

6. Мойсеєнко Ф.А. Проектування в'язальних машин / Мойсеєнко Ф.А. – Харків : Основа, 1994. – 336 с.
7. Голубенцев А.Н. Динамика переходных процессов в машинах со многими массами / Голубенцев А.Н. – М. : Машгиз, 1959. – 306 с.
8. Кожевников С.Н. Динамика машин с упругими звеньями / Кожевников С.Н. – К. : Изд-во АН УССР, 1961. – 190 с.
9. Піпа Б.Ф. Динаміка круглов'язальних машин / Піпа Б.Ф., Хомяк О.М., Павленко Г.І. – К. : КНУТД, 2005. – 294 с.

Надійшла 19.5.2012 р.
Рецензент: д.т.н. Піпа В.П.

УДК 624.13

О.В. БАГРІЙ, В.В. КОВТУН
Хмельницький національний університет

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ВИЗНАЧЕННЯ МОДУЛЯ ЮНГА І КОЕФІЦІЄНТА ПУАССОНА СИПКОГО МАТЕРІАЛУ

Розглядаються схеми лабораторних випробувань зразків дискретного матеріалу для визначення величин двох характеристик моделі лінійної теорії пружності: модуля Юнга і коефіцієнта Пуассона.

Considered scheme of laboratory tests of samples of a discrete material for determining the values of two characteristics of the model of the linear theory of elasticity: Young's modulus and Poisson's ratio.

Ключові слова: дискретне середовище, модуль Юнга, коефіцієнт Пуассона.

Вступ

Розрахунок елементів інженерних конструкцій, що взаємодіють з природними ґрунтами; огорожень сховищ технологічних відходів; бункерів і силосів для зберігання зерна, піску, щебеню; транспортних засобів для перевезення наслідних вантажів і т.п. зводиться до моделювання напружено-деформованого стану дискретного середовища.

Теоретичні моделі дискретного середовища використовують складні нелінійні визначальні співвідношення [1]. Для призначення необхідних розрахункових параметрів таких моделей в кожному випадку необхідно використовувати спеціальні методики і лабораторне обладнання. Крім того, реалізація складних фізично нелінійних задач вимагає розробки спеціальних ітераційних алгоритмів на кожному етапі яких розв'язується лінійна задача теорії пружності. Тому в багатьох випадках для оцінки напружено-деформованого стану дискретного середовища використовують найпростішу модель лінійної теорії пружності, що вимагає обґрунтованого призначення осереднених величин параметрів моделі лінійної теорії пружності конкретного дискретного матеріалу. Відомо, що у фізичні рівняння моделі – у рівняння узагальненого закону Гука – входять тільки дві пружні сталі, які повинні бути незалежно визначені експериментальними методами.

В рішеннях задач теорії пружності використовують декілька пружних сталей: модуль Юнга, модуль зсуву, коефіцієнт Пуассона, модуль об'ємної деформації, параметр Ляме та ін., але незалежними з них можуть бути тільки дві.

Вказані характеристики для дискретного матеріалу не є пружними сталими, а можуть розглядатись тільки як параметри моделі.

Метою досліджень є створення методик і лабораторного обладнання для визначення осереднених параметрів моделі лінійної теорії пружності за результатами випробувань зразків дискретного матеріалу.

Стан проблеми

Характеристики пружності класичних конструкційних матеріалів визначають за результатами випробувань зразків в умовах простих навантажень на розтяг, стиск або кручення. Такі випробування неможливі для дискретних матеріалів. Напружений стан дискретного матеріалу може бути тільки складним (тривісним), а деформативний – тривісним, плоским чи одновісним, тому для випробувань зразків дискретного матеріалу розробляється спеціальне обладнання. Наприклад, осереднене значення модуля Юнга визначають за результатами компресійних випробувань в умовах одновісної деформації. В цих випробуваннях матеріал вміщують в циліндричну порожнину (в металеву обойму) і навантажують через жорсткий штамп осьовою силою N з одночасним заміром переміщення Δ штампа. На кожному етапі навантаження визначають осьові напруження $s = N/A$ і деформації $e = \Delta/h$ (A – площа поперечного перерізу, h – висота зразка). Модуль Юнга E знаходять як кутовий коефіцієнт січної експериментального графіка $s = f(e)$ в діапазоні його лінеаризації, $E = \Delta s / \Delta e$. Ця загальнозживана методика визначення модуля Юнга E має два недоліки.

В зразку виникає неоднорідний напружений стан у зв'язку зі спотворюючим впливом сил тертя по

поверхні контакту зразка і обойми.

При деформуванні зразка в умовах одновісної деформації в ньому виникає складний напружений стан. В рівняння узагальненого закону Гука, що описують зв'язок напруженого і деформованого станів в цьому випадку входять як модуль Юнга E , так і коефіцієнт Пуассона ν . Тому величина модуля E може бути однозначно знайдена за результатами компресійних випробувань тільки у випадку додаткового незалежного визначення коефіцієнта Пуассона ν .

Описання методики визначення деформаційних параметрів

Для ліквідації вказаних недоліків авторами статті запропоновано оригінальні спосіб і прилад [2, 3] застосування яких дозволяє незалежно визначити два деформаційних параметри E і ν дискретного матеріалу за результатами випробувань зразків у два етапи.

На першому етапі (рис. 1, а) здійснюють осьовий стиск зразка в обоймі без можливості бічного розширення і вимірюють вертикальні зусилля і деформації, які ступенями або з постійною швидкістю змінюються в процесі навантаження. На другому етапі в тій же обоймі випробовують порожнистий циліндричний зразок за схемою радіального навантаження по внутрішній поверхні без можливості осьових деформацій (рис. 1, б). В процесі навантаження заміряють тиск P і радіальне переміщення d внутрішньої циліндричної поверхні зразка.

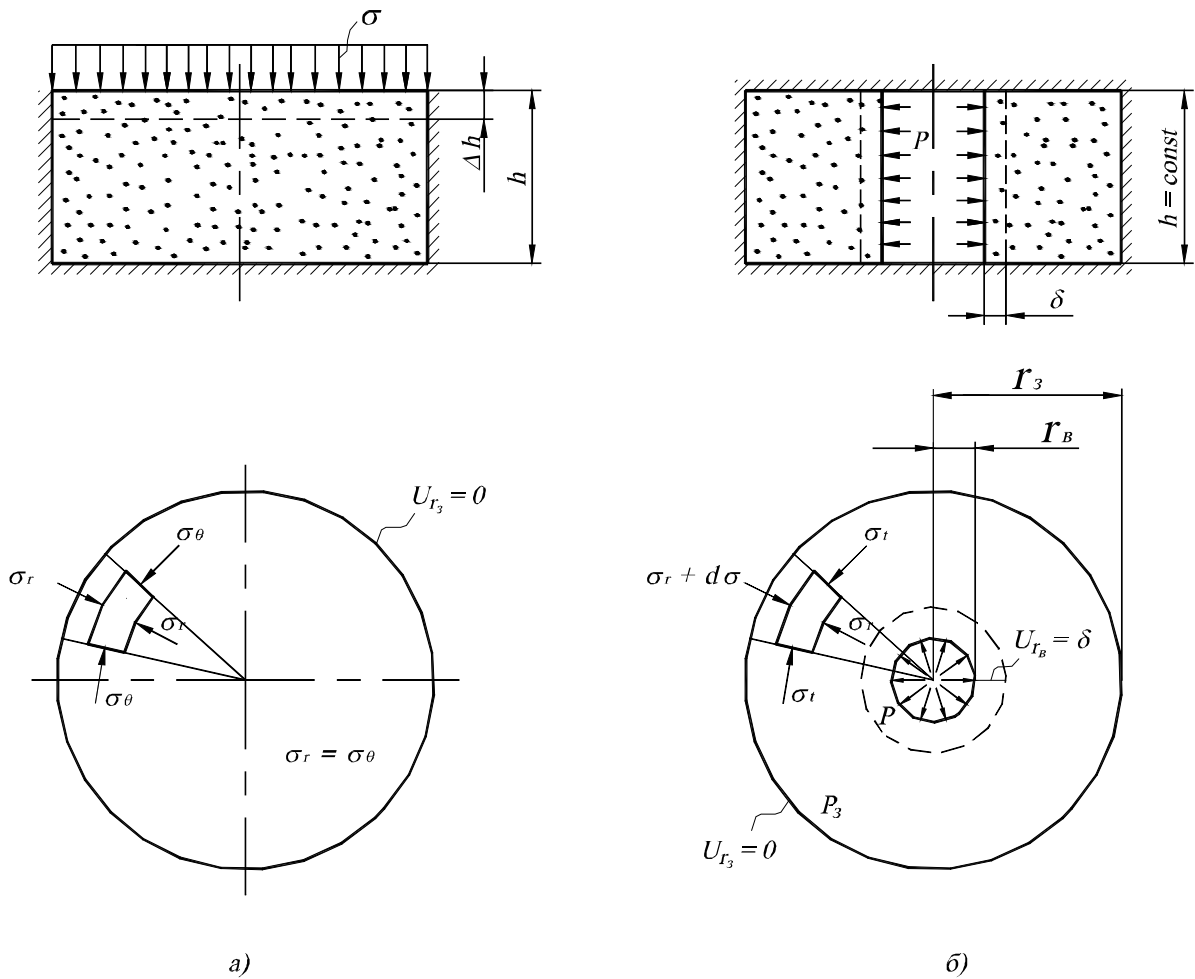


Рис. 1. Схема випробування для визначення параметрів пружності:
 а) перший етап навантаження – осьовим тиском;
 б) другий етап навантаження – радіальним тиском

Напружений стан зразка на першому етапі характеризується трьома головними напруженнями $s_z = N/A$, $s_r = s_q$, а деформативний – трьома головними деформаціями $e_z = \Delta h/h$; $e_r = e_q = 0$.

Співвідношення між напруженнями s_z , s_r , s_q , що виникають в процесі осьового навантаження зразка, знайдемо з рівнянь узагальненого закону Гука для умов одновісної деформації

$$\begin{cases} e_z = \frac{1}{E} [s_z - n(s_r + s_q)]; \\ e_r = \frac{1}{E} [s_r - n(s_z + s_q)] = 0; \\ e_q = \frac{1}{E} [s_q - n(s_r + s_z)] = 0. \end{cases} \quad (1)$$

З двох останніх рівнянь випливає

$$\begin{cases} s_r = ns_z + ns_q \\ s_q = ns_z + ns_r \end{cases} \rightarrow s_r = s_q \text{ і} \quad (2)$$

$$s_r = s_q = s_z \frac{n}{1-n}.$$

Підставимо вираз (2) в перше рівняння закону Гука

$$e_z = \frac{1}{E} (s_z - 2ns_r) = \frac{1}{E} s_z \left(1 - \frac{2n^2}{1-n} \right) = \frac{1}{E} s_z \frac{1-n-2n^2}{1-n}. \quad (3)$$

Одержана теоретична залежність між напруженнями s_z і деформаціями e_z , величини яких фіксуються в експерименті при кожному навантаженні, встановлює зв'язок між модулем деформації E і коефіцієнтом Пуассона n

$$E = \frac{s_z}{e_z} \cdot \frac{1-n-2n^2}{1-n}. \quad (4)$$

В кожному досліді цей зв'язок конкретизується шляхом лінеаризації експериментальної кривої $s_z = f(e_z)$ на відповідній ділянці $\Delta s_z \div \Delta e_z$

$$E = \frac{1-n-2n^2}{1-n} \cdot \frac{\Delta s_z}{\Delta e_z} = K'(n) \cdot \frac{\Delta s_z}{\Delta e_z}. \quad (5)$$

У вираз (5) входять два невідомих параметри E і n . Для встановлення їх величин необхідна ще одна залежність, яку можна одержати за результатами випробувань за описаною вище схемою радіального навантаження (рис. 2). Порожній циліндричний зразок навантажується внутрішнім тиском P з одночасною фіксацією переміщень d внутрішнього контуру.

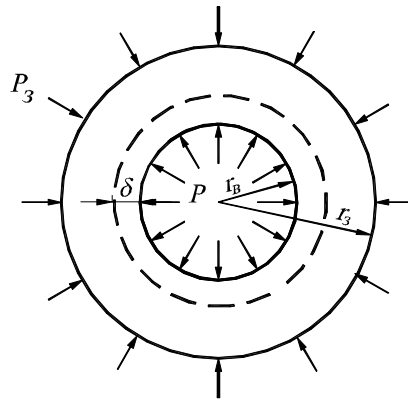


Рис. 2. Навантаження зразка на другому етапі випробувань

Напружено-деформований стан зразка при такому навантаженні можна встановити з рішення Ляме для вісесиметричного навантаження товстостінних циліндрів.

Запишемо рішення Ляме для визначення радіальних переміщень точок товстостінного циліндра

$$u = \frac{1-n-2n^2}{E} \cdot \frac{P r_6^2 - P_3 r_3^2}{r_3^2 - r_6^2} r + \frac{1+n}{E} \cdot \frac{(P - P_3) r_6^2 r_3^2}{(r_3^2 - r_6^2) r}. \quad (6)$$

Використаємо граничні умови.

Для $r = r_3$, $u = 0$. З виразу (6) знаходимо невідомий тиск на зовнішньому контурі зразка

$$P_3 = \frac{2r_6^2(1-n^2)}{(1-n-2n^2)r_3^2 + (1+n)r_6^2} P. \quad (7)$$

Для $r = r_6$, $u = d$. З виразу (6) одержуємо друге співвідношення між деформаційними параметрами E і n

$$E = \frac{(1-n-2n^2)(P r_6^3 - P_3 r_6 r_3^2) + (1+n)(P - P_3) r_6^2 r_3^2}{d(r_3^2 - r_6^2)}, \quad (8)$$

яке після лінеаризації експериментальної залежності $P = F(d)$ можна спрощено записати у вигляді, подібному виразу (5)

$$E = K''(n) \frac{\Delta P}{\Delta d}. \quad (9)$$

З двох залежностей (5) і (9) визначають величини двох параметрів теорії пружності E і n . Для спрощення обчислень використовують номограми або спеціальні комп'ютерні програми.

Обладнання для визначення деформаційних параметрів E і n

Для реалізації описаного способу створено лабораторний прилад, загальний вигляд камери якого показано на рис. 3, а конструктивну схему – на рис. 4.

Прилад (рис. 4) складається з основи 1, штампа 6, що одночасно опирається на зразок і стисні стінки, обойми 3, напрямних шпильок 4, індикаторів переміщень (месур) 5. Розміри зразка у камері приладу: $d = 80$ мм, $h = 50$ мм.

В основу 1 з перфорованим дном по осі зразка на першому етапі випробувань вгвинчується пробка 2, а на другому – пустотіла перфорована колонка 7, оточена тонкою еластичною оболонкою 8 для передачі на зразок радіального тиску води.

Тиск створюється пресовим циліндром 10 і фіксується манометром 11. Об'єм води, який потрапляє в порожнину колонки 7, фіксується волюметром 9, який виконано у вигляді пустотілого градуйованого циліндра з поршнем.

Випробування дискретного матеріалу на описаному приладі проводять в такій послідовності.

На першому етапі (рис. 4, а) всередину обойми 3 вміщують зразок матеріалу. На вирівнювання поверхню зразка і верх обойми встановлюють штамп 2, що передає осьові зусилля одночасно як на зразок, так і на стінки обойми. Стінки обойми виконані з тонких металевих кілець і еластичних прошарків. Це дозволяє стінкам стискуватись в осьовому напрямку разом зі зразком і завдяки великій радіальній жорсткості кілець забезпечує умови неможливості його деформування в радіальному напрямку. Вказане технічне рішення дозволяє уникнути принципового недоліку компресійних приладів з жорсткою обоймою, де навантаження через штамп передається тільки на зразок. При осьових деформаціях зразка частинки матеріалу на контакті з обоймою переміщуються відносно бічних стінок обойми. Сили тертя, що виникають при цьому, спотворюють результати випробувань. Завдяки тому, що у створеному приладі стінки обойми стискуються разом зі зразком, не відбувається проковзування частинок дискретного матеріалу відносно стінок обойми і, отже, не виникають сили тертя між матеріалом і обоймою.



Рис. 3. Загальний вигляд камери приладу для визначення параметрів пружності дискретних матеріалів

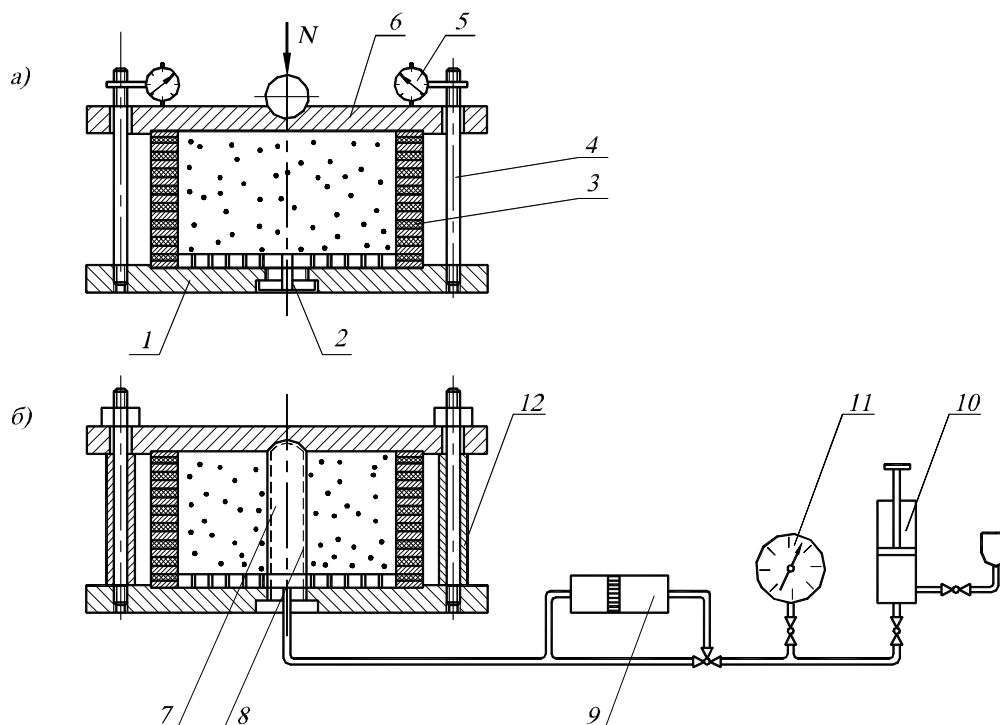


Рис. 4. Прилад для визначення параметрів пружності дискретних матеріалів:
а – перший етап навантаження; б – другий етап навантаження

Після монтажу камери зразок і бокові стінки обойми через штамп навантажують осьовою силою з одночасною фіксацією вертикальних деформацій. Ступеневе навантаження здійснюють за допомогою

важільної системи, а осьові переміщення штамп фіксують індикаторами. Плавне навантаження зі сталою швидкістю проводилося на стандартній випробувальній машині ІР 5057-50 із записом діаграми „сила – переміщення”.

Загальна осьова сила N передається як на зразок N_3 , так і на стінки обойми N_0 , $N = N_3 + N_0$. Для визначення складової N_0 проводять спеціальні тарувальні досліди, у яких стискають з фіксацією переміщень штамп тільки стінки обойми, без зразка. Ординати реальної діаграми " $N_3 - \Delta$ " одержують як різницю ординат двох діаграм, $N_3 = N - N_0$. На рис. 5 для прикладу показані: загальна, тарувальна і остаточна діаграми, що одержані за результатами випробувань зразків сухого кварцового піску. $N_3 = f(\Delta)$ використовується для визначення пружних параметрів за формулою (5).

На другому етапі досліджень (рис. 4, б) повертають штамп 6 лункою вниз, замість пробки 2 в основу 1 вгвинчують пустотілу перфоровану колонку 7, оточену еластичною оболонкою 8, і монтують камеру приладу. В просторі між оболонкою 8 і внутрішньою поверхнею обойми 3 розміщують зразок дискретного матеріалу. На напрямні шпильки 4 надівають дистанційні трубки 12, довжина яких дорівнює початковій висоті зразка, і за допомогою гайок нерухомо закріплюють штамп. Це забезпечує виконання умов плоскої деформації. Використовуючи пресовий циліндр 10, всередині порожнини зразка створюють необхідний тиск P , величину якого визначають за допомогою манометра 11. Об'єм рідини, що надійшла у порожнину, фіксують по градуйованій стінці циліндра волюметра. За зміною об'єму визначають реальні переміщення d внутрішнього контуру циліндра. Використовуючи експериментальний графік " $P - d$ " за допомогою формули (5) одержують друге необхідне для визначення деформаційних параметрів співвідношення (9).

Таким чином, поетапне осьове і радіальне навантаження зразка на розробленому приладі дозволяє однозначно визначити в умовах плоскої деформації осереднене значення параметрів E і ν дискретного матеріалу, що необхідні для розрахунків за допомогою моделі лінійно-деформівного середовища.

Висновки

Запропоновано методики та лабораторне обладнання для визначення двох механічних характеристик дискретного матеріалу: модуля Юнга E і коефіцієнта Пуассона ν . Це дозволяє використовувати для оцінки напружено-деформованого стану дискретного середовища найпростішу модель лінійної теорії пружності.

Література

1. Ковтун В.В. Визначальні співвідношення механіки дискретного середовища / В. В. Ковтун // Вісник ХНУ. Технічні науки. – 2008. – № 5. – С. 69–75.
2. Пат. 11675 Україна, МПК (2006) G 01 № 33/24. Спосіб визначення деформаційних параметрів пористих матеріалів за результатами лабораторних випробувань / заявники Ковтун В. В., Багрій О. В.; власник Хмельн. нац. ун-т. – № у 2005 03929; заявл. 25.04.05; опубл. 16.01.06, Бюл. № 1. – 3 с.
3. Пат. 18390 Україна, МПК (2006) G 01 N 33/24. Пристрій для лабораторних випробувань пористих матеріалів / заявники Ковтун В. В., Багрій О. В.; власник Хмельн. нац. ун-т. – № у 2006 03878; заявл. 07.04.06; опубл. 15.11.06, Бюл. № 11. – 4 с.

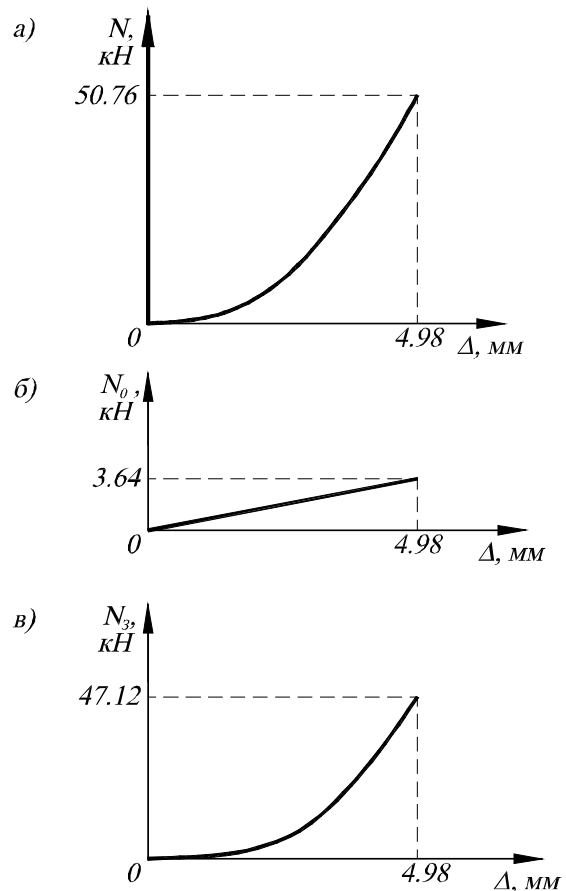


Рис. 5. Експериментальні діаграми: а – загальна; б – тарувальна; в – остаточна

Надійшла 17.5.2012 р.

Статтю представляє: д.т.н. Ковтун В.В.