УДК 621.37

С.М. ПЕРВУНІНСЬКИЙ, П.Д. ЖУРАВЕЛЬ
Черкаський державний технологічний університет

ЗАВАДОСТІЙКІСТЬ БІНАРНОГО АВТОКОРЕЛЯЦІЙНОГО ПРИЙМАЧА ШУМОВИХ ОРТОГОНАЛІЗОВАНИХ СИГНАЛІВ З ДВОМА ЛІНІЯМИ ЗАТРИМКИ

Представлено результати дослідження впливу ортогоналізації сигналу передавача на завадостійкість бінарної системи передачі інформації шумовими сигналами в каналі з постійними параметрами при дії адитивної завади типу білого гауссового шуму.

There are represented the research results of influence of transmitter signal orthogonalization on noise immunity of binary asymmetric noise signal transmission system through the channel with stable parameters under the influence of additive white Gaussian noise.

Ключові слова: шумові сигнали, завадостійкість, ортогоналізація, автокореляційний приймач.

Вступ

Можливості застосування у техніці зв'язку шумових та шумоподібних сигналів привертає увагу науковців, починаючи із 60–70-х років минулого століття [1]. Такий інтерес пов'язаний з тим, що використання надширокосмугових систем передачі даних для систем безпровідного зв'язку має ряд переваг порівняно із традиційними радіосистемами; зокрема, підвищуються скритність передачі інформації та використання смуги частот каналу. Розвиток елементної бази радіосистем і технологій обробки сигналів дозволяють по-новому розглянути можливості практичного застосування раніше запропонованих схем та перспективи їх удосконалення, підвищити завадостійкість системи.

Питання удосконалення систем зв'язку з використанням шумових сигналів розглянуті у працях [2, 3]. Основним з них є підвищення завадостійкості автокореляційних систем зв'язку, що використовують шумові та шумоподібні сигнали для передачі даних. Одним із напрямків удосконалення автокореляційних систем з шумовими сигналами є підвищення їх завадостійкості через зменшення впливу системної помилки шляхом ортогоналізації сигналів передавача.

Постановка завдання

У роботі [4] описано пристрій для передачі інформації шумовими сигналами, схему якого наведено на рис. 1. На даному рисунку використані наступні позначення: Г – генератор шумового процесу $x(t)$; ЛЗ$_1$, ЛЗ$_2$–лінія затримки на час τ та 2τ відповідно; α – джерело інформаційного повідомлення; I$_1$, I$_2$ – інтегратори; В – вирішуючий пристрій.

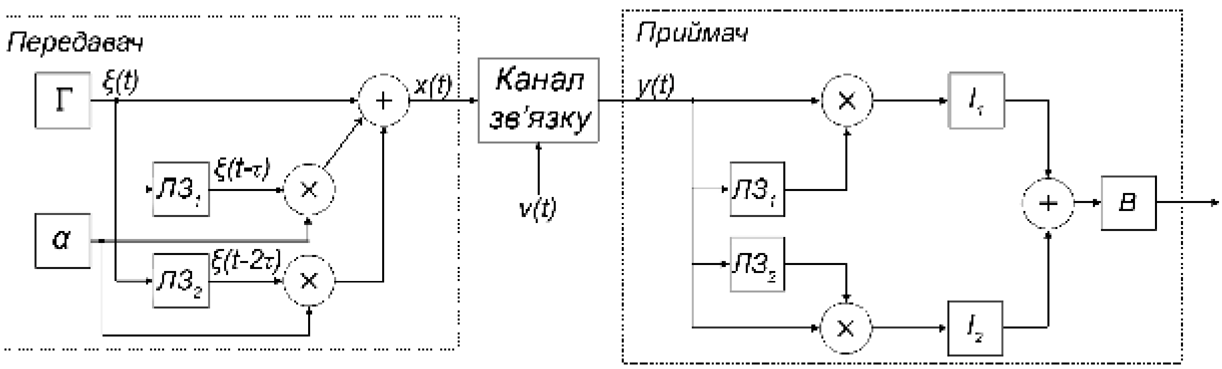

Рис. 1. Система передачі інформації шумовими сигналами з двома лініями затримки

На виході передавача сигнал описується виразом:

$$x(t) = x(t) + a_i \cdot g\,(x(t-t) + x(t-2t)),\ \ t = [0;T] \tag{1}$$

де $a_i \in \{-1,+1\}$ – *i*-й переданий інформаційний символ, що відповідає логічним бінарним сигналам «0» та «1»; γ – коефіцієнт підсилення інформаційної складової сигналу; *T* – довжина символьного інтервалу.

На вхід приймача надходить сигнал виду

$$y(t) = x(t) + n(t) = x(t) + a_i \cdot g \cdot x(t-t) + a_i \cdot g \cdot x(t-2t) + n(t), \tag{2}$$

де $n(t)$ – адитивна завада типу білого гауссового шуму, що додається до сигналу в каналі зв'язку.

Значення сигналу на вході вирішуючого пристрою визначається величиною

$$J = J_1 + J_2 = \int_{t_1}^{T+t_1} y(t)\cdot y(t-t)\,dt + \int_{t_2}^{T+t_2} y(t)\cdot y(t-2t)\,dt, \tag{3}$$

де J_1, J_2 – сигнали на виходах інтеграторів I_1 та I_2 відповідно.

Пристрій прийняття рішень по значенню величини J фіксує передачу символу (оцінку сигналу) $\hat{a}_i = 1$, якщо сигнал на виході корелятора має додатне значення, або іншу оцінку $\hat{a}_i = -1$ у протилежному випадку.

Одним із способів підвищення завадостійкості даної системи є модифікація передавача шляхом здійснення ортогоналізації його сигналу [5]. Для цього доповнимо схему передавача пристроєм, який назвемо «ортогоналізатором». Зауважимо, що величину затримки в модифікованій системі зручно вибрати кратною тривалості символьного інтервалу: $t = T$.

Ортогоналізатор реалізує наступну модель перетворення сигналу відповідно до процесу ортогоналізації Грама-Шмідта:

$$z(t) = x(t) - \sum_{j=1}^{4} \frac{\int_0^T x(t) \cdot z(t-jT)dt}{\int_0^T z(t-jT)^2 dt} \cdot z(t-jT). \tag{4}$$

Сигнал $z(t)$, що спостерігається на виході, буде ортогональним до сигналів чотирьох попередніх символьних інтервалів. Вказана модифікація системи стосується передавача і не змінює структуру та алгоритм роботи приймача.

Метою даної роботи є дослідження завадостійкості модифікованої системи передачі даних шумовими сигналами у випадку застосування ортогоналізації сигналів передавача.

Результати дослідження

Для вирішення поставленого завдання треба знайти функцію щільності розподілу J, для чого спочатку знайдемо функції щільності розподілу для J_1 та J_2. Врахуємо, що у випадку симетричного каналу зв'язку завадостійкість системи достатньо розглянути лише при умові передачі бінарного символу «1», тобто коли $a_i = +1$. Для J_1 запишемо:

$$\begin{aligned} J_1 = \int_0^T & [z(t)+a_i \cdot g \cdot z(t-T)+a_i \cdot g \cdot z(t-2T)+n(t)][z(t-T)+a_i \cdot g \cdot z(t-2T)+a_i \cdot g \cdot z(t-3T)+n(t-T)]dt = \\ &= h_{z,z}(t,t-T)+a_i \cdot g \cdot h_{z,z}(t,t-2T)+a_i \cdot g \cdot h_{z,z}(t,t-3T)+h_{z,n}(t,t-T)+a_i \cdot g \cdot h_{z,z}(t-T,t-T)+ \\ &+a_i^2 \cdot g^2 \cdot h_{z,z}(t-T,t-2T)+a_i^2 \cdot g^2 \cdot h_{z,z}(t-T,t-3T)+a_i \cdot g \cdot h_{z,n}(t-T,t-T)+a_i \cdot g \cdot h_{z,z}(t-2T,t-T)+ \\ &+a_i^2 \cdot g^2 \cdot h_{z,z}(t-2T,t-2T)+a_i^2 \cdot g^2 \cdot h_{z,z}(t-2T,t-3T)+a_i \cdot g \cdot h_{z,n}(t-2T,t-T)+h_{n,z}(t,t-T)+ \\ &+a_i \cdot g \cdot h_{n,z}(t,t-2T)+a_i \cdot g \cdot h_{n,z}(t,t-3T)+h_{n,n}(t,t-T), \end{aligned} \tag{5}$$

де введено позначення:

$$h_{s,p}(c,k) = \int_0^T s(c) \cdot p(k) dt \tag{6}$$

Оскільки сигнали $\{z(t), z(t-T), z(t-2T), z(t-3T), z(t-4T)\}$ є попарно ортогональними, то всі доданки із (5) виду $h_{z,z}(c,k),\ c \neq k,$ рівні нулю.

Оскільки випадковий процес $z(t)$ створений лінійними перетвореннями з гауссового процесу $x(t)$, то він є гауссовим, центрованим, дельтакорельованим і стаціонарним в широкому сенсі. Позначимо дисперсії випадкових процесів $x(t)$ та $n(t)$ як s_x^2 та s_n^2 відповідно. Якщо проаналізувати значення перших двох початкових моментів випадкового процесу $z(t)$, то можна показати, що їх оцінки вибіркових параметрів при значенні параметру T>>1 співпадають з відповідними моментами процесу $x(t)$. Тому вважаємо, що і дисперсія $z(t)$ рівна s_x^2. Дане припущення підтверджується результатами статистичних досліджень імітаційної моделі ортогоналізатора.

При цих припущеннях визначимо значення початкових моментів складових величини J_1 у (5). Так, враховуючи некорельованість та центрованість процесу $z(t)$, маємо

$$m_1^{h_{z,n}(t,t-T)} = M\int_0^T z(t)n(t-T)dt = \int_0^T M\{z(t)\}M\{n(t-T)\}dt = 0. \tag{7}$$

Відповідно можна знайти значення наступних моментів:

$$m_1^{h_{z,n}(t-T,t-T)} = m_1^{h_{z,n}(t-2T,t-T)} = m_1^{h_{n,z}(t,t-T)} = m_1^{h_{n,z}(t,t-2T)} =$$
$$= m_1^{h_{n,z}(t,t-3T)} = m_1^{h_{n,n}(t,t-T)} = 0;$$
$$m_1^{a\cdot g\cdot h_{z,z}(t-T,t-T)} = a\cdot g\int_0^T M\{z^2(t-T)\}dt = a\cdot g\cdot s_x^2\int_0^T dt = a\cdot g\cdot s_x^2\cdot T; \tag{8}$$
$$m_1^{a^2\cdot g^2\cdot h_{z,z}(t-2T,t-2T)} = a^2\cdot g^2\int_0^T M\{z^2(t-2T)\}dt =$$
$$= a^2\cdot g^2\cdot s_x^2\int_0^T dt = a^2\cdot g^2\cdot s_x^2\cdot T.$$

Підсумовуючи величини, представлені у виразах (7), (8), маємо

$$m_1^{J_1} = M\{J_1\} = a\cdot g\cdot s_x^2\cdot T + a^2\cdot g^2\cdot s_x^2\cdot T. \tag{9}$$

Обчислення другого початкового моменту $m_2^{J_1}$ пов'язане з розрахунком значення

$$m_2^{J_1} = M\{J_1^2\} = M\{[h_{z,n}(t,t-T) + a_i\cdot g\cdot h_{z,z}(t-T,t-T) + a_i\cdot g\cdot h_{z,n}(t-T,t-T) +$$
$$+a_i^2\cdot g^2\cdot h_{z,z}(t-2T,t-2T) + a_i\cdot g\cdot h_{z,n}(t-2T,t-T) + h_{n,z}(t,t-T) + \tag{10}$$
$$+a_i\cdot g\cdot h_{n,z}(t,t-2T) + a_i\cdot g\cdot h_{n,z}(t,t-3T) + h_{n,n}(t,t-T)]^2\}.$$

Знайдемо значення величини

$$m_2^{h_{n,n}(t,t-T)} = M\{h_{n,n}^2(t,t-T)\} = M\{[\int_0^T n(t)n(t-T)dt]^2\} =$$
$$= M\{\int_0^T n(t)n(t-T)dt\int_0^T n(x)n(x-T)dx\} = \int_0^T\int_0^T M\{n(t)n(x)n(t-t_1)n(x-t_1)\}dxdt. \tag{11}$$

Для моменту четвертого порядку спільно гауссових центрованих випадкових величин $n(t)$, $n(x)$, $n(t-T)$, $n(x-T)$ скористаємося наступною формулою [6, с. 43]:

$$M\{n(t)n(x)n(t-T)n(x-T)\} = M\{n(t)n(x)\}M\{n(t-T)n(x-T)\} +$$
$$+M\{n(t)n(t-T)\}M\{n(x)n(x-T)\} + M\{n(t)n(x-T)\}M\{n(x)n(t-T)\}. \tag{12}$$

Користуючись співвідношеннями (11) та (12), одержимо

$$m_2^{h_{n,n}(t,t-T)} = s_n^2\int_0^T\int_0^{T_1} M\{n(t)n(x)\}d(t-T)dxdt + s_n^4 d(T)d(T)\int_0^T\int_0^T dxdt +$$
$$+ s_n^4\int_0^T\int_0^T d(t-x+T)d(t-x-T)dxdt, \tag{13}$$

де $d(x)$ – дельта-функція Дірака.

З урахуванням фільтруючої властивості дельта-функції маємо

$$m_2^{h_{n,n}(t,t-T)} = s_n^4 T. \tag{14}$$

Для $a_i\cdot g\cdot h_{z,z}(t-T,t-T)$, $a_i^2\cdot g^2\cdot h_{z,z}(t-2T,t-2T)$ маємо:

$$m_2^{a\cdot g\cdot h_{z,z}(t-T,t-T)} = a^2 g^2 s_x^4(2T+T^2);$$
$$m_2^{a^2\cdot g^2\cdot h_{z,z}(t-2T,t-2T)} = a^4 g^4 s_x^4(2T+T^2). \tag{15}$$

З формули (11), враховуючи незалежність випадкових величин $n(t)$, $z(x)$ і фільтруючої властивості дельта-функції, можна знайти значення моменту

$$m_2^{h_{z,n}(t,t-T)} = \int_0^T\int_0^T M\{n(t)n(x)\}s_x^2 d(t-x)dxdt = s_n^2 s_x^2 T. \tag{16}$$

Подібним чином з (11) можна знайти значення моментів

$$m_2^{h_{n,z}(t,t-T)} = s_x^2 s_n^2 T;$$
$$m_2^{h_{z,n}(t-T,t-T)} = m_2^{h_{z,n}(t-2T,t-T)} = m_2^{h_{n,z}(t,t-2T)} = m_2^{h_{n,z}(t,t-3T)} = a^2 g^2 s_x^2 s_n^2 T. \qquad (17)$$

Подвоєні парні добутки елементів, записаних у квадратних дужках виразу (10), дорівнюють нулю, за винятком $2 \cdot h_{z,z}(t-T,t-T) \cdot h_{z,z}(t-2T,t-2T)$. Це узагальнення випливає з наступного добутку:

$$M\{2h_{n,n}(t,t-T)h_{x,n}(t,t-T)\} = 2\int_0^T M\{z(t)z(t-T)z(x)z(x-T)\}dtdx = 0. \qquad (18)$$

Для $2 \cdot h_{z,z}(t-T,t-T) \cdot h_{z,z}(t-2T,t-2T)$ маємо:

$$M\left\{2 \cdot h_{z,z}(t-T,t-T) \cdot h_{z,z}(t-2T,t-2T)\right\} =$$
$$= 2a^3 g^3 \int_0^T \int_0^T z(t-T) \cdot z(t-T) \cdot z(x-2T) \cdot z(x-2T) dxdt =$$
$$= 2a^3 g^3 \left(\begin{array}{l} \int_0^T \int_0^T M\left\{z^2(t-T)z(x-2T)\right\} dxdt + \\ +2\int_0^T \int_0^T M\left\{z(t-T) \cdot z(x-2T)\right\} M\left\{z(t-T) \cdot z(x-2T)\right\} dxdt \end{array} \right) = \qquad (19)$$
$$= 2a^3 g^3 \left(s_x^4 T^2 + 2s_x^4 \int_0^T \int_0^T d(t-x+T) d(t-x+T) dxdt \right) = 2a^3 g^3 s_x^4 T^2$$

Підсумовуючи наведені вище результати, і враховуючи, що $a_i = +1$, можна записати:

$$m_2^{J_1} = M\{J_1^2\} = T\left[s_x^4 (2g^2 + 2g^4) + g^2 s_x^4 T + g^4 s_x^4 T + 2g^3 s_x^4 T + 2s_x^2 s_n^2 (1 + 2g^2) + s_n^4 \right]. \qquad (20)$$

Маючи значення перших двох початкових моментів випадкової величини J_1, визначимо її дисперсію

$$D_2^{J1} = m_2^{J1} - \left(m_1^{J1}\right)^2 = T\left[s_x^4 (2g^2 + 2g^4) + g^2 s_x^4 T + g^4 s_x^4 T + 2g^3 s_x^4 T + 2s_x^2 s_n^2 (1 + 2g^2) + s_n^4 \right] -$$
$$- \left(a \cdot g \cdot s_x^2 \cdot T + a^2 \cdot g^2 \cdot s_x^2 \cdot T\right)^2 = T\left[s_x^4 (2g^2 + 2g^4) + 2s_x^2 s_n^2 (1 + 2g^2) + s_n^4 \right]. \qquad (21)$$

Всі добутки, що входять до складу формули (5), за винятком $h_{z,z}(t-T,t-T)$ та $h_{z,z}(t-2T,t-2T)$, є добутками незалежних гауссових випадкових величин, а отже, також є гауссовими величинами. Добутки $h_{z,z}(t-T,t-T)$, $h_{z,z}(t-2T,t-2T)$ мають розподіл c^2, проте при значеннях $T >> 1$ їх теж можна вважати наближеними до гауссового розподілу. Таким чином, J_1, як сума гауссових величин, може розглядатися як випадкова величина з гауссовим розподілом. Звідси щільність розподілу значення сигналу на виході інтегратора I_1 можна описати виразом:

$$f(J_1) = \frac{1}{\sqrt{2p D_2^{J1}}} \cdot \exp\left(-\frac{(J_1 - m_1^{J1})^2}{2D_2^{J1}} \right). \qquad (22)$$

Для величини J_2 вираз (5) перепишемо у вигляді:

$$J_2=\int_0^T [z(t)+a_i\cdot g\cdot z(t-T)+a_i\cdot g\cdot z(t-2T)+n(t)][z(t-2T)+a_i\cdot g\cdot z(t-3T)+$$
$$+a_i\cdot g\cdot z(t-4T)+n(t-2T)]dt=$$
$$=h_{z,z}(t,t-2T)+a_i\cdot g\cdot h_{z,z}(t,t-3T)+a_i\cdot g\cdot h_{z,z}(t,t-4T)+h_{z,n}(t,t-2T)+$$
$$+a_i\cdot g\cdot h_{z,z}(t-T,t-2T)+a_i^2\cdot g^2\cdot h_{z,z}(t-T,t-3T)+a_i^2\cdot g^2\cdot h_{z,z}(t-T,t-4T)+ \qquad (23)$$
$$+a_i\cdot g\cdot h_{z,n}(t-T,t-2T)+a_i\cdot g\cdot h_{z,z}(t-2T,t-2T)+a_i^2\cdot g^2\cdot h_{z,z}(t-2T,t-3T)+$$
$$+a_i^2\cdot g^2\cdot h_{z,z}(t-2T,t-4T)+a_i\cdot g\cdot h_{z,n}(t-2T,t-2T)+h_{n,z}(t,t-2T)+$$
$$+a_i\cdot g\cdot h_{n,z}(t,t-3T)+a_i\cdot g\cdot h_{n,z}(t,t-4T)+h_{n,n}(t,t-2T).$$

Оскільки сигнали $\{z(t),z(t-T),z(t-2T),z(t-3T),z(t-3T)\}$ є попарно ортогональними, то всі доданки із (23) виду $h_{z,z}(c,k),c\neq k$ рівні нулю.

Аналогічно до (7), (8) маємо:

$$m_1^{h_{z,n}(t,t-2T)}=m_1^{h_{z,n}(t-T,t-2T)}=m_1^{h_{z,n}(t-2T,t-2T)}=m_1^{h_{n,z}(t,t-2T)}=m_1^{h_{n,z}(t,t-3T)}=$$
$$=m_1^{h_{n,z}(t,t-4T)}=m_1^{h_{n,n}(t,t-2T)}=0; \qquad (24)$$
$$m_1^{h_{z,z}(t-2T,t-2T)}=a\cdot g\int_0^T M\{z^2(t-2T)\}dt=a\cdot g\cdot s_x^2\int_0^T dt\ \ =a\cdot g\cdot s_x^2\cdot T.$$

Таким чином, початковий момент першого порядку для J_2 рівний сумі доданків із (24) і дорівнює

$$m_1^{J_2}=M\{J_2\}=a\cdot g\cdot s_x^2\cdot T. \qquad (25)$$

Другий початковий момент $m_2^{J_2}$ розрахуємо відповідно до значення

$$m_2^{J_1}=M\{J_1^2\}=M\{[h_{z,n}(t,t-2T)+a_i\cdot g\cdot h_{z,n}(t-T,t-2T)+a_i\cdot g\cdot h_{z,z}(t-2T,t-2T)+$$
$$+a_i\cdot g\cdot h_{z,n}(t-2T,t-2T)+h_{n,z}(t,t-2T)+a_i\cdot g\cdot h_{n,z}(t,t-3T)+ \qquad (26)$$
$$+a_i\cdot g\cdot h_{n,z}(t,t-4T)+h_{n,n}(t,t-2T)]^2\}.$$

Відповідно до співвідношень (11) – (17), отримаємо:

$$m_2^{h_{n,n}(t,t-2T)}=s_n^4T;$$
$$m_2^{h_{z,z}(t-2T,t-2T)}=a^2g^2s_x^4(2T+T^2);$$
$$m_2^{h_{n,z}(t,t-2T)}=m_2^{h_{z,n}(t,t-2T)}=s_x^2s_n^2T; \qquad (27)$$
$$m_2^{h_{z,n}(t-T,t-2T)}=m_2^{h_{z,n}(t-2T,t-2T)}=m_2^{h_{n,z}(t,t-3T)}=m_2^{h_{n,z}(t,t-4T)}=a^2g^2s_x^2s_n^2T.$$

Подвоєні парні добутки елементів, записаних у квадратних дужках виразу (23), дорівнюють нулю відповідно до (18).

Підсумовуючи наведені вище результати, і враховуючи, що $a_i=+1$, можна записати:

$$m_2^{J_2}=M\{J_2^2\}=T\left(2g^2s_x^4+g^2s_x^4T+2s_x^2s_n^2\left(1+2g^2\right)+s_n^4\right). \qquad (28)$$

Дисперсія випадкової величини J_2 дорівнює

$$D_2^{J_2}=m_2^{J_2}-\left(m_1^{J_2}\right)^2=T\left(2g^2s_x^4+g^2s_x^4T+2s_x^2s_n^2\left(1+2g^2\right)+s_n^4\right)-\left(g\cdot s_x^2\cdot T\right)^2=T\left(2g^2s_x^4+2s_x^2s_n^2\left(1+2g^2\right)+s_n^4\right). \qquad (29)$$

Знаючи щільності розподілів для J_1 і J_2, можна отримати щільність розподілу їх суми J відповідно до [7, с. 102]:

$$f(J)=\frac{1}{\sqrt{2p\,D_2^J}}\cdot\exp\left(-\frac{(J-m_1^J)^2}{2D_2^J}\right), \qquad (30)$$

де

$$m_1^J = m_1^{J1} + m_1^{J2} = 2a \cdot g \cdot s_x^2 \cdot T + a^2 \cdot g^2 \cdot s_x^2 \cdot T = 2g \cdot s_x^2 \cdot T + g^2 \cdot s_x^2 \cdot T;$$
$$D_2^J = D_2^{J1} + D_2^{J2} = 2T\left[s_x^4(2g^2 + g^4) + 2s_x^2 s_n^2(1 + 2g^2) + s_n^4\right]. \quad (31)$$

Слід врахувати, що $\forall a \in \{-1;+1\}$ $a^2 = 1$, тому, незалежно від значення переданого символу, до складу величини J входить доданок $g^2 \cdot s_x^2 \cdot T$. Тобто, для відновлення симетричності системи, в якості порогу вирішую чого пристрою В приймача слід використати не 0, а величину $g^2 \cdot s_x^2 \cdot T$.

Ймовірність виникнення помилки при передачі інформаційного символу «1» визначається з виразу

$$P = \frac{1}{\sqrt{2p D_2^J}} \int_{-\infty}^{g^2 \cdot s_x^2 \cdot T} \exp\left(-\frac{(x - m_1^J)^2}{2D_2^J}\right) dx, \quad (32)$$

а для симетричного каналу це визначає й завадостійкість приймача.

Вираз (32) заміною змінної інтегрування може бути приведений до більш зручного для обчислень вигляду:

$$P = \frac{1}{\sqrt{p}} \int_{-\infty}^{G} e^{-t^2} dt, \quad (33)$$

де величина

$$G = -\frac{m_1^J}{\sqrt{2D_2^J}} = -\frac{2 \cdot g \cdot s_x^2 \cdot T}{\sqrt{4T\left[s_x^4(2g^2 + g^4) + 2s_x^2 s_n^2(1 + 2g^2) + s_n^4\right]}}. \quad (34)$$

Виразимо параметр s_n^2 з використанням значення перевищення енергії біта E_b над спектральною щільністю N_0 завади:

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{(1 + 2g^2) \cdot s_x^2 \cdot T}{2s_n^2}; \quad s_n^2 = \frac{(1 + 2g^2) \cdot s_x^2 \cdot T}{2(E_b / N_0)}. \quad (35)$$

З урахуванням (35) формула (34) набуде вигляду

$$G = -\frac{g \cdot \sqrt{T}}{\sqrt{2g^2 + g^4 + \frac{T(1 + 2g^2)^2}{(E_b / N_0)} + \frac{T^2(1 + 2g^2)^2}{4(E_b / N_0)^2}}}. \quad (36)$$

Проведемо також пошук оптимального значення коефіцієнта масштабування інформаційної складової сигналу γ. Для цього знаходимо похідну $\frac{dP(g)}{dg}$, що в даному випадку визначається виразом:

$$\frac{dP(g)}{dg} = \frac{d}{dg}\left[\frac{1}{\sqrt{p}} \int_{-\infty}^{G} e^{-t^2} dt\right] = \frac{1}{\sqrt{p}} \cdot e^{-(G)^2} \cdot \frac{dG}{dg}, \quad (37)$$

та прирівнюємо її до нуля:

$$\frac{1}{\sqrt{p}} \cdot e^{-(G)^2} \cdot \frac{dG}{dg} = 0. \quad (38)$$

Оскільки величина $\frac{1}{\sqrt{p}} e^{-(G)^2} \neq 0$ для $G \neq \infty$, то задача зводиться до пошуку такого γ, при якому G набуває екстремального значення. Виконуючи пошук похідної від G з використанням чисельних методів, можна показати, що значення коефіцієнта γ визначається величиною $g \approx \frac{1}{\sqrt{n}}$.

Для експериментального дослідження описаної системи передачі даних було створено імітаційну модель у середовищі Borland Delphi. На рис. 2 наведено графік залежності завадостійкості системи передачі даних шумовими сигналами з двома лініями затримки з ортогоналізацією та без неї від відношення «сигнал/шум», при T=100, $g = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,7071$, а також результати виконання імітаційного моделювання із аналогічними параметрами.

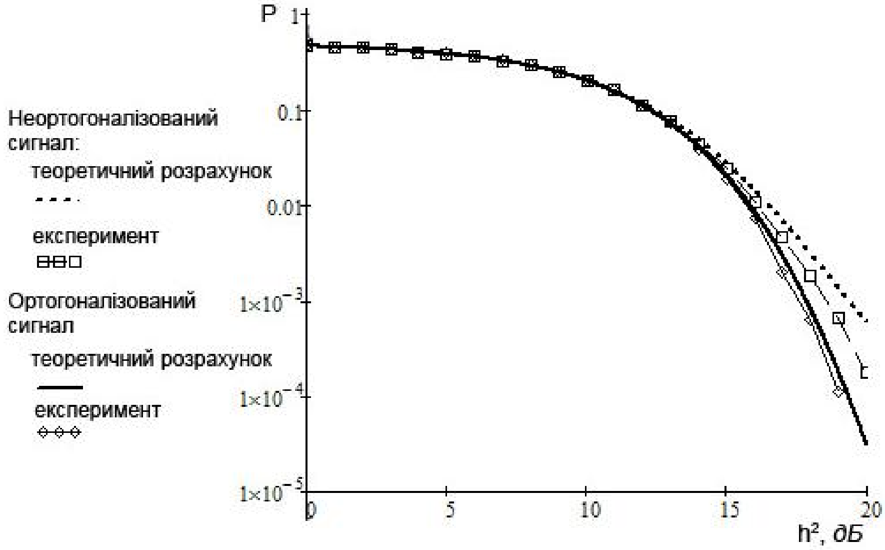

Рис. 2. Залежність завадостійкості системи передачі даних шумовими сигналами від відношення «сигнал/шум» (дБ)

З графіка видно, що ортогоналізація покращує завадостійкість системи передачі даних; зокрема, при E_b/N_0 = 20 дБ маємо ймовірність помилки, меншу майже на порядок. При цьому вплив ортогоналізації на завадостійкість системи передачі даних суттєвий при ймовірності помилки, меншій за 0,01, а саме за таких значень завадостійкості використання систем передачі даних є доцільним.

Висновок

Проведений аналіз завадостійкості бінарного приймача шумових сигналів, що має дві лінії затримки та ортогоналізатор. Результати теоретичного аналізу перевірені на імітаційній моделі системи.

Застосування ортогоналізації сигналів передавача дозволяє збільшити завадостійкість системи передачі даних шумовими сигналами з двома лініями затримки без погіршення інших характеристик даної системи. Це дозволяє використовувати описану модифікацію системи для покращення її характеристик.

Література

1. Семенов А.М. Широкополосная радиосвязь / А.М. Семенов, А.А. Сикарев. – М., Воениздат, 1970. – 280 с.

2. Wai Tam, Francis Lau, Chi Tse, Digital communication with chaos. – N.Y.: Elsevier, 2006. – 256 p.

3. Feng J.C., Tse C.K., Reconstruction of chaotic signals with applications to chaos-based communications. – Singapore, World Scientific Publishing Co, 2007. – 218 p.

4. Журавель П.Д. Завадостійкість автокореляційного бінарного приймача шумового сигналу з двома субканалами / П.Д. Журавель, С.М. Первунінський // матеріали V Міжнародного науково-технічного симпозіуму «Новітні технології в комунікаціях». Карпати, Вишків, 17-21.01.2012. Збірник тез ДУІКТ-Карпати’2012. – К., 2012, С. 135–136.

5. Дідковський Р. М. Теоретичне та експериментальне дослідження завадостійкості системи на основі кореляційно-шумової модуляції з додаванням ортогоналізованої компоненти / Р.М. Дідковський, С.С. Гузнін // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2010. – № 1. – С. 217–225.

6. Тихонов В.И. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем / В.И. Тихонов, В.Н. Харисов. – М. : «Радио и связь», 1991. – 608 с.

7. Вадзинский Р.Н. Справочник по вероятностным распределениям / Вадзинский Р.Н . – СПб., Наука, 2001. – 295 с.

Рецензент: д.т.н. Рудницький В.М.
Надійшла 11.2.2012 р.