УДК 004.942

М.О МЕДИКОВСЬКИЙ, О.Б. ШУНЕВИЧ
Національний університет "Львівська політехніка"

ДОСЛІДЖЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ МЕТОДІВ ВИЗНАЧЕННЯ ВАГОВИХ КОЕФІЦІЄНТІВ ВАЖЛИВОСТІ

В статті здійснено ситемний аналіз відомих методів визначення вагових коефіцієнтів важливості. Одна і та сама задача розв'язана методами Сааті, Уея, Когера і Ю. Фішбера, а також за допомогою принципу нечіткої більшості, що дало можливість зробити висновки і визначити ефективність методів для розв'язання поставленої задачі.

The article made characteristic of know methods for determining the importance weight. The same task is solved using next methods: Saati, Uey, Kohera and U, Fishbera, also using principle of fuzzy majority. The solving gave ability to make conclusions and determine the best method for solving the task.

Ключові слова: вагові коефіцієнти важливості, метод Сааті, спрощений метод Сааті, метод Уея, метод Когера і Ю, метод Фішбера, принцип нечіткої більшості.

Вступ. Задачі оцінювання властивостей об'єктів, що характеризуються неоднорідними параметрами (надалі – критеріями), зустрічаються досить часто. У більшості випадків таку оцінку людина робить інтуїтивно і при цьому часто і "грубо" помиляється. Для зменшення рівня помилок розроблено методи з використанням експертних оцінок.

Але в процесі інтегрального оцінювання об'єктів виникає необхідність враховувати додатково неоднакову важливість часткових критеріїв. Як правило, цю проблему вирішують методом введення вагових коефіцієнтів важливості (ВКВ) критеріїв, призначення яких – числова оцінка вкладу відповідного критерію в кінцевий результат. Для розрахунку вагових коефіцієнтів важливості використовуються різні підходи, в рамках яких розроблено декілька методів. Знайдені різними методами вектори вагових коефіцієнтів не завжди збігають за своїми значеннями, тому актуальними є задачі оцінювання похибки визначення вагових коефіцієнтів важливості; введення шкали допустимих значень під час їх визначення та ін.

Аналіз методів визначення вагових коефіцієнтів важливості. Одним із підходів щодо визначення вагових коефіцієнтів важливості m об'єктів, що порівнюються на основі матриці попарних порівнянь, є метод Сааті. Цей підхід оформився в цілий розділ теорії прийняття рішень за наявності одного критерію, а також декількох критеріїв і отримав найменування методу аналізу ієрархій, скорочено МАІ [1]. В даний час МАІ широко застосовується в теорії і практиці багатокритеріального вибору.

Для реалізації МАІ експертами формується матриця попарних порівнянь A, а шуканий вектор вагових коефіцієнтів $w = (w_1, w_2, ..., w_m)^T$ розраховується як власний вектор цієї матриці, що відповідає максимальному власному значенню [2]. Але часто на практиці такий спосіб визначення вагового вектору є некоректним через порушення властивості сумісності матриці парних порівнянь.

Тому розглянемо характеристики і можливості інших способів визначення вагових коефіцієнтів важливості [3].

1. Ранжування критеріїв. Цей підхід дещо спрощує роботу експертам, оскільки не вимагає контролю загальної суми вагових коефіцієнтів. Тут від експертів вимагається провести ранжування, тобто впорядкувати досліджувані критерії, які характеризують об'єкт, за ступенем проявлення в них властивостей в порядку їх зростання або спадання:

$$\left.\begin{array}{c} R_{11}, R_{21}, ..., R_{n1} \\ R_{12}, R_{22}, ..., R_{n2} \\ \dots\dots\dots\dots \\ R_{1m}, R_{2m}, ..., R_{nm} \end{array}\right\}$$

де R_{ij} – ранг (місце), присвоєний критерію K_i j-м експертом в ряду із n досліджуваних об'єктів, впорядкованих цим експертом за степенем проявлення властивості, що аналізується. Допускається двом або більше критеріям присвоювати однаковий ранг, але тоді він буде дробовим. Зведені оцінки вагових коефіцієнтів можна отримати в результаті усереднення часткових рангів за стовпцями.

Перевага цього методу полягає в його відносній простоті, але це не той випадок, коли простота ефективна, оскільки усереднення рангів зумовлює до більш грубої оцінки вагових коефіцієнтів порівняно з іншими методами.

2. Розрахунок вектора вагових коефіцієнтів за основним методом Сааті. Згідно з алгоритмом методу Сааті, експертами складається квадратна матриця A:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mm} \end{bmatrix} \quad (1)$$

За умови $Aw = lw$ при $w \neq 0$ число l називається власним значенням матриці (визначник матриці), а ненульовий вектор w – відповідний йому власний вектор.

Подамо задачу в наступному вигляді:

$$(A - lE)w = 0\,,\; w \neq 0$$

Тоді для існування нетривіального розв'язку попередньої задачі має виконуватися умова:

$$\det(A - lE) = 0$$

Цей визначник являє собою многочлен m-го степеня від l; його називають характеристичним многочленом. Існує m власних значень – коренів цього многочлена. Згідно з методом Сааті, приймається найбільше зі знайдених власних значень.

Підставивши знайдене власне значення матриці в однорідну систему (1), отримуємо матрицю $A^{'}$:

$$A^{'} = \begin{bmatrix} a_{11} - l & a_{12} & ... & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} - l & ... & a_{2m} \\ ... & ... & ... & ... \\ a_{m1} & a_{m2} & ... & a_{mm} - l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}^{'} & a_{12} & ... & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22}^{'} & ... & a_{2m} \\ ... & ... & ... & ... \\ a_{m1} & a_{m2} & ... & a_{mm}^{'} \end{bmatrix} \qquad (2)$$

У розгорнутій формі задача (2) може бути записана наступним чином, власне звідки можна визначити відповідний власний вектор:

$$\begin{cases} a_{11}w_1 + a_{12}w_2 + ... + a_{1m}w_m = 0 \\ a_{21}w_1 + a_{22}w_2 + ... + a_{2m}w_m = 0 \\ ... \\ a_{m1}w_1 + a_{m2}w_2 + ... + a_{mm}w_m = 0 \end{cases}$$

За методом Сааті, одне з рівнянь замінюють умовою нормування $\sum_{j=1}^{m} l_j = 1$.

При розв'язанні задачі знаходження розв'язку систем лінійних алгебраїчних рівнянь можна виділити два підходи: "точні" методи знаходження рішень і ітераційні методи. Слово "точні" пишемо в лапках, оскільки знаходження рішення можна здійснити цими методами за скінчене число операцій, однак серед цих операцій обов'язково є операції ділення, які не завжди можуть бути реалізовані точно.

Основним методом для прямого знаходження розв'язку системи лінійних алгебраїчних рівнянь є **метод Гауса**. Цей метод іноді називають методом виключення невідомих. Також широко вживаються і інші методи, серед яких метод Холецького, метод прогонки та ін.

Приклад. Визначимо вагові коефіцієнти важливості для сформованої за допомогою експертних оцінок матриці A:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 1/5 & 1/3 & 2 & 2 \\ 1/7 & 1 & 1/5 & 1/7 & 1/5 & 1/7 \\ 5 & 5 & 1 & 2 & 6 & 4 \\ 3 & 7 & 1/2 & 1 & 4 & 5 \\ 1/2 & 5 & 1/6 & 1/4 & 1 & 2 \\ 1/2 & 7 & 1/4 & 1/5 & 1/2 & 1 \end{bmatrix} \qquad (2')$$

Знаходимо власне значення матриці l. Визначник матриці $A - lE$ становить: $l = 6{,}6498$

Значення визначника підставляємо в головну діагональ матриці, після чого складаємо систему рівнянь Сааті, замінивши одне з рівнянь умовою нормування $\sum_{j=1}^{m} w_j = 1$ (всі інші значення при невідомих беруться з матриці):

$$\begin{cases} -5{,}6498w_1 + 7w_2 + 0{,}2w_3 + 0{,}333v_4 + 2v_5 + 2v_6 = 0 \\ 0{,}14w_1 - 5{,}6498w_2 + 0{,}2v_3 + 0{,}14v_4 + 0{,}2v_5 + 0{,}14v_6 = 0 \\ 5w_1 + 5w_2 - 5{,}6498v_3 + 2v_4 + 6v_5 + 4v_6 = 0 \\ 3w_1 + 7w_2 + 0{,}5v_3 - 5{,}6498v_4 + 4v_5 + 5v_6 = 0 \\ 0{,}5w_1 + 5w_2 + 0{,}166v_3 + 0{,}25v_4 - 5{,}6498v_5 + 2v_6 = 0 \\ w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5 + w_6 = 1 \end{cases}$$

Ця система має єдиний розв'язок, який і є вектором вагових коефіцієнтів важливості критеріїв: $w_1 = 1{,}54404$; $w_2 = 0{,}354689$; $w_3 = 4{,}72835$; $w_4 = 3{,}33558$; $w_5 = 1{,}09161$; $w_6 = 1$.

Після нормалізації отримуємо: $w_1 = 0{,}12809072$; $w_2 = 0{,}029424$; $w_3 = 0{,}39225$; $w_4 = 0{,}276713$; $w_5 = 0{,}09055$; $w_6 = 0{,}082958$

3. Спрощений варіант МАІ. Вимоги до матриці попарних порівнянь. Нехай існує набір m об'єктів $A_1, A_2, ..., A_m$ і задача полягає у визначенні вагових коефіцієнтів ефективності кожного з цих об'єктів, тобто в знаходженні відповідних їм чисел $w_1, w_2, ..., w_m$.

Згідно з МАІ, матриця попарних порівнянь повинна володіти наступними властивостями:

1) Всі елементи матриці A додатні: $a_{ij} > 0$ для всіх номерів $i, j = 1,2,..., m$.

2) Матриця A обернено симетрична $a_{ij} = {}^{1}\!/_{a_{ji}}$ для всіх номерів $i, j = 1,2,..., m$. Зокрема $a_{ii} = 1$, $i = 1,2,..., m$.

3) Матриця A сумісна, тобто рівність $a_{ij} = a_{ik} a_{kj}$ має місце для всіх номерів $i, j, k = 1,2,..., m$.

4) Число m є максимальним власним значенням матриці A і для деякого єдиного (нормованого) вектор-стовпця $w = (w_1, w_2, ..., w_m)^T$ з додатніми компонентами виконується рівність $Aw = mw$.

<u>Побудова матриці попарних порівнянь на основі елементів першої стрічки.</u> Розглянемо метод побудови матриці попарних порівнянь, яка задовольняє перші три властивості, що перелічені вище. Відповідно до перших двох властивостей діагональні елементи матриці – це одиниці. Далі експерту пропонують порівняти вагу першого об'єкта з вагою другого об'єкта і вказати додатнє число, що відображає у скільки разів вага першого об'єкта більша за вагу другого об'єкта. У результаті виконання такого порівняння експерт назначає деяке додатнє число a_{12}. Далі для порівняння з першим об'єктом розглядається третій об'єкт і в результаті порівняння експертом вказується число a_{13} і т.д. Після виконання порівнянь першого об'єкта з всіма іншими будуть назначені додатні числа $a_{12}, a_{13}, ..., a_{1m}$. Таким чином буде побудовано перший рядок матриці A. Описаний спосіб визначення елементів першого рядка матриці A можна назвати "схемою порівняння за взірцем", у ролі якого виступає перший об'єкт.

Всі інші елементи матриці попарних порівнянь можна розрахувати на основі властивостей 2 і 3 матриці попарних порівнянь. Завдяки цим властивостям виконуються рівності:

$$a_{ij} = a_{i1} a_{1j} = \frac{a_{1j}}{a_{1i}},\ i = 2,..., m;\ j = 1,2,..., m \qquad (3)$$

з допомогою яких однозначно розраховуються елементи інших рядків матриці A [2].

<u>Знаходження вагових коефіцієнтів.</u> Після того, як матриця $A = (a_{ij})_{mxm}$ за допомогою залежності (3) сформована, можна знайти вектор вагових коефіцієнтів важливості $w = (w_1, w_2, ..., w_m)^T$. Його компоненти визначають залежністю:

$$w_i = \frac{a_{1m}}{a_{1i}},\ i = 1,2,..., m \qquad (4)$$

Вектор вагових коефіцієнтів важливості, визначений за допомогою (4), не задовольняє вимогу нормалізації, так як його остання компонента рівна одиниці. Якщо необхідно, щоб він був нормований, кожну його компоненту слід розділити на суму всіх компонент, тобто на величину $w_1 + w_2 + ... w_{m-1} + 1$, де всі доданки w_i, $i = 1,2,..., m-1$, знайдені за залежністю (4).

Здійснимо експертне порівняння першого критерію зі всіма іншими (для умови задачі 2'): $a_{12} = 7$, $a_{13} = \frac{1}{5}$, $a_{14} = \frac{1}{3}$, $a_{15} = 2$, $a_{16} = 2$. З використанням залежності (3) матриця попарних порівнянь буде мати вигляд:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 1/5 & 1/3 & 2 & 2 \\ 1/7 & 1 & 1/35 & 1/21 & 2/7 & 2/7 \\ 5 & 35 & 1 & 5/3 & 10 & 10 \\ 3 & 21 & 3/5 & 1 & 6 & 6 \\ 1/2 & 7/2 & 1/10 & 1/6 & 1 & 1 \\ 1/2 & 7/2 & 1/10 & 1/6 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Для знаходження вектора вагових коефіцієнтів потрібні лише елементи останнього стовпця: $w_1 = 2$, $w_2 = 2/7$, $w_3 = 10$, $w_4 = 6$, $w_5 = 1$, $w_6 = 1$. Після нормування отримаємо кінцевий результат: $w_1 = 0{,}0986$, $w_2 = 0{,}014$, $w_3 = 0{,}4931$, $w_4 = 0{,}2958$, $w_5 = 0{,}0493$, $w_6 = 0{,}0493$.

4. Розрахунок вектора вагових коефіцієнтів за методом Уея. Метод власних векторів Уея базується на даних матриці попарних порівнянь: $A = \left\| a_{ij} \right\|, a_{ij} = \{-1,0,1\}$ де $a_{ij} = -1$ означає перевагу параметра x_j над параметром x_i, $a_{ij} = 0$ – рівноцінність x_j і x_i, а $a_{ij} = 1$ – перевагу параметра x_i над x_j.

Через незручність працювати з від'ємними числами матрицю попарних порівнянь можна перетворити в додатню матрицю:

$$A^{+} = \left\| a_{ij}^{+} \right\|, a_{ij} = \{0,1,2\}$$

Додавши числа в кожному рядку матриці, будемо мати числові характеристики важливості параметрів, а розділивши їх на загальну суму отримаємо вагові коефіцієнти важливості критеріїв:

$$w_{ii} = \frac{\sum_{j=1}^{m} a_{ij}^{+}}{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} a_{ij}^{+}}$$

Приклад. Складаємо матрицю A на підставі експертних оцінок (2'):

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Виконуємо перетворення матриці A у додатну матрицю за допомогою таких перетворень $A^{+} = \left\| a_{ij}^{+} \right\|, a_{ij} = \{0,1,2\}$; $a_{ij}^{+} = a_{ij} + 1$ (тобто додаємо до кожного елемента матриці число 1) [4]:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Визначаємо вагові коефіцієнти важливості критеріїв:

$w_1 = 0{,}1944$, $w_2 = 0{,}0277$, $w_3 = 0{,}3055$, $w_4 = 0{,}25$, $w_5 = 0{,}1388$, $w_6 = 0{,}0833$.

5. Розрахунок вектора вагових коефіцієнтів методом Коггера і Ю. За матрицю A експертних оцінок приймаємо (2').

Перетворюємо матрицю A у матрицю T за таким правилом [4]:

$$T = \left\| t_{ij} \right\|, \text{ якщо } j \ge i;\ T = 0, \text{ якщо } j < i.$$

Отримуємо перетворену матрицю T, у якій всі елементи вище діагоналі залишаються незмінними, а елементи, що розташовані нижче діагоналі, отримують значення “0”.

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 1/5 & 1/3 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 1/5 & 1/7 & 1/5 & 1/7 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 6 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Визначаємо матрицю D за допомогою таких правил:

$D = \left\| d_j \right\|$, де $d_j = m - j + 1$, якщо $j = i$; $d_j = 0$, якщо $j \ne i$.

Тоді матриця D має вигляд:

$$D = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Для розрахунку вектора вагових коефіцієнтів скористаємось рівністю: $D^{-1} T \bar{\Lambda} = \bar{\Lambda}$

$$D^{-1} = \begin{bmatrix} 1/6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/1 \end{bmatrix}; \; D^{-1}T = \begin{bmatrix} 0.166 & 1.166 & 0.033 & 0.055 & 0.333 & 0.333 \\ 0 & 0.2 & 0.04 & 0.028 & 0.04 & 0.028 \\ 0 & 0 & 0.25 & 0.5 & 1.5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0.333 & 1.333 & 1.66 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Після віднімання одиниці від головної діагоналі, складемо систему рівнянь, в якій останнє рівняння замінимо умовою нормування $\sum_{j=1}^{m} l_j = 1$ та розв'яжемо його відносно вектора $\bar{\Lambda}$.

$$\begin{cases} -0,834w_1 + 1,166w_2 + 0,033w_3 + 0,055v_4 + 0,333v_5 + 0,333v_6 = 0 \\ -0,8w_2 + 0,04w_3 + 0,028v_4 + 0,04v_5 + 0,028v_6 = 0 \\ -0,75w_3 + 0,5w_4 + 1,5v_5 + 1v_6 = 0 \\ -0,666w_4 + 1,333v_5 + 1,66v_6 = 0 \\ -0,5v_5 + 1v_6 = 0 \\ w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5 + w_6 = 1 \end{cases}$$

Ця система має єдиний розв'язок, який і є вектором вагових коефіцієнтів важливості критеріїв: $w_1 = 1$; $w_2 = 0,2649$; $w_3 = 3,02807$; $w_4 = 2,03516$, $w_5 = 0,6266$, $w_6 = 0,3133$. Після нормалізації отримуємо: $w_1 = 0,13758$, $w_2 = 0,03$, $w_3 = 0,41662$, $w_4 = 0,28001$, $w_5 = 0,08621$, $w_6 = 0,0431$.

Перевагою методу є те, що він менш трудомісткий в обчислювальному відношенні аніж метод Сааті.

6. Визначення вагових коефіцієнтів важливості за допомогою шкали Фішберна. Згідно з методикою Фішберна, всі критерії ранжуються за спаданням їх значимості $K_1 \mathbf{f} K_2 \mathbf{f} K_3 \mathbf{f} \ldots \mathbf{f} K_m$.

Значення вагових коефіцієнтів важливості визначаються за допомогою рівності:

$$w_i = \frac{2 \cdot (m - i + 1)}{m \cdot (m + 1)}$$

Для нашого прикладу (2') маємо таке ранжування критеріїв: $K_3 \mathbf{f} K_4 \mathbf{f} K_1 \mathbf{f} K_5 \mathbf{f} K_6 \mathbf{f} K_2$. Для шістьох часткових критеріїв вагові коефіцієнти важливості будуть мати значення: $w_3 = 0,2857$; $w_4 = 0,238$; $w_1 = 0,1904$; $w_5 = 0,1428$, $w_6 = 0,0952$, $w_2 = 0,04761$.

Якщо для побудови системи вагових коефіцієнтів важливості опитані три експерти. Підсумковий ваговий коефіцієнт обчислюється як середнє арифметичне вагових коефіцієнтів, які визначені експертами. Наприклад, для часткового критерію K_3 (перший і другий експерти поставили на третє місце, а третій – на четверте):

$$\bar{w}_3 = \frac{w_3 + w_3 + w_4}{3} = \frac{0,2 + 0,2 + 0,1}{3} = 0,166$$

де $\bar{w}_i$ – це середнє арифметичне вагових коефіцієнтів важливості для i-го часткового критерію.

7. Принцип нечіткої більшості. Якщо функція $j : [0,1] \to [0,1]$, така, що задовольняє умови $j(0) = 0$ і $j(1) = 1$. Тоді вагові коефіцієнти важливості визначають залежністю $w_i = j\left(\frac{i}{m}\right) - j\left(\frac{i-1}{m}\right)$, $i = \overline{1, m}$. Вибір функції $j(x)$ залишається за дослідником.

В нашому прикладі (2') маємо:

$$\begin{cases} w_3 = j(1/6), \\ w_4 = j(1/3) - j(1/6), \\ w_1 = j(1/2) - j(1/3), \\ w_5 = j(2/3) - j(1/2), \\ w_6 = j(5/6) - j(2/3) \\ w_2 = j(6/6) - j(5/6). \end{cases}$$

Функцію $j(x)$ можна вибирати будь-яку, тому якщо виконується ще одна умова $j(1/6) = 2/7$. Розглянемо функцію $j(x)$ як поліном другого степеня $j(x) = ax^2 + bx + c$. Оскільки $j(0) = 0$, то $c = 0$. Маємо $\begin{cases} j(1/6) = a \cdot (1/6)^2 + b \cdot (1/6) = a/36 + b/6 = 2/7 \\ j(1) = a + b = 1 \end{cases}$

Звідки знаходимо: $a=-0{,}85714$; $b=1{,}85714$. Таким чином, $j(x)=-0{,}85714x^2+1{,}85714x$

Тому, $w_3=j(1/6)=2/7=-0{,}0238+0{,}30952=0{,}2857$. Розрахуємо вагові коефіцієнти для інших критеріїв:

$$w_4=j(1/3)-j(1/6)=-0{,}85714(1/3)^2+1{,}85714(1/3)-0{,}2857=0{,}238116,$$

$$w_1=j(1/2)-j(1/3)=-0{,}85714(1/2)^2+1{,}85714(1/2)-0{,}52381=0{,}190475,$$

$$w_5=j(2/3)-j(1/2)=-0{,}85714(2/3)^2+1{,}85714(2/3)-0{,}714285=0{,}142855,$$

$$w_6=j(5/6)-j(2/3)=-0{,}85714(5/6)^2+1{,}85714(5/6)-0{,}142855=0{,}095234,$$

$$w_2=j(6/6)-j(5/6)=-0{,}85714(1)^2+1{,}85714(1)-0{,}952374=0{,}047626$$

Слід зауважити, що знайдені значення вагових коефіцієнтів важливості практично співпали з коефіцієнтами, розрахованими за допомогою шкали Фішберна.

8. Інші методи визначення вагових коефіцієнтів важливості. Інколи для визначення вагових коефіцієнтів важливості застосовують метод найменших квадратів. В цьому методі вагові коефіцієнти визначаються шляхом розв'язання оптимізаційного рівняння.

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}\left(a_{ij}-\frac{w_i}{w_j}\right)^2\to\min$$

Також відомі методи Юшманова, методи апроксимації рангів монотонної функції та ін.

Результати застосування різних методів знаходження вагових коефіцієнтів важливості наведено у таблиці 1, а також у графічному вигляді.

Таблиця 1

Результати розрахунку вагових коефіцієнтів важливості

Метод	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6
Сааті повний	0,128091	0,029424	0,39225	0,276713	0,09055	0,082958
Сааті спрощений	0,0986	0,014	0,4931	0,2958	0,0493	0,0493
Уея	0,1944	0,0277	0,3055	0,25	0,1388	0,0833
Когера і Ю	0,13758	0,03	0,41662	0,28001	0,08621	0,0431
Фішбера	0,1904	0,04761	0,2857	0,238	0,1428	0,0952
Принцип нечіткої більшості	0,190475	0,047626	0,2857	0,238116	0,142855	0,095234

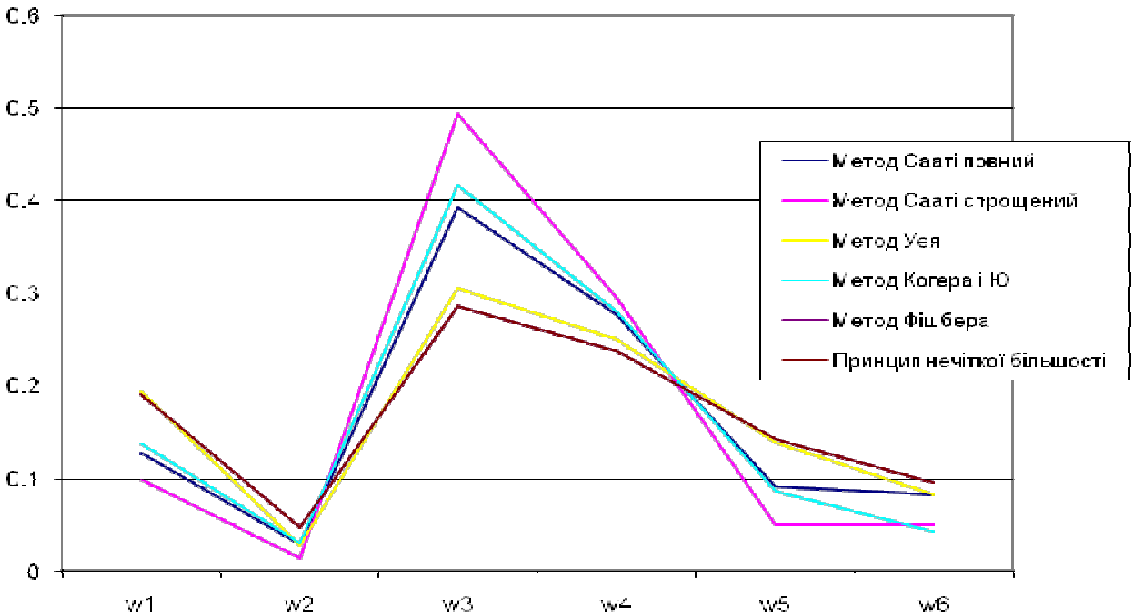

Рис. 1. Результати розрахунку вагових коефіцієнтів важливості

Висновки. В статті проведено критичний аналіз методів визначення вагових коефіцієнтів важливості при розв'язанні задач багатокритеріального аналізу методами попарного порівняння.

Одна і та ж сама задача розв'язана методами Сааті, Уея, Когера і Ю, Фішбера, а також за допомогою принципу нечіткої більшості, що покладено в основу досліджування ефективності кожного з методів. Аналіз отриманих результатів дає можливість зробити такі висновки:

1. Найбільше поле розсіяння знайдених вагових коефіцієнтів важливості рівне $R=0{,}2074$;

матсподівання і дисперсія рівна: $M_{w1}=0{,}156591$, $D_{w1}=0{,}001375$, $M_{w2}=0{,}03272$, $D_{w2}=0{,}000147$, $M_{w3}=0{,}363145$, $D_{w3}=0{,}005969$, $M_{w4}=0{,}2631$, $D_{w4}=0{,}000495$, $M_{w5}=0{,}1084$, $D_{w5}=0{,}00126$, $M_{w6}=0{,}0748$, $D_{w6}=0{,}00434$. $D_{wi}=\sum_{i=1}^{m}\frac{(M_i-w_i)^2}{m}$

Середньоквадратичне відхилення $s_{wi}=\sqrt{\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(w_i-M)^2}$ рівне $s_{w1}=0{,}0370$, $s_{w2}=0{,}0212$, $s_{w3}=0{,}0331$, $s_{w4}=0{,}0154$, $s_{w5}=0{,}0292$, $s_{w6}=0{,}0177$.

2. За умов розв'язуваної задачі встановлено домінування окремого параметра (w_3) об'єкту над іншими, що дає можливість уточнити умову задачі та підвищити ефективність застосування розглянутих методів.

3. Формулювання задачі і проведення окремих досліджень з розробленням (застосування відомих) способів усереднення значень кожного коефіцієнта є недоцільним, оскільки метод Сааті теоретично і за результатами розрахунку виконує ці функції.

Отже, найефективнішим із розглянутих методів для розв'язання поставленої задачі є метод Сааті, який не потребує тривалого часу спілкування з експертами та має високий ступінь узгодженості оцінок для різних експертів. Також згідно з наданим графіком (рис. 1), даний метод "усереднює" значення вагових коефіцієнтів, які знайдені іншими методами.

Література

1. Саати Т.Л. Принятие решений при зависимостях и обратных связях / Саати Т.Л. ; [науч. ред. А.В. Андрейчиков, О. Н. Андрейчикова]. – М. : Издательство ЛКИ, 2008. – 360 с.

2. Ногин В.Д. Упрощенный вариант метода анализа иерархий на основе нелинейной свертки критериев / Ногин В.Д. – СПб, ПМ-ПУ, СпбГУ, 2004. – С. 1.

3. Черноруцкий И.Г. Методы принятия решений / Черноруцкий И.Г. – СПб. : БХВ-Петербург, 2005. – 416 с.

4. Літвінов В.В. Використання методів попарного порівняння для визначення пріоритетності способів забезпечення статичної стійкості асинхронних двигунів в умовах багатокритеріального вибору / В.В. Літвінов, М.В. Костерєв, П.Л. Денисюк // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2010. – № 2 (143). – С. 24–29.

Надійшла 16.9.2011 р.

УДК 681.5.01

О.І. ЛИТВИНЕНКО, А.І. СБІТНЄВ
Військовий інститут Київського національного університету імені Тараса Шевченка

АНАЛІТИЧНЕ ПОДАННЯ ГРАФІВ ДЛЯ ПРОВЕДЕННЯ РОЗРАХУНКІВ НА ЕЛЕКТРОННО-ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ МАШИНАХ

Значна кількість військово-технічних задач розв'язується методами теорії графів. В статті досліджується питання подання графів в аналітичному вигляді. Це надасть можливість використовувати рішення, що отримані завдяки застосуванню теорії графів, в техніці сучасного управління, що базується на електронно-обчислювальних машинах.

Lot of military-technical tasks decides the methods of theory of the graphs. In the article the question of presentation of graphs in analytical kind is probed. It will give possibility to use decisions, those are got due to application of the theory of the graphs, in the technique of modern management which is based on computers.

Keywords: graph models, top points of graphs, tuples.

Вступ. Входження України в суспільство інформаційної цивілізації пов'язане з впровадженням нових інформаційних технологій у діяльність всіх інститутів держави, зокрема, її Збройних Сил. Це стає особливо важливим у даний час в умовах різкого скорочення чисельності війська і необхідності вирішення проблеми збереження бойового потенціалу на необхідному рівні на основі комплексної автоматизації управлінської діяльності всіх ланок: від органів керівництва до мінімального рівня ієрархії – відділення.

Вирішення цього питання пов'язане з розвитком методів проектування комплексів засобів автоматизації управління, інформаційно-розрахункових систем і, насамперед, їх найважливішої складової частини – прикладного програмного забезпечення [1]. Багато військово-технічних завдань вищезгаданих напрямків вирішуються методами теорії графів.

Постановка завдання. Аналіз робіт [1, 2] показав, що безліч рішень, отриманих завдяки використанню теорії графів, не можна реалізувати на практиці через несумісність графічного подання, в якому отримується рішення, з технікою сучасного управління, в основі якої лежить використання