

Використання квазідетермінованих методів дають більшу точність у порівнянні зі статистичними методами при розрахунках енергетичних втрат сигналу, однак їх обчислювальні витрати набагато менше, ніж при детермінованому способі.

### Література

1. Комашинский В. И. Системы подвижной радиосвязи с пакетной передачей информации. Основы моделирования / В.И. Комашинский, А. В. Максимов. – М.: Горячая линия – Телеком, 2007. – 176 с.: ил.
2. Подойницын Р.Н. Модели радиоканалов мобильной связи / Р.Н. Подойницын // Мобильные системы, 2002. – № 12. – С. 34 – 41.
3. Веселовский Кшиштоф. Системы подвижной радиосвязи / Пер. с польск. И.Д. Рудинского / Под ред. А.И. Ледовского. – М.: Горячая линия – Телеком, 2006. – 536 с.: илл.
4. Hata M. Empirical formula for propagation loss in land mobile radio services / M. Hata // IEEE Trans. Vehicular Technology, 1980. – Vol. 29, No 3 – P. 317-325.
5. Модели распространения радиоволн. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа <http://telecomproject.tripod.com/mod.htm/>. – Назва з екрану.
6. Банкет В. Л. Аналіз ефективності систем цифрового рухомого радіозв'язку / В. Л. Банкет, В. А. Иванов // Зв'язок, 1999. – № 6. – С. 21 – 25.
7. Ikegami F. et all. Theoretical prediction of mean field strength on urban mobile radio / F. Ikegami [et all.] // IEEE Trans. on Antenn. and Propag, 1991. – Vol. 39, No 3.
8. Бабков В. Ю. Сети мобильной связи. Частотно-территориальное планирование / В. Ю. Бабков, М. А. Вознюк, П. А. Михайлов. – СПб.: СПб ГУТ, 2000. – 196 с.
9. Bullington K. Radio Propagation for Vehicular Communications // IEEE Trans. Veh. Technol, 1977. – Vol. VT-26, No 4.
10. Epstein J. An Experimental Study of Wave Propagation at 850 MC / J. Epstein, D.W. Peterson // Proc. of the I. R. E. – May, 1953 /– Vol. 41. – P. 596 – 611.
11. Picquenard A. Radio Wave Propagation / A. Picquenard. – Wiley, New York, 1974. – P. 296.
12. Deygout J. Correction Factor for Multiple Knife-Edge Diffraction / J. Deygout // IEEE Trans, on Antennas and Propagation. – Vol. AP-39, No 8, August 1991. – P. 1256-1258.
13. Giovaneli C. L. An analysis of simplified solutions for multiple knife- edge diffraction // IEEE Trans, on Antennas and Propagation. – Vol. AP-32, No 3, Marsh 1991. – P. 297 – 301.
14. Vogler L. E. An attenuation function for multiple knife-edge diffraction // Radio Science – Vol. 17, No 6, November – December 1982. – 1541-1546.
15. Ibrahim M. F. Signal strength prediction in built-up areas Part 1: Median signal strength // IEEE Proc. – August 1983. – Vol. 130, part F, No 5. – P. 377- 384.
16. Связь с подвижными объектами в диапазоне СВЧ / Под ред. У. К. Джейкса. – М.: Связь, 1979. – 520 с.: илл.

Надійшла 3.4.2011 р.

УДК 621.3.0.1

В.Д. КОСЕНКОВ, Л.В. ПАСТЕРНАК, Л.В. СКУБІЙ  
Хмельницький національний Університет

## ОСОБЛИВОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ ІНТЕГРАЛІВ ДЮАМЕЛЯ ПРИ АНАЛІЗІ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ В ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ

*За результатами аналізу перехідних процесів за допомогою інтегралу Дюамеля подано рекомендації щодо застосування тієї чи іншої форми інтегралу Дюамеля залежно від характеру зовнішніх дій.*

*The results of the analysis of transient processes using the integral of Duhamel filed recommendations applying one or another form of the integral Duhamel, depending on the nature of external action.*

Ключові слова: інтеграл Дюамеля, межі інтеграла, імпульсна дія.

### Вступ

Відомо, що у випадках, коли до лінійного електричного кола підводиться напруга, яка змінюється за складним законом в часі, а також має розриви першого роду, то аналіз перехідного процесу здійснюється як правило, за допомогою інтегралів Дюамеля.

### Аналіз публікацій та постановка задачі

В різних джерелах наводиться різна кількість форм інтегралів Дюамеля. Так в роботі [1] наводиться 4 форми запису інтегралів Дюамеля в роботі [2]- 6 форм, в роботі [3] – 9 форм. На практиці, як це подано в усіх підручниках, використовують в прикладах дві форми запису, а саме [1]:

$$u_2 = u_1(0)h(t) + \int_0^t u_1(\tau)h(t-\tau)d\tau, \quad (1)$$

$$u_2 = \int_0^t u_1(\tau) \cdot a(t - \tau) d\tau, \quad (2)$$

де  $u_2$  – вихідна напруга;  $u_1(t)$  – вхідна напруга,  $h(t)$  – перехідна характеристика кола,  $a(t)$  – імпульсна характеристика кола.

Використовуючи властивості згортки двох функцій подано ще й таку форму запису інтегралу Дюамеля:

$$u_2 = \int_0^t u_1(t - \tau) a(\tau) d\tau \quad (3)$$

Якщо форми (1) та (2) для всіх інтервалів часу дають однаковий закон зміни напруги  $u_2$  при будь-якій формі напруги  $u_1$ , то використання формули (3) має свої особливості. Задачею дослідження є встановлення цих особливостей та надання практичних рекомендацій.

**Основні результати.**

Як приклад розглянемо послідовне RC – коло, на вході якого діє напруга  $u_1(t)$ :

$$u_1 = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 \leq t < t_1; \\ U_0 e^{\alpha t} & \text{при } 0 \leq t < t_1; \\ 0 & \text{при } t \geq t_1. \end{cases} \quad (4)$$

Якщо вихідною є напруга на ємності, перехідна характеристика визначається за формулою

$$h(t) = 1 - e^{-\frac{t}{RC}} = 1 - e^{-\beta t}, \quad (5)$$

а імпульсна характеристика – за формулою

$$a(t) = \beta e^{-\beta t}, \quad (6)$$

Розглянемо результат розрахунку для інтервалів  $0 \leq t < t_1$  та  $t \geq t_1$  за інтегралами (1), (2), (3). Перехідні та імпульсні характеристики мають вигляд:

$$\begin{aligned} u_1 &= U_0 e^{\alpha t}, & u_1(\tau) &= U_0 e^{\alpha \tau}, & u_1'(\tau) &= U_0 \alpha e^{\alpha \tau}; \\ h(t) &= 1 - 1 e^{-\beta t}, & h(t - \tau) &= 1 - 1 e^{-\beta(t - \tau)}; \\ a(\tau) &= \beta e^{-\beta \tau}, & a(t - \tau) &= \beta e^{-\beta(t - \tau)}. \end{aligned}$$

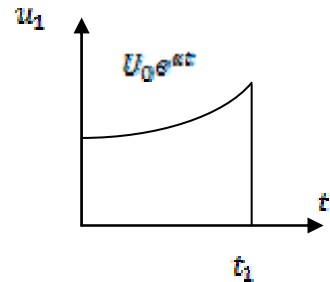


Рис. 1. Графік зміни вхідної напруги

1. За перехідною характеристикою  $h(t - \tau)$ :

коли  $t < t_1$

$$\begin{aligned} u_2 &= u_1(0)h(t) + \int_0^t u_1'(\tau)h(t - \tau) d\tau = U_0(1 - e^{-\beta t}) + U_0 \alpha \int_0^t e^{\alpha \tau}(1 - e^{-\beta(t - \tau)}) d\tau = \\ &= U_0 \left[ 1 - e^{-\beta t} + \frac{\alpha}{\beta} (e^{\alpha t} - 1) - \alpha e^{-\beta t} \frac{1}{\beta + \alpha} (e^{(\beta + \alpha)t} - 1) \right] = \\ &= U_0 \left[ -e^{-\beta t} + e^{\alpha t} - \frac{\alpha}{\beta + \alpha} (e^{\alpha t} - e^{-\beta t}) \right] = U_0 \frac{\beta}{\beta + \alpha} (e^{\alpha t} - e^{-\beta t}), \end{aligned}$$

коли  $t > t_1$ :

$$\begin{aligned} u_2 &= u_1(0)h(t) + \int_0^{t_1} u_1'(\tau)h(t - \tau) d\tau - U_0 e^{\alpha t_1} \cdot h(t - t_1) = \\ &= U_0 \left[ 1 - 1 e^{-\beta t} + e^{\alpha t_1} - 1 - \frac{\alpha}{\beta + \alpha} e^{-\beta t} (e^{(\beta + \alpha)t_1} - 1) - e^{\alpha t_1} (1 - 1 e^{-\beta(t - t_1)}) \right] = \\ &= U_0 \left[ -e^{-\beta t} - \frac{\alpha}{\beta + \alpha} e^{-\beta t} (e^{(\beta + \alpha)t_1} - 1) + e^{\alpha t_1} \cdot e^{-\beta t} \cdot e^{\beta t_1} \right] = \\ &= U_0 e^{-\beta t} \left[ -1 - \frac{\alpha}{\beta + \alpha} e^{(\beta + \alpha)t_1} + \frac{\alpha}{\beta + \alpha} + e^{(\beta + \alpha)t_1} \right] = \frac{U_0 \beta}{\beta + \alpha} e^{-\beta t} (e^{(\beta + \alpha)t_1} - 1). \end{aligned}$$

2. За імпульсною характеристикою  $a(t - \tau)$ :

коли  $t < t_1$

$$\begin{aligned} u_2 &= \int_0^t u_1(\tau) a(t - \tau) d\tau = \int_0^t U_0 e^{\alpha \tau} \cdot \beta e^{-\beta(t - \tau)} d\tau = \\ &= U_0 \beta e^{-\beta t} \cdot \frac{1}{\beta + \alpha} (e^{(\beta + \alpha)t} - 1) = \frac{U_0 \beta}{\beta + \alpha} (e^{\alpha t} - e^{-\beta t}); \end{aligned}$$

коли  $t > t_1$

$$u_2 = \int_0^{t_1} u_1(\tau) \cdot a(t - \tau) d\tau = \int_0^{t_1} U_0 e^{\alpha \tau} \cdot \beta e^{-\beta(t - \tau)} d\tau = U_0 \frac{\beta}{\beta + \alpha} e^{-\beta t} (e^{(\beta + \alpha)t_1} - 1).$$

3. За імпульсною характеристикою  $a(\tau)$  та  $u_1(t - \tau)$ :

коли  $t < t_1$

$$u_2 = \int_0^t u_1(t - \tau) \cdot a(\tau) d\tau = \int_0^t U_0 e^{\alpha(t - \tau)} \cdot \beta e^{-\beta \tau} d\tau = U_0 \beta e^{\alpha t} \frac{1}{-(\beta + \alpha)} (e^{-(\beta + \alpha)t} - 1) =$$

$$= U_0 \frac{\beta}{\beta + \alpha} (e^{\alpha t} - e^{-\beta t});$$

коли  $t > t_1$

$$\begin{aligned} u_2 &= \int_0^{t_1} u_1(t - \tau) \cdot \alpha(\tau) d\tau = \int_0^{t_1} U_0 e^{\alpha(t-\tau)} \cdot \beta e^{-\beta\tau} d\tau = \\ &= U_0 \beta e^{\alpha t} \frac{1}{-(\beta + \alpha)} (e^{-(\beta + \alpha)t_1} - 1) \equiv e^{\alpha t}. \end{aligned}$$

Бачимо, що інтеграл (3) при  $t > t_1$ , дає результат, який пропорційний вхідній напрузі і при  $t \rightarrow \infty u_2 \rightarrow \infty$ , чого не може бути.

Такі ж результати спостерігаються і при інших напругах, наприклад:

$$u_1(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0; \\ kt & \text{при } 0 \leq t < t_1; \\ 0 & \text{при } t \geq t_1. \end{cases} \quad (7)$$

В усіх випадках, коли застосовується напруга  $u_1(t - \tau)$  і розглядається інтервал часу  $t > t_1$ , коли напруги  $u_1$  немає, то при межах інтегрування від 0 до  $t_1$  з'являється множник  $u_1(t)$ , чого бути не може для вихідного сигналу.

Це свідчить про те, що формули (2) та (3) дають однаковий результат при неперервній функції  $u_1(t)$ , наприклад:

$$u_1(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0; \\ U_0 e^{-\alpha t} & \text{при } t \geq 0. \end{cases} \quad (8)$$

Стосовно випадків, коли напруга  $u_1(t)$  містить стрибок при  $t = t_1$ , а далі  $u_1(t) = 0$ , то для інтервалу часу  $t > t_1$  формула (3) дає правильний результат, якщо замість меж інтегрування від 0 до  $t_1$  взяти межі інтегрування від  $t - t_1$  до  $t$ .

Покажемо це для нашого прикладу:

Якщо  $t > t_1$ , то слід брати інтеграл:

$$\begin{aligned} u_2 &= \int_{t-t_1}^t u_1(t - \tau) \cdot \alpha(\tau) d\tau = \int_{t-t_1}^t U_0 e^{\alpha(t-\tau)} \cdot \beta e^{-\beta\tau} d\tau = \\ &= U_0 \beta e^{\alpha t} \cdot \frac{1}{-(\beta + \alpha)} [e^{-(\beta + \alpha)t} - e^{-(\beta + \alpha)(t-t_1)}] = \\ &= -\frac{U_0 \beta e^{\alpha t}}{\beta + \alpha} [e^{-\beta t} \cdot e^{-\alpha t} - e^{-\beta t} \cdot e^{-\alpha t} \cdot e^{(\beta + \alpha)t_1}] = U_0 \frac{\beta}{\beta + \alpha} e^{-\beta t} [e^{(\beta + \alpha)t_1} - 1]. \end{aligned}$$

Аналогічне співпадання з результатами, які отримані за формулами (1) та (2), спостерігається і для інших функцій, наприклад, для функції (7) або функції (8), яка діє тільки до  $t = t_1$ .

Результат зі зміною меж інтегрування перевірений також для функції  $u_1(t)$ , яка при  $t = t_1$  не має стрибка, а представляє ламану лінію:

$$u_1(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0; \\ A - kt & \text{при } 0 \leq t < t_1; \\ 0 & \text{при } t \geq t_1. \end{cases} \quad (9)$$

де  $k = A/t_1$ .

Тут також отримано співпадання результату з результатами, що отримані з формул (1) та (2), але викладки виглядають більш громіздкими, ніж за формулою (1).

### Висновки

Проведений аналіз перехідних процесів для різних форм імпульсної дії показує, що при лінійному законі зміни вхідної напруги, у тому числі при наявності стрибків, ламаної форми  $u_1(t)$  простіше застосовувати інтеграл (1) з перехідною характеристикою. При експоненціальному законі зміни результат швидше отримати за допомогою інтегралу (2). Стосовно інтегралу (3) де використовується напруга  $u_1(t - \tau)$ , то він не дає переваги над інтегралом (2) при межах інтегрування від 0 до  $t_1$ , а при наявності стрибків напруги  $u_1(t)$  та більш складної форми  $u_1(t)$  і, відповідно, при більшій кількості інтервалів часу, застосування інтегралу (3) ускладнюється. Те саме можна сказати і про інші форми інтегралів Дюамеля, які містять напругу  $u_1(t - \tau)$ .

### Література

1. Попов В.П. Основы теории цепей: Учебник для вузов спец. "Радиотехника." – М.: Высш. шк., 1985. – 496 с.
2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники: Электрические цепи. Учебник для студентов электротехнических специальностей, энергетических и приборостроительных специальностей вузов. – 7-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1978. – 528 с.

Надійшла 13.4.2011 р.

УДК 004: 004.65

А.В. ДЖУЛІЙ

Хмельницький національний університет

## ПОНЯТІЙНИЙ АПАРАТ, ВИКОРИСТОВУВАНИЙ ПРИ РОЗРОБЦІ МОДЕЛЕЙ ФУНКЦІОНУВАННЯ СИСТЕМИ ЗАХИСТУ ІНФОРМАЦІЙНИХ РЕСУРСІВ

У статті досліджено переваги застосування пуасоновських потоків при розробці моделей функціонування системи захисту інформаційних ресурсів. Постулювання такого типу потоків набагато спрощує дослідження і призводить до конструктивних рішень. Пуасоновські потоки є граничними для різних інших "непуасоновських" потоків. Зокрема, при накладенні великого числа таких потоків один на одного сумарний потік виявляється близьким до пуасоновського для широкого класу умов. Та ж картина має місце, якщо довільно взятий потік піддати випадковому розрідженню, викидаючи з нього ті чи інші події.

The article examines the benefits of puasonovskiyh flows in developing models of the system of protection of information resources. Postulating this type of flow is much easier and results in research design decisions. Puasonovski flows are limiting for various other "nepuasonovskiyh" flows. In particular, when imposing a large number of such flows on each total flow appears to be close to puasonovskoho for a wide range of conditions. The same pattern occurs when subjected to flow freely taken accidentally releasing, throwing him from certain events.

Ключові слова: система захисту, пуасоновський потік, марківський процес, потоки подій.

**Вступ.** Проблема розробки і вибору ефективних методів і засобів захисту комп'ютерних систем від атак в значній мірі залежить від ресурсів, на які спрямовані атаки, зовнішніх проявів, можливостей порушень характеристик безпеки та інших факторів. Ефективність її рішення в першу чергу пов'язана з визначенням того, на які класи атак розраховані ті чи інші методи та засоби протидії [1].

Зростання погрози несанкціонованого доступу нелегальних користувачів до електронних джерел інформації вимагає розробки й впровадження адекватних заходів щодо припинення подібних спроб. Протидія можливим незаконним проникненням в інформаційне поле об'єкта здійснюється програмно-апаратними засобами, сукупність яких утворює систему захисту цього об'єкта [2].

Постановка і предметне дослідження побудови ймовірнісної моделі оцінки якості системи захисту інформаційних ресурсів в рамках формулюємих умов і обмежень вимагають залучення і використання певного математичного апарату. Таким апаратом, найбільш підходящим для цілей дослідження є детально розроблена теорія пуасоновської систем і марківських процесів, використовувана повсюдно в задачах подібного роду дисциплінах, які вивчають проблеми масового обслуговування, надійності і управління. Не заглиблюючись в аспекти цієї теорії, тут, все ж, доречно зупинитися на окремих положеннях, посилення на які неминучі по ходу викладу матеріалу дисертаційної роботи [3].

**Основні положення.** Пов'язуючи ці поняття з дискретними станами досліджуваних процесів і безперервним часом їх протікання, зазвичай виділяють такі базові функціональні та числові показники [3], якими характеризують випадкове час звернення подій:

1. Функція розподілу часу настання події –

$$F(t) = P(T < t),$$

якої визначається ймовірність того, що випадкова величина  $T$  прийме значення, менше заданого  $t$ .

2. Ймовірність події, протилежної події  $T < t$  –

$$\bar{F}(t) = R(t) = P(T > t).$$

3. Ймовірність настання події в проміжку  $(t, t + \Delta t)$  тривалістю  $\Delta t$  –

$$\Delta F(t, \Delta t) = F(t + \Delta t) - F(t).$$

4. Щільність розподілу ймовірностей часу настання події –

$$f(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta F(t, \Delta t)}{\Delta t} = \frac{dF(t)}{dt}.$$

5. Умовна ймовірність настання події за час  $\Delta t$  в інтервалі  $(t, t + \Delta t)$  за умови, що в інтервалі  $(0, t)$  воно не наступило –

$$F(t, \Delta t) = \frac{\Delta F(t, \Delta t)}{R(t)} = \frac{\Delta F(t, \Delta t)}{1 - F(t)}.$$

6. Умовна ймовірність ненастання події за час  $\Delta t$  в інтервалі  $(t, t + \Delta t)$  за умови, що в інтервалі  $(0, t)$  воно не наступило –