відповідно; $\beta'(t), D'(t), H'(t)$ – швидкість зміни кута місця ПС, горизонтальної віддалі та висоти польоту; $\beta''(t), D''(t), H''(t)$ – прискорення по куту місця, горизонтальній віддалі та висоті.

Для цього випадку математична модель динаміки кута місця ПС при виконанні посадкового маневру може бути описана рівняннями в термінах методу простору станів [5]:

$$x(k+1) = A(k+1, k)x(k) + B(k+1, k)w(k); \quad (3)$$

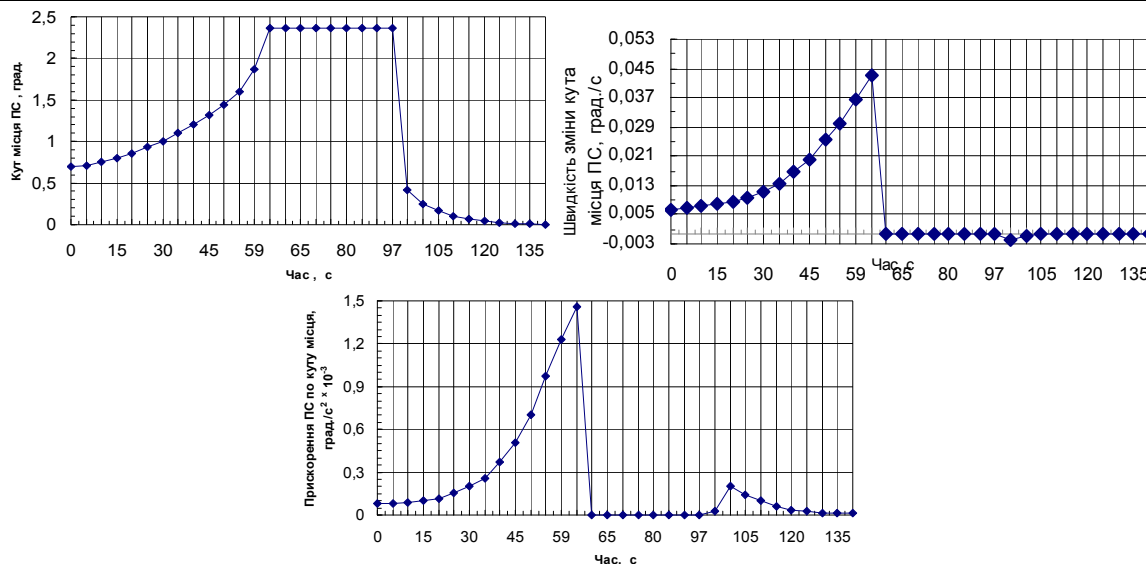


Рис. 4. Параметрична модель зміни кута місця ПС при виконанні посадкового маневру

$$y(k) = C(k)x(k) + n(k), \tag{4}$$

де $x(k) = [x_1(k), x_2(k)]^T$ – значення кута місця ПС та швидкості його зміни у поточний момент часу k , відповідно; $A(k+1, k) = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B(k+1, k) = [0 \ 1]^T$, $C(k+1) = [1 \ 0]$ – системні матриці;

$w(k), n(k)$ – гаусові білі послідовності з нульовим середнім значенням та апріорно заданими кореляційними матрицями $Q(k), R(k)$; T – інтервал дискретизації, величина якого визначається темпом оновлення кутових даних – 40,5 Гц ($T=0,0247$ с). Необхідні статистичні дані про вектор стану у початковий момент часу $x(0)$, кореляційні матриці шумів збурень $Q(k)$ та похибок первинних радіовимірювань кута місця повітряного судна $R(k)$ можна отримати з таких міркувань:

1. Для широкого класу ПС діапазон віддалей заходу на посадку коливається у межах 5 – 25км, а діапазон посадкових швидкостей – 200 – 500 км/год., можливі прискорення рідко перевищують 0.1-0.25 g [6]. Тоді, як показують розрахунки за формулами (1) – (2), у якості початкових значень параметрів номінальної траєкторії слід прийняти: 0.7 град., 0.0122 град./с, 0.0002 град./с² – початкове значення кута місця ПС, швидкості зміни кута місця та прискорення по куту місця, відповідно.

2. Порядок величини $Q(k)$ оцінимо на основі формули (2), у яку замість $D''(t)$ слід підставити величину середньоквадратичного прискорення, що визначається як $\sigma_a^2 = a_{max}^2 (1+4q_{max}-q_0)/3$, [8] де a_{max} – максимальне припустиме прискорення для даного класу ПС; q_0 – імовірність того, що маневру не буде потрібно; q_{max} – імовірність того, що маневр буде потрібен з прискоренням a_{max} . Наприклад на заключному етапі горизонтального польоту $D = 5000$ м при $H = 200$ м; $q_{max} = 0,1$; $q_0 = 0,5$; $a_{max} = 0,2g$ дисперсія прискорення по куту місця становить $\sigma^2 = 17 \cdot 10^{-4}$ (град./с²).

3. Апріорні дані про дисперсію похибок первинних бортових радіовимірювань кута місця ПС можна отримати з формули та рис. 5 [9].

$$\frac{\sigma_{\theta_{0,0}}^2}{\theta_{0,5}^2} = \frac{1}{K_m^2} \cdot \frac{(c/w)_{ex} + 1}{(c/w)_{ex}^2} \cdot \frac{Z_c}{2\Delta F\tau_i},$$

де $\sigma_{\theta_{0,0}}$ – середньоквадратична похибка одиничних вимірів кутових координат ПС; $\theta_{0,5}$ – ширина діаграми направленості антени радіомаяка РМУМ- 1 на рівні половинної потужності; K_m – величина, яка табульована для широкого класу функцій розподілу напруженості електричного поля на розкриві антени і знаходиться у межах 1,75- 2,35 [9]; $(c/w)_{ex}$ – відношення сигнал / шум на вході підсилювача проміжної частоти; Z_c – коефіцієнт втрат за рахунок лінійного детектування та стробування на відео частоті; τ_i – тривалість сигнального імпульсу на рівні 0,707; ΔF – смуга пропускання підсилювача проміжної частоти.

Розрахунки виконувались для наступних даних: $\Delta F=150$ кГц; $\tau_i = 100$ мкс; $Z_c=1,25$; $\theta_{0,5}=1^0$; $K_m = 2,08$ за умови, що використовувалась антена з прямокутною формою розкриву та косинус-квадратною функцією розподілу напруженості електричного поля на розкриві. Зокрема, на висоті прийняття рішення про приземлення $H_3 = 30$ м дисперсія похибок первинних вимірювань кута місця ПС оцінювалась величиною у $36 \cdot 10^{-4}$ (град.)².

Системі рівнянь (3– 4) відповідає структурна схема (рис. 6.), яка складається з формуючого фільтра

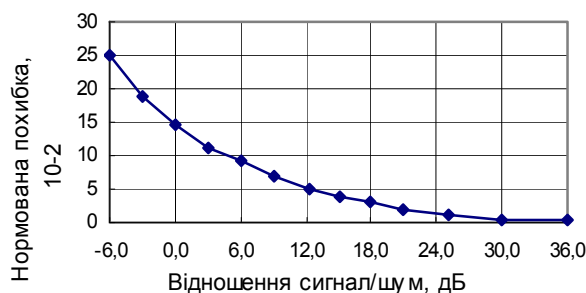


Рис. 5. Зміна нормованої середньоквадратичної похибки первинних вимірювань кута місця ПС в процесі виконання посадкового маневру

та дискретної моделі радіовиміральної системи. Якість роботи фільтра Калмана значною мірою залежить від того наскільки динамічна модель інформативного процесу та радіовимірального тракту разом з апіорними даними про початкові умови, похибки вимірювань та діючі збурення відповідають дійсності. Звернувши увагу на рис. 5 неважко побачити, що в процесі виконання посадкового маневру точність первинних вимірювань кута місця ЛА змінюється у широких межах і суттєво відрізняється від номінальної ($\sigma^2 = 36 \cdot 10^{-4}$), яка вводиться у фільтр. За таких умов оцінки кута місця ПС, у кращому випадку, будуть квазіоптимальними, а у гіршому – не виключена їх розбіжність з результатами первинних вимірювань.

Мета роботи полягає в розширенні сфери застосування методів калманівської фільтрації для випадку, коли апіорна інформація про функціональний стан радіовимірального тракту малодостовірна або відсутня.

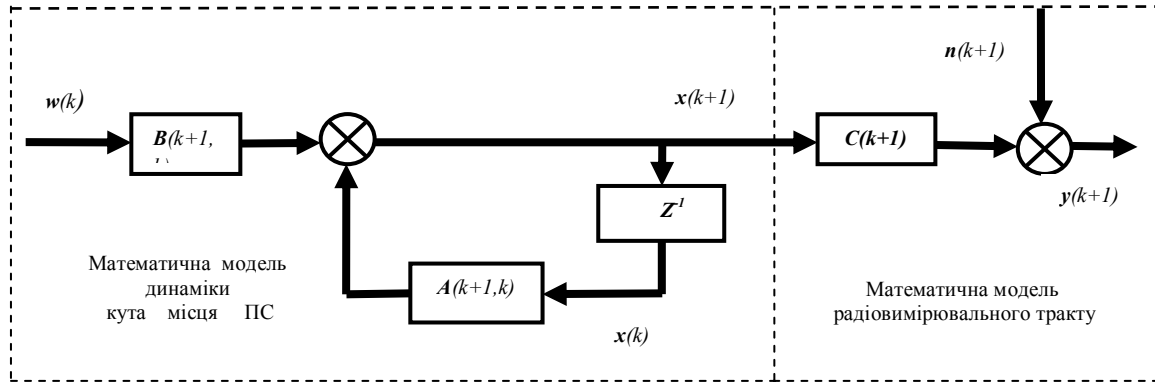


Рис. 6. Структура математичної моделі процесу формування результатів радіовимірювань по куту місця в системі посадки сантиметрового діапазону

Оптимальна фільтрація різноточних кутових вимірювань. Логічно обґрунтованим кроком на шляху досягнення поставленої мети є пошук більш адекватних методів обробки результатів первинних кутових вимірювань, які б забезпечили одночасне оптимальне оцінювання як параметрів інформативного процесу так і функціонального стану радіовимірального тракту. Для цього пропонується скорегувати математичну модель радіовимірального тракту таким чином, щоб вона враховувала можливість появи результатів вимірювань різної точності

$$y(k) = C(k)x(k) + \theta(k)n(k), \quad (5)$$

де $y(k+1)$ – вектор результатів вимірювань кута місця ПС; $x(k+1)$ – вектор параметрів, що оцінюються; $C(k+1)$ – матриця, яка описує структуру системи вимірювань; $n(k+1)$ – вектор похибок результатів первинних вимірювань кута місця ПС; $\theta(k+1)$ – індикаторна змінна, яка може приймати на кожному кроці випадкові значення $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N$ з заданими ймовірностями $p_{\sigma}(k)$ і описує статистичні властивості похибок результатів кутових вимірювань різної точності.

Синтез оптимального пристрою фільтрації кутових вимірювань різної точності будемо виконувати на основі байесової методології з використанням математичних моделей (3), (5). Передбачається, що похибки вимірювань $n(k)$ та випадкові збурення моделі динаміки $w(k)$, з фізичних міркувань, є взаємно незалежними гаусовими білими послідовностями з нульовими середніми значеннями та невід’ємно означеними кореляційними матрицями $R(k), Q(k)$, які апіорно задані для усіх $k = 0, 1, \dots$. Також передбачається, що вектор початкових умов $x(0)$ є випадковим, розподіленим за нормальним законом з заданим вектором середніх значень та невід’ємно означеною кореляційною матрицею $P(0)$. При $\theta(k) = \sigma_1 = 1$, що відповідає номінальним умовам роботи радіовимірального тракту, кореляційна матриця шумів вимірювань $R(k)$ визначається регламентованими похибками первинних бортових вимірювань кутових координат ПС. Випадкові погіршення точності вимірювань, у першому наближенні, будемо враховувати еквівалентним зростанням шумів радіовимірювань до величини $\sigma_i^2 R(k+1), i = 1, \dots, N$.

Згідно байесової методології уся інформація про параметр, що оцінюється, міститься у його апостеріорному розподілі, а найкраща оцінка, яка мінімізує середньоквадратичний ризик являє собою апостеріорне середнє значення [7]

$$x^*(k/k) = E\{x(k)/Y_1^k\} = \int x(k) f[x(k)/Y_1^k] dx(k),$$

де $Y_1^k = \{y(1), y(2), \dots, y(k)\}$ – конкретна реалізація вектора вимірювань у моменти часу від початкового до поточного. Зважаючи на те, що вектор вимірювань Y_1^k залежить від індикаторної послідовності $\theta_1^k = \{\theta(1), \theta(2), \dots, \theta(k)\}$, а моделі (3), (5) описують процеси Маркова, неважко показати, що апостеріорна густина розподілу ймовірностей $f[x(k)/Y_1^k]$ складається зі зваженої суми N^k гаусових густин розподілу для усіх k . Дійсно, використання властивостей згладжування умовного середнього значення дозволяє записати $f[x(k)/Y_1^k] = E_{\theta(1)}\{x(k)/Y_1^k, \theta(1)/Y_1^k\} = \sum_{\sigma_1} f[x(k)/Y_1^k, \theta(1)] \cdot p[\theta(1) = \sigma_1 / Y_1^k], i = 0, 1 \dots N$.

У аналогічний спосіб можна записати густину розподілу

$$f[x(k) / Y_1^k, \theta(1)] = E\theta(2)\{x(k) / Y_1^k, \theta(2), \theta(1) / Y_1^k, \theta(1)\} =$$

$$= \sum_{\sigma_i} f[\mathbf{x}(k) / \mathbf{Y}_1^k, \theta(2), \theta(1)] \cdot p[\theta(2) = \sigma_i / \mathbf{Y}_1^k, \theta(1)], i = 0, 1, \dots, N.$$

Об'єднання двох попередніх виразів дає наступний результат

$$f[\mathbf{x}(k) / \mathbf{Y}_1^k] = \mathbf{E}_{\theta(2)} \{ \mathbf{E}_{\theta(1)} \{ f[\mathbf{x}(k) / \mathbf{Y}_1^k, \theta(2), \theta(1)] / \mathbf{Y}_1^k, \theta(1) / \mathbf{Y}_1^k \} \} = \\ = \sum_{\sigma_i} \{ \sum_{\sigma_j} \{ f[\mathbf{x}(k) / \mathbf{Y}_1^k, \theta(2), \theta(1)] \cdot p[\theta(2) = \sigma_i / \mathbf{Y}_1^k, \theta(1)] \} \cdot p[\theta(1) = \sigma_j / \mathbf{Y}_1^k] \}, i, j = 0, 1, \dots, N. \quad (6)$$

Послідовне застосування цього способу запису від початкового моменту часу до k -го включно призводить до появи у виразі (6) зваженої суми з N^k доданків

$$f[\mathbf{x}(k) / \mathbf{Y}_1^k] = \mathbf{E}_{\theta(k)} \{ \mathbf{E}_{\theta(k-1)}, \dots, \mathbf{E}_{\theta(2)} \{ \mathbf{E}_{\theta(1)} \{ f[\mathbf{x}(k) / \mathbf{Y}_1^k, \theta(k), \theta(k-1), \dots, \\ \theta(2), \theta(1) / \mathbf{Y}_1^k, \theta(k), \theta(k-1), \dots, \theta(2) / \mathbf{Y}_1^k, \theta(k) / \mathbf{Y}_1^k \} \} \} = \\ = \sum_{\sigma_i} \sum_{\sigma_i} \dots \sum_{\sigma_i} \sum_{\sigma_i} f[\mathbf{x}(k) / \mathbf{Y}_1^k, \theta(k), \theta(k-1), \dots, \theta(2), \theta(1)] \cdot p[\theta(k), \theta(k-1), \dots, \theta(2), \theta(1) / \mathbf{Y}_1^k].$$

Таким чином для точного обчислення оптимальної оцінки $\mathbf{x}_0^*(k/k)$ необхідно знаходити суму N^k часткових модельно – умовних оцінок вектору стану $\mathbf{x}(k)$. Для великих k виникає проблема чисто практичного характеру, а саме – обмеження на об'єм пам'яті процесора. З метою одержання конструктивного результату припустимо, що отримана полігаусова густина розподілу ймовірностей може бути задовільно апроксимована на кожному кроці однією – гаусовою з відповідно еквівалентними параметрами [5]. Оцінки, отримані на основі такого припущення, втрачають властивість оптимальності в суворому математичному розумінні і у періодичній літературі отримали назву псевдобайєсових оцінок [7]. Таку оцінку, на відміну від $\mathbf{x}_0^*(k/k)$, будемо позначати без нижнього індексу $\mathbf{x}^*(k/k)$.

З врахуванням зроблених зауважень, густину розподілу $f[\mathbf{x}(k) / \mathbf{Y}_1^k]$ можна обчислювати за спрощеною формулою

$$f[\mathbf{x}(k) / \mathbf{Y}_1^k] = \sum_{\sigma_i} f[\mathbf{x}(k) / \mathbf{Y}_1^k, \theta(k) = \sigma_i] \cdot p[\theta(k) = \sigma_i / \mathbf{Y}_1^k]. \quad (7)$$

причому, що важливо з принципової точки зору, усі співмножники під знаком суми (7) допускають рекурентну форму обчислень. У цьому неважко перекоонатись, якщо скористатись правилом Байєса та марківськими властивостями моделей (3), (5). За таких обставин густину розподілу $f[\mathbf{x}(k) / \mathbf{Y}_1^k, \theta(k) = \sigma_i]$ можна представляти у вигляді трьох співмножників

$$f[\mathbf{x}(k) / \mathbf{Y}_1^k, \theta(k) = \sigma_i] = \frac{f[\mathbf{x}(k), \mathbf{y}(k) / \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta(k) = \sigma_i]}{f[\mathbf{y}(k) / \mathbf{Y}_1^{k-1}]} = \\ = \frac{f[\mathbf{x}(k) / \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta(k) = \sigma_i] \cdot f[\mathbf{y}(k) / \mathbf{Y}_1^{k-1}, \mathbf{x}(k), \theta(k) = \sigma_i]}{\sum_{\sigma_i} (\text{чисельник})} \quad (8)$$

Оскільки модель (3) не передбачає явну залежність від $\theta(k)$, то $f[\mathbf{x}(k) / \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta(k) = \sigma_i] = f[\mathbf{x}(k) / \mathbf{Y}_1^{k-1}]$ і на основі попередньо зроблених зауважень $f[\mathbf{x}(k) / \mathbf{Y}_1^{k-1}] = N[\mathbf{x}^*(k/k-1), \mathbf{P}(k/k-1)]$, де $N[\mathbf{x}^*(k/k-1), \mathbf{P}(k/k-1)]$ – нормальна густина розподілу ймовірностей з умовним середнім значенням $\mathbf{x}^*(k/k-1)$ та умовною кореляційною матрицею $\mathbf{P}(k/k-1)$. Властивості моделі (5) дозволяють записати

$$f[\mathbf{y}(k) / \mathbf{Y}_1^{k-1}, \mathbf{x}(k), \theta(k) = \sigma_i] = f[\mathbf{C}(k) \mathbf{x}(k) + \theta(k) \mathbf{n}(k) / \mathbf{Y}_1^{k-1}, \mathbf{x}(k), \theta(k) = \sigma_i] = \\ = N[\mathbf{C}(k) \mathbf{x}(k); \sigma_i^2 \mathbf{R}(k)] , \\ f[\mathbf{y}(k) / \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta(k) = \sigma_i] = f[\mathbf{C}(k) \mathbf{x}(k) + \theta(k) \mathbf{n}(k) / \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta(k) = \sigma_i] = \\ = N[\mathbf{C}(k) \mathbf{x}^*(k/k-1); \mathbf{C}(k) \mathbf{P}(k/k-1) \mathbf{C}^T(k) + \sigma_i^2 \mathbf{R}(k)] . \quad (9)$$

Застосування правила Байєса до апостеріорної ймовірності $p[\theta(k) = \sigma_i / \mathbf{Y}_1^k]$ дозволяє записати її у вигляді двох співмножників

$$p[\theta(k) = \sigma_i / \mathbf{Y}_1^k] = \frac{p[\mathbf{y}(k), \theta(k) = \sigma_i / \mathbf{Y}_1^{k-1}]}{p[\mathbf{y}(k) / \mathbf{Y}_1^{k-1}]} = \\ = \frac{p[\theta(k) = \sigma_i / \mathbf{Y}_1^{k-1}] f[\mathbf{y}(k) / \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta(k) = \sigma_i]}{\sum_{\sigma_i} (\text{чисельник})} , \quad (10)$$

один з яких уже визначено у виразі (9), а другий – $p[\theta(k) = \sigma_i / \mathbf{Y}_1^{k-1}]$ можна знайти на основі властивостей умовних ймовірностей

$$p[\theta(k) = \sigma_i / Y_1^{k-1}] = \sum_{\sigma_j} p[\theta(k) = \sigma_i, \theta(k-1) = \sigma_j / Y_1^{k-1}] = \sum_{\sigma_j} p[\theta(k-1) = \sigma_j / Y_1^{k-1}] p[\theta(k) = \sigma_i / Y_1^{k-1}, \theta(k-1) = \sigma_j], \quad i, j = 1, \dots, N. \quad (11)$$

Величина $p[\theta(k-1) = \sigma_j / Y_1^{k-1}]$ відома з попереднього $k-1$ кроку обчислень, а $p[\theta(k) = \sigma_i / \theta(k-1) = \sigma_j, Y_1^{k-1}] = p[\theta(k) = \sigma_i / \theta(k-1) = \sigma_j]$ – елемент матриці перехідних ймовірностей, заданої апріорно. У сукупності вирази (8) – (10) дозволяють обчислювати апостеріорну густину розподілу $f[x(k)/Y_1^k]$ ймовірностей рекурентно для будь-якого поточного часу $k = 0, 1 \dots$

Вищенаведені математичні викладки показують, що при введенні занадто загальних припущень про властивості різноточного радіовимірювального тракту, отримання оцінок $x^*(k/k)$ у явному вигляді спричиняє значні труднощі через систему складних розрахунків. Тому надалі, буде розглянуто декілька окремих випадків, які ілюструють працездатність процедур (8) – (11) та мають практичну направленість з точки зору їх технічної реалізації.

Фільтрація аномальних похибок вимірювань кутових координат. Для опису математичної моделі випадкових порушень працездатності кутомірною каналу, які призводять до пропусків окремих результатів бортових вимірювань кута місця ПС або їх аномальних спотворень скористаємось векторно-матричним рівнянням (5), але тепер випадкова послідовність $\theta(k)$ вважається некорельованою і приймає значення лише два значення 1, σ ($\sigma \gg 1$) з апріорно заданими ймовірностями

$$p[\theta(k) = 1] = q_1(k); \quad p[\theta(k) = \sigma] = q_\sigma(k) = 1 - q_1(k).$$

Обмеження, накладені на послідовність $\theta(k)$ не порушують справедливості співвідношень (8) – (11) і основних результатів, отриманих у попередньому підрозділі за винятком апостеріорної ймовірності $p[\theta(k) = n / Y_1^k]$. Статистична незалежність значень випадкової послідовності $\theta(k)$ спрощує обчислення вагових множників і дозволяє розрахункові формули (10) – (11) звести до вигляду

$$p[\theta(k) = n / Y_1^k] = \frac{q_n(k) f[y(k)/Y_1^k, \theta(k) = n]}{\sum_{n=1}^{\sigma} (\text{чисельник})}, \quad (12)$$

причому $\sum_{n=1}^{\sigma} p[\theta(k) = n / Y_1^k] = 1$.

Властивості нормального закону розподілу ймовірностей $f[x(k)/Y_1^k, \theta(k) = n]$ дозволяють обчислювати його параметри: середнє значення $x_n^*(k/k)$ та кореляційну матрицю $P_n(k/k)$ за допомогою модельно-умовного фільтра Калмана [5], внаслідок чого вираз для оцінки суттєво спрощується

$$x^*(k/k) = x^*1(k/k) p[\theta(k) = 1 / Y_1^k] + x^*\sigma(k/k) p[\theta(k) = \sigma / Y_1^k]. \quad (13)$$

Можна довести правомірність приведенної формули, якщо у (8) виділити повний матричний квадрат.

Структурна схема синтезованого пристрою визначається виразом (13) і показана на рис. 7. До складу пристрою обробки входять:

- двоканальний матричний екстраполятор, що використовує спільну для двох каналів математичну модель (3) динамічного процесу зміни у часі кута місця ПС;
- суматор матричного типу, призначений для формування поточної оцінки кута місця $x^*(k/k)$;
- матричний селектор, який використовує математичну модель радіовимірювального тракту та формує прогнозоване значення наступного результату вимірювань $y^*(k/k-1)$;
- матричний дискримінатор та блок матричних підсилювачів формують часткові оцінки кута місця ПС, достовірність яких контролюється цифровим блоком обчислення апостеріорних ймовірностей висунутих гіпотез відносно індикаторної змінної $\theta(k)$.

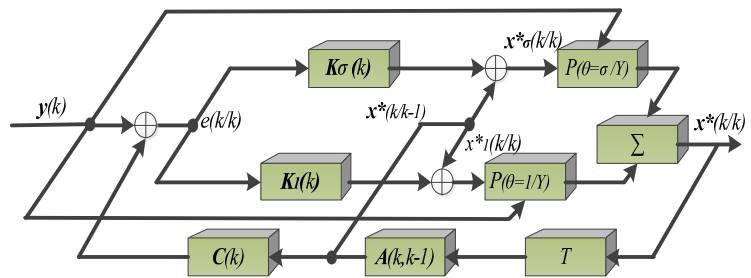


Рис. 7. Структура пристрою фільтрації аномальних похибок кутових вимірювань

До найважливіших рис пристрою обробки слід віднести рекурентність та наявність механізму виявлення аномальних похибок у вигляді процедури обчислення апостеріорних ймовірностей $p[\theta(k) = n / Y_1^k]$. Поєднання функцій виявлення та оцінювання надає структурі, представленій на рис. 7 адаптивних рис, проте усі обчислення повинні виконуватись у реальному масштабі часу, тобто у темпі надходження результатів вимірювань. Це пояснюється тим, що кореляційна матриця похибок оцінювання $P(k/k)$ через обчислення апостеріорних ймовірностей $p[\theta(k) = n / Y_1^k]$ залежить від результатів поточних вимірювань $y(k)$

$$P(k/k) = \{P1(k/k) + [x^*1(k/k) - x^*(k/k)][x^*1(k/k) - x^*(k/k)]T\} \cdot p[\theta(k) = 1 / Y_1^k] + \{P\sigma(k/k) + [x^*\sigma(k/k) - x^*(k/k)][x^*\sigma(k/k) - x^*(k/k)]T\} \cdot p[\theta(k) = \sigma / Y_1^k]. \quad (14)$$

У цілому, пристрій обробки слід розглядати як цифровий нелінійний фільтр, практична реалізація якого потребує використання бортової мікро – ЕОМ.

Аналіз ефективності фільтрації аномальних похибок кутових вимірювань. Оскільки синтезований фільтр є нелінійним, якісні показники, якого залежать від результатів поточних вимірювань, а взаємодіючі інформаційні потоки, за фізичною природою – стохастичні, то у основу методології дослідження ефективності процедур фільтрації покладено метод статистичного моделювання. Оцінка ефективності роботи пристроїв фільтрації виконувалась шляхом порівняння статистичних характеристик точності нелінійного фільтра з статистичними характеристиками еталону – фільтра Калмана. Статистичне моделювання виконувалось для ділянки планування, де ПС рухається з заданим (відповідно до класу ПС) кутом місця з використанням математичних моделей (3.) (5). У якості апіорних даних були взяті типові дані, притаманні високоточним вимірюванням, що виконуються у системі посадки сантиметрового діапазону. Порівняльний аналіз результатів фільтрації виконувався за умов максимально наближених до ідентичних, тобто до входів досліджуваних пристроїв надходили одні і ті ж реалізації випадкових процесів $y(k)$, $x(k+1)$, $\theta(k)$, $n(k)$, $w(k)$. Такі заходи сприяли підвищенню достовірності результатів статистичного моделювання, яка оцінюється двома параметрами: достовірністю отриманих оцінок η та шириною довірчого інтервалу Δ . При проведенні статистичних експериментів достовірність оцінювання прийнято задавати зі стандартного ряду 0.9, 0.95, 0.99, 0.999. Тоді величину довірчого інтервалу можна розрахувати за формулою $[P^*(k/k)]^{1/2}(1-\Delta) < [P(k/k)]^{1/2} < [P^*(k/k)]^{1/2}(1+\Delta)$,

де $[P^*(k/k)]^{1/2}$, $[P(k/k)]^{1/2}$ – вибіркове та генеральне середньоквадратичне значення, відповідно; Δ – ширина довірчого інтервалу, яка залежить від об'єму вибірки N і достовірності η . При апіорно заданих величинах η і Δ за допомогою таблиць [10] можна знайти об'єм вибірки, який гарантує задану достовірність. Наприклад, при $\eta = 0.95$ і $\Delta = 20\%$, необхідний об'єм вибірки N становить не менше 50. Це означає, що при даному об'ємі вибірки довірчий інтервал шириною 2Δ накриває теоретичне значення середньоквадратичної похибки оцінювання (генеральне середньоквадратичне) з імовірністю 0.95.

Випадкові втрати точності кутомірного каналу імітувались дискретною послідовністю $\theta(k)$, яка могла приймати у кожному такті значення l , σ з апіорно заданими ймовірностями $q_l(k)=0,8$ та $q_\sigma(k)=0,2$, відповідно. Для номінальних умов польоту при $\theta(k)=1$ точність первинних вимірювань визначалась кореляційною матрицею $E\{n(k)n(k)^T\} = R(k) = 0.0036$. Поява раптових аномалій враховувалась зростанням шумів радіовимірювального тракту до величини $\sigma^2 R(k)$ ($\sigma=30$). Початкове значення вектора стану $x(0)$ у кожній реалізації приймалося випадковим, у той час як початкова оцінка $x^*(0/0)$ кута місця ПС оставалась незмінною. На рис. 8а показана одна з можливих реалізацій потоку первинних вимірювань кута місця ПС з аномальними похибками. Результати фільтрації цього потоку, отримані фільтром Калмана та нелінійним пристроєм фільтрації ілюструються рис. 8б. Характеристики точності представлені на рис. 9.

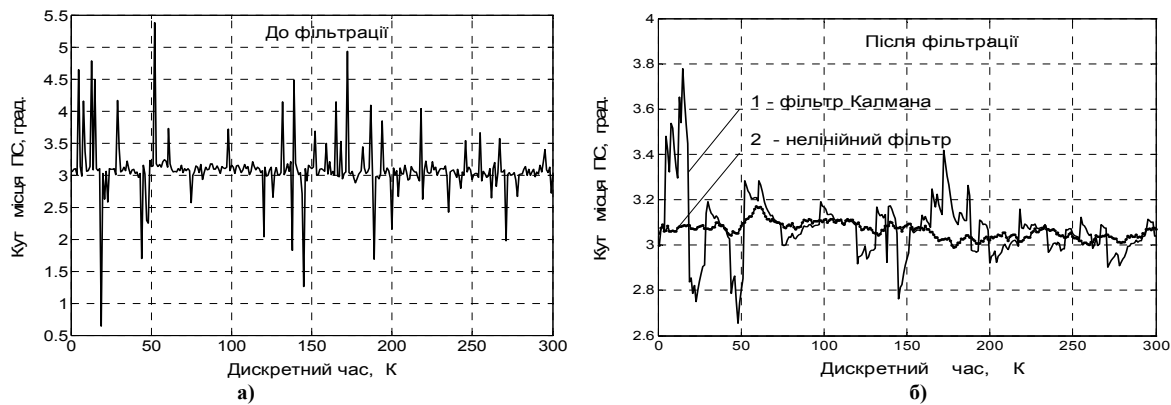


Рис. 8. Результати фільтрації аномальних похибок кутових вимірювань

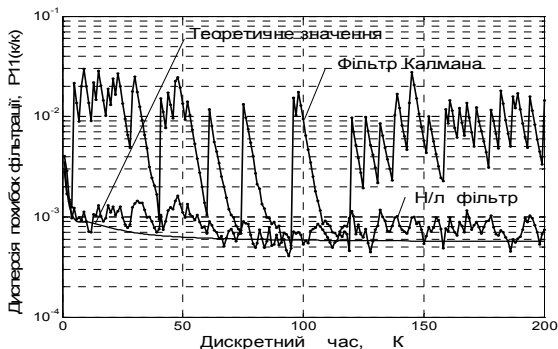


Рис. 9. Якісні показники фільтрації аномальних похибок кутових вимірювань

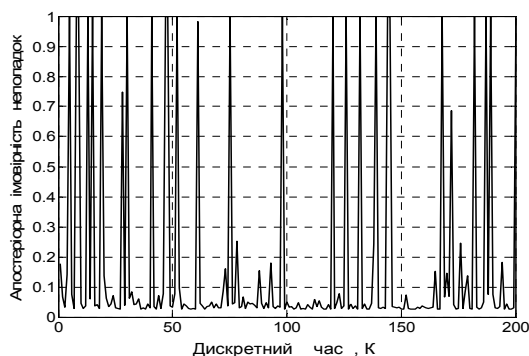


Рис. 10. Зміна у часі апостеріорної ймовірності $p[\theta(k)=\sigma Y_1^k]$ виявлення аномальних похибок

Висновки. Порівняння фактичних даних $P_{11}(k/k)$ для фільтра Калмана та запропонованого пристрою нелінійної фільтрації показує, що за наявності аномальних похибок у кутовому

радіовимірювальному тракту нелінійний пристрій дає значно кращі результати. Виграш у точності складає приблизно у 25-30 разів, особливо в усталеному режимі роботи, а апостеріорна імовірність аномальних похибок $p[\theta(k)=\sigma/Y_1^k]$, яка керує матричним коефіцієнтом передачі фільтра змінюється у часі так, як показано на рис. 11. При відсутності аномалій $p[\theta(k)=\sigma/Y_1^k]=0$ обидва фільтри мають однаковий механізм фільтрації і характеристики точності наближаються до теоретичної кривої.

Перспективи подальших досліджень. Аналіз отриманих результатів показує, що підвищення стійкості розроблених методів фільтрації до аномальних похибок кутових вимірювань потребує надмірності програмних засобів у вигляді додаткових обчислень у реальному часі порівняно з алгоритмом фільтра Калмана. Це призводить до надмірного завантаження обчислювальних засобів і при обмеженому часі обробки кутових даних може бути неприпустимим. Той факт, що за наявності аномальних похибок індикаторна змінна $\theta(k+1)$ приймає значення $\sigma \gg 1$ можна ефективно використати для побудови квазіоптимальних методів дискретної фільтрації також з підвищеною, але меншою порівняно з розглянутою, стійкістю до порушень працездатності кутомірною радіоканалу. Деякі з них будуть розглядатись у наступних публікаціях.

Література

1. O'keeffe H. B. The development of interscan – a new microwave approach and landing guarantee system for International Civil Aviation / H. B. O'keeffe, W. G. Feige // Proc. of IREE. – 1975. – Vol. 36. – P. 145–148.
2. Sanders L. Instrument Landing System / L. Sanders, V. Fritch, Jr. John // IEEE Trans. on Com. – 1973. – Vol. 21. – № 5. – P. 435–454.
3. Сосновский А. А. Радиоэлектронное оборудование летательных аппаратов. Справочник / А. А. Сосновский, И. А. Хаймович. – М.: Машиностроение, 1987. – 256с.
4. Спецификация формата сигнала для системы сканирующего луча с отсчетом времени. Signal format specification for the time reference scanning beam / [Материалы FAA]. – 1975. – P. 233–261.
5. Ярлыков М. С. Статистическая теория радионавигации. / М. С. Ярлыков. – М.: Радио и связь, 1985. – 344 с.
6. Сантиметровые системы посадки самолетов / [В. М. Бенин, Е. И. Шолупов, В. А. Кожевников, И. А. Хаймович]. – М.: Машиностроение, 1985. – 224 с.
7. Сейдж Э. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении / Э. Сейдж, Дж. Мелс.; пер. с англ.; под ред. Б. Р. Левина. – М.: Связь, 1976. – 496 с.
8. Зингер Р. А. Оценка характеристик оптимального фильтра для слежения за пилотируемой целью / Р. А. Зингер // Зарубежная радиоэлектроника. 1971. – № 8. – С. 5 – 28.
9. Бартон Д. Справочник по радиолокационным измерениям. / Д. Бартон, Г. Бард.; пер. с англ.; под ред. М. М. Байсбейна. – М.: Сов. радио, 1976. – 392 с.
10. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В. Е. Гмурман – М.: Высшая школа, 1977. – 479 с.

Надійшла 14.4.2011 р.

УДК 621.317.73

О.М. ШИНКАРУК, В.Д. КОСЕНКОВ, В.В. МАРТИНЮК

Хмельницький національний університет

СИНТЕЗ ЕКВІВАЛЕНТНОЇ СХЕМИ ЗАМІЩЕННЯ СУПЕРКОНДЕНСАТОРА НА ЗМІННОМУ СТРУМІ

Проведено аналіз еквівалентних схем заміщення суперконденсаторів на змінному струмі та розглянуто їх переваги і недоліки. Виконано синтез еквівалентної схеми заміщення суперконденсатора на змінному струмі з урахування явища релаксації напруги СК після його заряду або розряду великим струмом.

The analysis of equivalent charts of substituting for supercondensers is conducted on an alternating current and their advantages and failings are considered. The synthesis of equivalent chart of substituting for a supercapacitor is executed on an alternating current from the account of the phenomenon of relaksacii of tension of SK after his charge or digit by a large current.

Ключові слова: суперконденсатор, схема заміщення.

Вступ

Проведені дослідження показують, що властивості, електричні параметри та характеристики суперконденсаторів (СК) суттєво відрізняються від традиційних конденсаторів [1]. Характерною особливістю (СК) є частотна дисперсія їх еквівалентної ємності та активного внутрішнього опору, яка пояснюється пористою структурою активованого вуглецевого матеріалу електродів (СК).

Іншою особливістю (СК) є абсорбція електричного заряду [2, 3], яка спостерігається через відновлення напруги на їх виводах після швидкого заряду або розряду (СК) великими струмами протягом