університету. Технічні науки. – 2011. – №5. – С. 13–16.
2. Пат. України на корисну модель № 66517 U кл. B23 H9/00. Спосіб дискретної електроконтактної цементації циліндричної поверхні / Вельбой В.П., Посонський С.Ф., Диха О.В., Дробот О.С. ; опубл. 10.01.2012, Бюл. № 1.
3. Пат. РФ № 2271919 кл. B24 B39/00. Инструмент для электромеханической обработки поверхности / Жиганов В.И. ; опубл. 05.03.1996, Бюл. 23.
4. Пат. України на корисну модель № 66857 U кл. B23 H9/00. Пристрій для електроконтактного формування дискретно зміцненої внутрішньої циліндричної поверхні / Вельбой В.П., Посонський С.Ф., Диха О.В. ; опубл. 25.01.2012, Бюл. № 2.

Рецензент: д.т.н. Сорокатий Р.В.
Надійшла 20.2.2012 р.

УДК 677.055

В.В. ЧАБАН, Б.Ф. ПІПА
Київський національний університет технологій та дизайну

ДИНАМІКА ОСНОВОВ'ЯЗАЛЬНОЇ МАШИНИ З ВІДЦЕНТРОВОЮ ФРИКЦІЙНОЮ МУФТОЮ

Представлено результати досліджень з розробки методу знаходження динамічних навантажень, що виникають під час пуску основов'язальної машини з приводом, що містить відцентрову фрикційну муфту.

Here are results of the development researches finding dynamic loads, which are emerging on the start of warp knitting machine with drive and with centrifugal friction clutch.

Ключові слова: основов'язальна машина; привід основов'язальної машини; динамічні навантаження в основов'язальній машині; відцентрова фрикційна муфта.

Перспективою підвищення ефективності роботи основов'язальних машин, як відомо [1–3], є зниження динамічних навантажень, що виникають під час їх несталого режиму роботи (пуск, гальмування та ін.).

Як показують дослідження [4, 5], одним із перспективних і актуальних напрямків зниження динамічних навантажень у в'язальних машинах, зокрема і у основов'язальних, є удосконалення конструкції їх приводу з метою зниження пускового моменту електродвигуна.

Об'єктом досліджень обрано основов'язальну машину з приводом, де, з метою зниження пускового моменту електродвигуна, запропоновано використати відцентрову фрикційну муфту, встановлену на валу електродвигуна, та розробку методу знаходження динамічних навантажень, що виникають під час пуску основов'язальної машини.

При розв'язанні задач, поставлених у даній роботі, були використані сучасні методи теоретичних досліджень, що базуються на теорії динамічних процесів в механічних системах з пружними в'язями.

Завданням досліджень стала розробка методу знаходження динамічних навантажень, що виникають під час пуску основов'язальної машини з приводом, що містить відцентрову фрикційну муфту.

Дослідження динаміки механічних систем [6, 7] показують, що на величину динамічних навантажень, які виникають у вузлах та деталях машин в період несталого режиму руху, значний вплив має надмірний момент електродвигуна, що прикладається до механічної системи в період пуску. Тому доцільно для зменшення динамічних навантажень, що істотно впливають на надійність та довговічність роботи машини, знижувати величину пускового моменту електродвигуна.

Одним із шляхів рішення цієї задачі є встановлення на валу електродвигуна привода основов'язальної машини відцентрової фрикційної муфти.

При цьому треба враховувати, що відцентрова муфта може дати бажаний результат лише у тому випадку, коли її характеристика T_M (див. рис. 2.5 [5]) буде відповідно узгоджена з робочою характеристикою електродвигуна $T_{\partial в}$ і машини. Муфта, що має жорстку характеристику (T'_M), до помітного зниження динамічних навантажень привести не може [4].

Метою даного дослідження є розробка методу динамічного розрахунку основов'язальної машини за наявності в складі її привода відцентрової фрикційної муфти.

Динамічний розрахунок проведемо для основов'язальної машини, розрахункова схема якої є рядною тримасовою системою з першою ведучою масою з параметрами: T_M – пусковий момент, що передає механічній системі відцентрова фрикційна муфта (тут і далі приведені значення); T_1, T_2 – моменти сил опору механізмів машини; J_1 – сумарний момент інерції відцентрової фрикційної муфти та обертальних мас привода; J_2, J_3 – моменти інерції обертових мас механізмів машини; C_{12} – жорсткість пасів пасової передачі привода; C_{23} – жорсткість в'язей, що передають рух механізмам машини.

Згідно з [4]:

$$T_M = \frac{L}{\left(e^{at}-A\right)^2} + \frac{N}{e^{at}-A} + H,\ 0 \le t \le t' \left(0 \le w \le w'\right); \tag{1}$$

$$T_M' = \frac{L'}{\left(e^{a't}-E\right)^2} + \frac{N'}{e^{a't}-E} + H',\ t' \le t \le t_p \left(w' \le w \le w_н\right). \tag{2}$$

Постійні рівнянь (1), (2) визначаються із співвідношень:

$$L = 4C^2A^2C_1;\ L' = 4D^2C_1E^2;\ N = 4C\left(C+\frac{b}{2}\right)C_1A;\ N' = -4D\left(D-\frac{A'}{2}\right)EC_1;$$

$$H = \left(C+\frac{b}{2}\right)^2 C_1 - C_2;\ H' = C_1\left(D-\frac{A'}{2}\right)^2 - C_2;\ A = \frac{w_1-0,5b-C}{w_1-0,5b+C};\ D^2 = \left(\frac{A'}{2}\right)^2 + B';$$

$$a = \frac{2C_1C}{J_{дв}};\ E = ke^{a't'};\ C = \frac{1}{2}\sqrt{b^2+4a};\ a' = \frac{2DC_1}{J_{дв}};\ b = \frac{M_{нач.}b_1}{C_1};\ k = \frac{w'+0,5A'-D}{w'+0,5A'+D};$$

$$a = \frac{T_{нач.}C_2}{C_1};\ A' = \frac{T_{ном.}}{\left(w_0-w_н\right)C_1};\ B' = A'w_0 + \frac{C_2}{C_1}, \tag{3}$$

де $C_1 = \frac{n \cdot q \cdot f \cdot R}{r}$; *n* – число колодок муфти; *q* – маса однієї колодки; *f* – коефіцієнт тертя колодок; *R* – радіус поверхні тертя; *r* – відстань центру ваги колодки від осі обертання хрестовини муфти, $C_2 = FfR$; *F* – сила пружини, що утримує колодку (у разі її відсутності $C_2 = 0$);

$$b_1 = \frac{l'-1}{w_0(1-l)+w_н l};\quad l = \frac{T_{max}}{T_{ном}};\ l' = \frac{T_{max}}{T_{нач}}.$$

Оскільки всі основні деталі основов'язальної машини обертаються в підшипниках кочення, втрати в опорах обертання незначні і не враховуються.

Пуск основов'язальних машин, в загальному випадку, відбувається поетапно. Перший етап пуску характеризується рухом маси J_1 при J_2 і J_3 нерухомих. При цьому момент пружних сил деформації гнучкої в'язі C_{12} зростає і за умови $T_{12} = T_2$ в рух вступає маса J_2, що характеризує початок другого етапу пуску, який продовжується до тих пір, поки момент, що розвивається в гнучкій в'язі C_{23} системи, не досягає величини T_3. З цієї миті в рух приходять всі маси машини (третій етап пуску).

Розрахунок динамічних навантажень ліній передач приводу виконаємо в системі головних координат. Таке рішення дає можливість одержати незалежні один від одного рівняння руху системи, що містять лише одну перемінну.

Рух механічної системи в період першого етапу пуску, згідно принципу Д'Аламбера, запишемо спочатку в узагальнених координатах, приймаючи як узагальнену координату кутове переміщення мас:

$$J_1\ddot{j}_1 + C_{12}j_1 = T_M. \tag{4}$$

Диференціальне рівняння вільних коливань першої маси:

$$J_1\ddot{j}_1 + C_{12}j_1 = 0. \tag{5}$$

Розв'язок лінійних диференціальних рівнянь типу (5) має вид [7]:

$$j_i = \Phi_i \sin\left(bt+a\right). \tag{6}$$

Підставляючи значення j_1 в (5) та виконуючи скорочення на загальний множник $\Phi_1 \sin\left(bt+a\right)$, одержуємо частотне рівняння:

$$J_1b^2 - C_{12} = 0. \tag{7}$$

Звідки:

$$b = \sqrt{\frac{C_{12}}{J_1}}. \tag{8}$$

Головною координатою для першого етапу пуску можна прийняти кутове переміщення маси J_1:

$$j_1 = q_1. \tag{9}$$

Рівняння Лагранжа для вимушених коливань в головних координатах має вигляд:

$$\frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} + \frac{\partial \Pi}{\partial q} = G_k, \tag{10}$$

де G_k – узагальнені сили.

Кінетична і потенційна енергії через головні координати виражаються наступним чином:

$$T=\frac{1}{2}\sum_k S_k\dot{q}_k^2\,;\quad \Pi=\frac{1}{2}\sum_k e_k\cdot q_k^2\,. \tag{11}$$

Вважаючи, що $\frac{e_k}{S_k}=\beta_k$, на підставі рівнянь (10) і (11) можемо записати диференціальне рівняння руху системи в головних координатах:

$$\ddot{q}_k+\beta_k^2 q_k=\frac{G_k}{S_k}\,, \tag{12}$$

де для першого етапу пуску ($k=1$): $\quad \ddot{q}_1+\beta^2 q_1=\frac{G_1}{S_1}$

Робота узагальнених сил на можливому переміщенні дорівнює:

$$d\,R=T_M d\varphi_1\,. \tag{13}$$

Робота узагальнених сил в головних координатах визначається формулою:

$$d\,R=G_1 dq_1\,. \tag{14}$$

Прирівнюючи (13) і (14), після підстановки в (13) значення φ_1 із (9), одержуємо:

$$G_1=T_M\,. \tag{15}$$

Кінетична енергія системи в загальних координатах дорівнює:

$$T=\frac{1}{2}\sum_i J_i\dot{\varphi}_i^2\,. \tag{16}$$

Підставляючи в (16) значення φ_i із (9) та порівнюючи результат з (11), одержуємо:

$$S_1=J_1\,. \tag{17}$$

Розв’язок диференціального рівняння (12) при змінних G має вигляд [6, 7]:

$$q_k=q_{k0}\cos\beta_k t+\frac{\dot{q}_{k0}}{\beta_k}\sin\beta_k t+\frac{1}{S_k\beta_k}\int_0^t G_k\sin\beta_k\left(t-\tau\right)d\tau\,\cdot \tag{18}$$

Оскільки перший етап пуску характеризується початковими умовами:

$$q_{10}=0\,;\quad \dot{q}_{10}=0\,,$$

рівняння (18) має вигляд:

$$q_1=\frac{1}{J_1\beta}\int_0^t T_M\sin\beta\left(t-\tau\right)d\tau\,,$$

де для періоду пуску $0\le\omega\le\omega'$, згідно з [5]:

$$\begin{gathered}\int_0^t T_M\,\sin\beta\left(t-\tau\right)d\tau=\mu_1'\beta e^{-\alpha t}+\mu_2'\left(L+AN\right)\beta e^{-2\alpha t}+\mu_3'\beta e^{-3\alpha t}+\\+\left[\mu_1'+2\mu_2'\left(L+AN\right)+3\mu_3'\right]\alpha\,\sin\beta t-\left[\mu_1'+\mu_2'\left(L+AN\right)+\mu_3'\right]\beta\cos\beta t+\frac{H}{\beta}\left(1-\cos\beta t\right);\end{gathered} \tag{19}$$

$$\mu_1'=\frac{N}{\alpha^2+\beta^2}\,;\;\; \mu_2'=\frac{1}{4\alpha^2+\beta^2}\,;\;\; \mu_3'=\frac{2AL}{9\alpha^2+\beta^2}$$

Аналогічне рівняння можна одержати для β_2 (другий і третій етапи пуску). Для другого етапу пуску машини ($\omega'\le\omega\le\omega_н$) необхідне рішення можна одержати по формулі (19), замінивши в ній L на L', N на N', H на H', α на α' і A на E .

Рівняння зміни моменту пружних сил деформації в'язі C_{12} приймає вигляд:

$$\begin{gathered}T_{12}=C_{12}q_1=\frac{C_{12}}{J_1\beta}\Big\{\mu_1'\beta\,e^{-\alpha t}+\mu_2'\left(L+AN\right)\beta\,e^{-2\alpha t}+\\+\mu_3'\beta\,e^{-3\alpha t}+\left[\mu_1'+2\mu_2'\left(L+AN\right)+3\mu_3'\right]\alpha\sin\beta t-\\-\left[\mu_1'+\mu_2'\left(L+AN\right)+\mu_3'\right]\beta\cos\beta t+\frac{H}{\beta}\left(1-\cos\beta t\right)\Big\}\,.\end{gathered} \tag{20}$$

Прийнявши до уваги умову закінчення першого етапу пуску $T_{12} = T_2$, знайдемо із рівняння (20) час початку другого етапу пуску системи t_1.

Оскільки для першого етапу пуску $q_1 = \dfrac{T_{12}}{C_{12}}$, початкові умови другого етапу пуску будуть:

$$q_{10} = \frac{T_2}{C_{12}},\ \dot{q}_{10} = \dot{q}_{(1)} t_1. \tag{21}$$

Умови динамічної рівноваги в узагальнених координатах системи в період другого етапу пуску будуть:

$$J_1 \ddot{j}_1 + C_{12}\left(j_1 - j_2\right) = T_M; \qquad J_2 \ddot{j}_2 - C_{12}\left(j_1 - j_2\right) + C_{23} j_2 = -T_2 \tag{22}$$

Диференціальні рівняння вільних коливань двомасової системи одержимо, прирівнявши праві частини рівнянь (22) до нуля:

$$J_1 \ddot{j}_1 + C_{12} j_1 - C_{12} j_2 = 0, \qquad J_2 \ddot{j}_2 - C_{12} j_1 + \left(C_{12} + C_{23}\right) j_2 = 0. \tag{23}$$

Розв'язок системи однорідних лінійних диференціальних рівнянь (23) мають вигляд:

$$\varphi_1 = \Phi_1 \sin\left(\beta t + \alpha\right);\ \varphi_2 = \Phi_2 \sin\left(\beta t + \alpha\right). \tag{24}$$

Підставивши значення j_i в (23) і скорочуючи на загальний множник $\sin\left(bt + a\right)$, одержимо систему рівнянь щодо амплітуд коливань:

$$\left(C_{12} - J_1\beta_2\right)\Phi_1 - C_{12}\Phi_2 = 0;\ -C_{12}\Phi_1 + \left(C_{12} + C_{23} - J_2\beta^2\right)\Phi_2 = 0 \cdot \tag{25}$$

Прирівнюючи визначник системи рівнянь (25) нулю, одержимо частотне рівняння:

$$b^4 - \left(w_{12}^2 + \frac{C_{23}}{J_2}\right) b^2 + \frac{C_{12}C_{23}}{J_1 J_2} = 0 \cdot$$

Звідки:

$$\beta_{12} = \frac{1}{2}\left(\omega_{12}^2 + \frac{C_{23}}{J_2}\right) \pm \sqrt{\frac{1}{4}\left(\omega_{12}^2 + \frac{C_{23}}{J_2}\right)^2 - \frac{C_{12}C_{23}}{J_1 J_2}}, \tag{26}$$

де w_{12} – циклова частота власних коливань двомасової системи (J_1, J_2), $w_{12} = C_{12}\dfrac{J_1 + J_2}{J_1 J_2}$.

Відношення амплітуд вільних коливань визначимо з першого рівняння системи (25) шляхом підстановки відповідних значень коренів частотного рівняння b_1 і b_2.

Позначивши

$$\frac{\Phi_1'}{C_{12}} = \frac{\Phi_2'}{C_{12} - J_1 b_1^2} = l_1; \quad \frac{\Phi_1''}{C_{12}} = \frac{\Phi_2''}{C_{12} - J_1 b_2^2} = l_2;$$

$$l_1 \sin\left(b_1 t + a\right) = q_1; \qquad l_2 \sin\left(b_2 t + a\right) = q_2$$

та враховуючи (24), одержимо:

$$j_1' = C_{12} q_1;\ j_2' = \left(C_{12} - J_1 b_1^2\right) q_1; \tag{27}$$

$$j_1'' = C_{12} q_2;\ j_2'' = \left(C_{12} - J_1 b_2^2\right) q_2,$$

де q_1, q_2 – відповідно перша і друга головні координати.

Враховуючи обидві гармоніки, одержуємо загальне рішення системи рівнянь (23) в головних координатах:

$$j_1 = j_1' + j_1'' = C_{12}\left(q_1 + q_2\right); \qquad j_2 = j_2' + j_2'' = \left(C_{12} - J_1 b_1^2\right) q_1 + \left(C_{12} - J_1 b_2^2\right) q_2. \tag{28}$$

Диференціальні рівняння руху системи в головних координатах згідно [4] будуть мати вигляд:

$$\ddot{q}_1 + b_1^2 q_1 = \frac{G_1}{S_1};\ \ddot{q}_2 + b_2^2 q_2 = \frac{G_2}{S_2}. \tag{29}$$

Для визначення узагальнених сил G_k розглянемо їх роботу на можливому переміщенні:

$$dR = T_M dj_1 - T_2 dj_2 \tag{30}$$

та роботу узагальнених сил в головних координатах:

$$dR = G_1 dq_1 + G_2 dq_2. \tag{31}$$

Прирівнюючи (30) і (31) після підстановки значень j_i з (28), одержуємо:

$$G_1 = T_M C_{12} - T_2\left(C_{12} - J_1 b_1^2\right); \quad G_2 = T_M C_{12} - T_2\left(C_{12} - J_1 b_2^2\right). \tag{32}$$

Із умови рівності кінетичної енергії в узагальнених координатах:

$$T = \frac{1}{2}\sum_i J_i \dot{j}_i^2 \tag{33}$$

та в головних координатах $T = \frac{1}{2}\sum_k S_k \dot{q}_k^2$, підставивши значення з (28) в (33), одержуємо:

$$S_1 = J_1 C_{12}^2 + J_2\left(C_{12} - J_1 b_1^2\right)^2; \quad S_2 = J_1 C_{12}^2 + J_2\left(C_{12} - J_1 b_2^2\right)^2. \tag{34}$$

Розв'язок системи рівнянь (29) з урахуванням (32) буде (згідно з [5]):

$$q_1 = q_{10}\cos b_1 t + \frac{q_{10}}{b_1}\sin b_1 t + + \frac{C_{12}}{S_1 b_1}\int_0^t T_M \sin b_1\left(t - t\right)dt + \frac{\left(C_{12} - J_1 b_1^2\right)T_2}{S_1 b_1}\left(1 - \cos b_1 t\right). \tag{35}$$

Аналогічне рівняння можна одержати і для другого головного коливання.

Моменти сил пружності, що розвиваються в гнучких в'язях в період другого етапу пуску, через головні координати можуть бути виражені таким чином:

$$T_{12} = C_{12}\left(j_1 - j_2\right) = C_{12} J_1\left(b_1^2 q_1 + b_2^2 q_2\right); \tag{36}$$

$$T_{23} = C_{23} j_2 = C_{23}\left[\left(C_{12} - J_1 b_1^2\right)q_1 + \left(C_{12} - J_1 b_2^2\right)q_2\right].$$

Умовою закінчення другого етапу пуску системи є:

$$T_{(23)} t_2 = T_3. \tag{37}$$

Підставивши q_1 і q_2, одержані з (35), в (36) і прирівнявши T_{23} моменту зовнішніх сил опору, що діють на третю масу системи – T_3, знайдемо з другого рівняння (36) час початку третього етапу пуску t_2.

Шляхом підстановки t_2 в рівняння для визначення головних координат (35) і їх перших похідних, можна знайти початкові умови третього етапу пуску:

$$q_{(1)} t_2 = q_{10}; \quad q_{(2)} t_2 = q_{20}; \quad \dot{q}_{(1)} t_2 = \dot{q}_{10}; \quad \dot{q}_{(2)} t_2 = \dot{q}_{20} \tag{38}$$

Користуючись принципом Д'Аламбера, запишемо рівняння руху системи в період третього етапу пуску спочатку в узагальнених координатах, приймаючи як узагальнені координати кутове переміщення мас:

$$\begin{gathered} J_1 \ddot{j}_1 + T_{12} = T_M; \\ J_2 \ddot{j}_2 - T_{12} + T_{23} = -T_2; \\ J_3 \ddot{j}_3 - T_{23} = -T_3. \end{gathered} \tag{39}$$

Перетворення рівнянь руху системи в узагальнених координатах в рівняння руху в головних координатах здійснимо методом, запропонованим А.Н. Голубенцевим [6].

Розкриваючи значення T_{12}, T_{23} і прирівнявши праві частини рівнянь (39) до нуля, одержимо диференціальні рівняння вільних коливань:

$$\begin{gathered} J_1 \ddot{j}_1 + C_{12} j_1 - C_{12} j_2 = 0; \\ -C_{12} j_1 + J_2 \ddot{j}_2 + \left(C_{12} + C_{23}\right) j_2 - C_{23} j_3 = 0; \\ -C_{23} j_2 + J_3 \ddot{j}_3 + C_{23} j_3 = 0. \end{gathered} \tag{40}$$

Розв'язок системи однорідних лінійних диференціальних рівнянь (40) мають вигляд:

$$j_i = \Phi_i \sin\left(bt + a\right). \tag{41}$$

Підставляючи значення j_i з (41) в (40) і виконавши скорочення на загальний множник $\sin\left(bt + a\right)$, одержимо систему рівнянь щодо амплітуд коливань:

$$\begin{gathered} \left(C_{12} - J_1 b^2\right)\Phi_1 - C_{12}\Phi_2 = 0; \\ -C_{12}\Phi_1 + \left(C_{12} + C_{23} - J_2 b^2\right)\Phi_2 - C_{23}\Phi_3 = 0; \\ -C_{23}\Phi_2 + \left(C_{23} - J_3 b^2\right)\Phi_3 = 0. \end{gathered} \tag{42}$$

Із рівнянь (42) можна одержати спектр частот власних коливань приведеної тримасової системи. Для цього, прирівнявши визначник системи рівнянь (42) до нуля, вирішимо одержане рівняння відносно b.

$$\Delta\left(b^2\right) = \begin{vmatrix} C_{12} - J_1 b^2, & -C_{12}, & 0 \\ -C_{12}, & C_{12} + C_{23} - J_2 b^2, & -C_{23} \\ 0, & -C_{23}, & C_{23} - J_3 b^2 \end{vmatrix} =$$

$$= b^4 - \left(C_{12} \frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2} + C_{23} \frac{J_2 + J_3}{J_2 J_3} \right) b^2 + C_{12} C_{23} \frac{J_1 + J_2 + J_3}{J_1 J_2 J_3} = 0 \cdot \tag{43}$$

Звідки:

$$b_{1,2} = \frac{1}{2}\left(w_{12}^2 + w_{23}^2\right) \pm \sqrt{\frac{1}{4}\left(w_{12}^2 + w_{23}^2\right)^2 + \frac{C_{12} C_{23}}{J_2^2}}, \tag{44}$$

де:

$$w_{12}^2 = \frac{C_{12}\left(J_1 + J_2\right)}{J_1 J_2},\ w_{23}^2 = \frac{C_{23}\left(J_2 + J_3\right)}{J_2 J_3} \cdot$$

Підставляючи значення b_1 і b_2 в систему рівнянь (42), можна одержати два рівняння для визначення амплітуд вільних коливань Φ_i' і Φ_i'', відповідні b_1 і b_2. Оскільки корені b^2 частотного рівняння (43) прості, хоч би одне з алгебраїчних доповнень визначника (43) при постановці b_1^2 не перетворюється в нуль. У такому разі можна визначити з рівнянь (42) відношення амплітуд [7]. Підставимо в рівняння (42) b_1^2, розділивши заздалегідь всі члени рівнянь на $\Phi_3' \neq 0$ і опустивши останнє рівняння, що є слідством двох попередніх:

$$\left(C_{12} - J_1 b_1^2\right)\frac{\Phi_1'}{\Phi_3'} - C_{12}\frac{\Phi_2'}{\Phi_3'} = 0; \tag{45}$$

$$-C_{12}\frac{\Phi_1'}{\Phi_3'} + \left(C_{12} + C_{23} - J_1 b_1^2\right)\frac{\Phi_2'}{\Phi_3'} = C_{23} \cdot$$

Розв’язок системи рівнянь (45) щодо відношення амплітуд набуває вигляду [7]:

$$\frac{\Phi_1'}{\Phi_3'} = \frac{\Delta_1\left(b_1^2\right)}{\Delta_3\left(b_1^2\right)};\ \frac{\Phi_2'}{\Phi_3'} = \frac{\Delta_2\left(b_1^2\right)}{\Delta_3\left(b_1^2\right)},$$

де

$$\Delta_1\left(b_1^2\right) = \begin{vmatrix} -C_{12}, & 0 \\ C_{12} + C_{23} - J_2 b_1^2, & -C_{23} \end{vmatrix} \tag{46}$$

алгебраїчне доповнення елементу, що стоїть у визначнику (43) на місці перетину першого стовпця і останнього рядка. Відповідно:

$$\Delta_2\left(b_1^2\right) = \begin{vmatrix} C_{12} - J_1 b_1^2, & 0 \\ -C_{12}, & -C_{23} \end{vmatrix}; \tag{47}$$

$$\Delta_3\left(b_1^2\right) = \begin{vmatrix} C_{12} - J_1 b_1^2, & -C_{12} \\ -C_{12}, & C_{12} + C_{23} - J_2 b_1^2 \end{vmatrix}. \tag{48}$$

Позначивши:

$$\frac{\Phi_1'}{\Delta_1\left(b_1^2\right)} = \frac{\Phi_2'}{\Delta_2\left(b_1^2\right)} = \frac{\Phi_3'}{\Delta_3\left(b_1^2\right)} = l_1, \quad l_1 \sin\left(bt + a\right) = q_1$$

та враховуючи (41), одержуємо:

$$j_1' = \Delta_1\left(b_1^2\right) q_1;\ \ j_2' = \Delta_2\left(b_1^2\right) q_1;\ \ j_3' = \Delta_3\left(b_1^2\right) q_1 \cdot \tag{49}$$

Аналогічно для другого головного коливання можна записати:

$$j_1'' = \Delta_1\left(b_2^2\right) q_2;\ j_2'' = \Delta_2\left(b_2^2\right) q_2;\ j_3'' = \Delta_3\left(b_2^2\right) q_2 \cdot \tag{50}$$

Враховуючи обидві гармоніки, одержуємо загальний розв’язок системи однорідних диференціальних рівнянь (40) в головних координатах:

$$j_1 = \Delta_1\left(b_1^2\right) q_1 + \Delta_1\left(b_1^2\right) q_2;$$

$$j_2 = \Delta_2\left(b_1^2\right) q_1 + \Delta_2\left(b_2^2\right) q_2; \tag{51}$$

$$j_3 = \Delta_3\left(b_1^2\right) q_1 + \Delta_3\left(b_1^2\right) q_2 \cdot$$

Для вивчення вимушених коливань виразимо узагальнені сили (праві частини диференціальних рівнянь (39)) через головні координати.

Робота узагальнених сил на можливому переміщенні дорівнює:

$$dR = T_M dj_1 - T_2 dj_2 - T_3 dj_3 \cdot \tag{52}$$

Робота узагальнених сил в головних координатах визначається формулою:

$$dR = G_1 dq_1 + G_2 dq_2 \,. \tag{53}$$

Прирівнюючи (52) і (53), після підстановки в (52) значень j із (51) одержуємо:

$$G_k = T_M \Delta_1\left(b_k^2\right) - T_2\Delta_2\left(b_k^2\right) - T_3\Delta_3\left(b_k^2\right), \tag{54}$$

де $k = 1;2$.

Із рівняння кінетичної енергії системи в узагальнених $T = \frac{1}{2}\sum_i J_i \dot{j}_i^2$ і головних $T = \frac{1}{2}\sum_k S_k \dot{q}_k^2$ координатах одержуємо: $S_k = J_1\Delta_1^2\left(b_k^2\right) + J_2\Delta_2^2\left(b_k^2\right) + J_3\Delta_3^2\left(b_k^2\right)$. (55)

Рівняннями руху системи в головних координатах будуть:

$$\ddot{q}_1 + b_1^2 q_1 = \frac{G_1}{S_1}; \quad \ddot{q}_2 + b_2^2 q_2 = \frac{G_2}{S_2}.$$

Розв'язок диференціальних рівнянь руху системи має вигляд [5]:

$$q_k = q_{k0}\cos b_k t + \frac{\dot{q}_{k0}}{b_k}\sin b_k t + \frac{1}{S_k b_k}\int_0^t G_k \sin b_k\left(t - t\right)dt \,.$$

Враховуючи (19) і (54), для першого головного коливання можемо записати:

$$\begin{aligned} q_1 = q_{10}\cos b_1 t + \frac{\dot{q}_{10}}{b_1}\sin b_1 t + \frac{\Delta_1\left(b_1^2\right)}{S_1 b_1}\Big\{ m_1' b_1 e^{-at} + \\ + m_2'\left(L + AN\right) b_1 e^{-2at} + m_3' b_1 e^{-3at} + \left[m_1' + 2m_2'\left(L + AN\right) + \right. \\ \left. + 3m_3'\right] a \sin b_1 t - \left[m_1' + m_2'\left(L + AN\right) + m_3'\right] b_1 \cos b_1 t + \\ + \frac{H}{b_1}\left(1 - \cos b_1 t\right)\Big\} + \frac{T'}{S_1 b_1^2}\left(1 - \cos b_1 t\right), \end{aligned} \tag{56}$$

де

$$T' = -T_2\Delta_2\left(b_1^2\right) - T_3\Delta_3\left(b_1^2\right).$$

Аналогічне рівняння можна одержати і для b_2 .

Рівняння для визначення моментів сил пружності через головні координати будуть:

$$T_{12} = C_{12}\left(j_1 - j_2\right) = C_{12}\left[\Delta_1\left(b_1^2\right) - \Delta_2\left(b_1^2\right)\right]q_1 + +C_{12}\left[\Delta_1\left(b_2^2\right) - \Delta_2\left(b_2^2\right)\right]q_2;$$

$$T_{23} = C_{23}\left(j_2 - j_3\right) = C_{23}\left[\Delta_2\left(b_1^2\right) - \Delta_3\left(b_1^2\right)\right]q_1 + +C_{23}\left[\Delta_2\left(b_2^2\right) - \Delta_3\left(b_2^2\right)\right]q_2. \tag{57}$$

Виконані дослідження дозволяють зробити висновок, що запропонований метод може бути використаний для знаходження динамічних навантажень, що виникають в період пуску як основов'язальних, так і інших типів машин з приводом з відцентровою фрикційною муфтою.

Література

1. Гарбарук В.Н. Проектирование трикотажных машин / Гарбарук В.Н. – Л. : Машиностроение, 1980. – 472 с.
2. Хомяк О.Н. Повышение эффективности работы вязальных машин / О.Н. Хомяк, Б.Ф. Пипа. – М. : Легпромбытиздат, 1990. – 209 с.
3. Чабан В.В. Наукові основи проектування пристроїв натягу ниток основи машин легкої промисловості / Чабан В.В. – К. : КНУТД, 2010. – 180 с.
4. Сердюк В.П. Расчет приводов машин легкой промышленности / Сердюк В.П. – К. : Техніка, 1978, 232 с.
5. Піпа Б.Ф. Динаміка круглов'язальних машин / Піпа Б.Ф., Хомяк О.М., Павленко Г.І. – К. : КНУТД, 2005. – 294 с.
6. Голубенцев А.Н. Динамика переходных процессов в машинах со многими массами / Голубенцев А.Н. – М. : Машгиз, 1959. – 306 с.
7. Кожевников С.Н. Динамика машин с упругими звеньями / Кожевников С.Н. – К. : Изд-во АН УССР, 1961. – 190 с.

Рецензент: д.т.н. Місяць В.П.
Надійшла 10.2.2012 р.