

16. Иванов Д.Е. Построение инициализирующих последовательностей синхронных цифровых схем с помощью генетических алгоритмов / Д.Е. Иванов, Ю.А. Скобцов, А.И. Эль-Хатиб // Проблемы информационных технологий, 2007. – №1. – С. 158–164.
17. Иванов Д.Е. Генетический подход проверки эквивалентности последовательностных схем / Д.Е. Иванов // Радиоелектроніка. Інформатика. Управління. – Запоріжжя, ЗНТУ, 2009. – № 1 (20). – С. 118–123.
18. Rudnick E.M. State Justification using Genetic Algorithms in Sequential Circuit Test Generation / Elizabeth M. Rudnick, Janak H. Patel // Tech. Report CRHC-96-01/UIIU-ENG-96-2201, Coordinated Science Laboratory, University of Illinois, Urbana, IL.- Jan.1996
19. Sean L. Essentials of Metaheuristics [Електронний ресурс] / L. Sean. – Режим доступу : [http://cs.gmu.edu/~sim\\$sean/book/metaheuristics/](http://cs.gmu.edu/~sim$sean/book/metaheuristics/)
20. Niermann T.M. PROOFS: A Fast, Memory-Efficient Sequential Circuits Fault Simulator / T.M. Niermann, W.-T. Cheng, J.H. Patel // IEEE Trans. CAD, 1992.- V.11.- №2.- P.198-207.
21. Иванов Д.Е. Параллельное моделирование неисправностей для последовательностных схем / Д.Е. Иванов, Ю.А. Скобцов // Искусственный интеллект, 1999. – № 1. – С. 44–50.

Надійшла 14.5.2012 р.  
Рецензент: д.т.н. Скобцов Ю.А.

УДК 621.396.98

Ю.М. ВОЛОВИК, А.Ю. ВОЛОВИК, М.А. ШУТИЛО  
Вінницький національний технічний університет  
В.В. ЗАГОРСЬКИЙ  
Вінницький технічний коледж

## КВАЗІОПТИМАЛЬНА ФІЛЬТРАЦІЯ РІЗНОТОЧНИХ КУТОВИХ ВИМІРЮВАНЬ В СИСТЕМІ ПОСАДКИ САНТИМЕТРОВОГО ДІАПАЗОНУ

*В статті розглядається задача фільтрації різноточних куткових вимірювань, які проводяться на борту повітряного судна в процесі заходу на посадку. Пропонуються квазіоптимальні методи фільтрації аномальних похибок куткових вимірювань, ефективність яких підтверджується результатами статистичного моделювання.*

*In article the problem of a filtration of angular measurements of the different accuracy which is carried out onboard an aircraft in the course of landing approach is considered. The suboptimal method's of a filtration of abnormal errors of the angular measurements which efficiency is confirmed by results of statistical modeling is offered.*

Ключові слова: оптимальна нелінійна фільтрація, фільтр Калмана, статистичне моделювання

**Вступ.** Радіомаячні системи посадки сантиметрового діапазону (MLS-Microwave Landing System) розробляються на основі рішень Міжнародної організації цивільної авіації (ICAO) від 1972 р. Вони призначені для отримання на борту повітряного судна (ПС) та видачі екіпажу і в систему автоматичного керування польотом інформації про кути відхилення ПС від номінальної траєкторії посадки у вертикальній та горизонтальній площинах, віддалі до розрахованого місця приземлення, стану злітно-посадкової смуги, категорії метеомінімуму обслуговування та тощо. В якості міжнародного стандарту прийнята система TRSB (Time Reference Scanning Beam) [1, 2], параметри якої регламентовані ICAO. Стандартом ICAO до системи посадки сантиметрового діапазону передбачені підвищені вимоги щодо точності та надійності виведення ПС у напрямку на злітно-посадкову смугу, які забезпечуються новим принципом отримання куткових координат на борту ПС, надмірністю формату радіосигналу та методами обробки результатів радіовимірювань, що ґрунтуються на застосуванні новітніх інформаційних технологій.

**Постановка задачі.** Оскільки система посадки сантиметрового діапазону використовує більш високі частоти ніж СП-50, СП-70 та ILS, то численні завади, внутрішньо променеві відбиття радіосигналу, що пов'язані з топографією району посадки та наявністю приаеродромних споруд суттєво послаблюються, однак повністю усунути їх не вдалось. Інтерференція прямого та відбитого сигналів може призводити до падіння рівня корисного сигналу нижчого за припустимий і за таких умов упевнений прийом сигналів куткових радіомаяків стає неможливим, а в потоці посадочних даних з'являється випадкові пропуски окремих результатів вимірювань або вони будуть супроводжуватись нечастими аномальними похибками [4].

Проте, в процесі керування польотом ПС повинна використовуватись лише надійна інформація, а тому актуальною є розробка таких методів оцінювання куткових координат ПС, які поєднують високу точність та достовірність отриманих оцінок з підвищеною стійкістю до комплексу можливих порушень працездатності радіовимірювального тракту.

Однією з перших робіт цього напрямку можна вважати роботу [8], у якій підкреслювалось, що безпосереднє застосування результатів Калмана до задачі обробки малодостовірних результатів первинних радіовимірювань наштовхується на певні труднощі, так як згідно з [6], необхідна повнота апріорної інформації про динамічну модель інформативного параметра та статистичних властивостях супутніх збурень та завад. У тому випадку, коли така інформація відсутня, задача оптимізації обробки радіосигналів стає некоректно поставленою. Деякі автори [7] пропонують іти шляхом використання принципів адаптації з

вирішенням задачі сукупного виявлення корисного сигналу та оцінювання його параметрів. У більш пізніших роботах [3, 5, 6], концепція адаптивної обробки малодостовірних вимірювань у темпі реального часу переважно розвивалась на основі байєсового підходу, згідно якого оптимальна оцінка кутових координат ПС реалізується за формулою

$$\mathbf{x}^*(k+1/k+1) = \sum_{n=1}^{\sigma} \mathbf{x}_n^*(k+1/k+1) p[\theta(k+1) = n/Y_1^{k+1}], \quad (1)$$

і потребує надмірних апаратних та програмних затрат, пов'язаних з реалізацією паралельної роботи пари модельно-умовних фільтрів Калмана відповідно до висунутих гіпотез про нормальний режим роботи радіовимірювального тракту та його альтернативи – наявність розладнень. Причому усі обчислення у правій частині (1) повинні виконуватись у темпі надходження результатів первинних радіовимірювань.

**Мета роботи** полягає в розробці методу спрощення процедури дискретної фільтрації (1), яку пропонується звести до класичного фільтра Калмана доповненого схемою керування матричним коефіцієнтом передачі в колі зворотного зв'язку. Спрощення пристрою фільтрації базується на тому факті, що при появі неполадок величина  $\sigma$  стає значно більшою одиниці. Подібні питання частково уже розглядалися у роботах [6,7], але безвідносно до специфіки системи посадки ПС сантиметрового діапазону.

**Квазіоптимальна фільтрація з редагуванням результатів спостережень.** Розглянемо розгорнуті співвідношення для поточної оцінки (1), отриманої на основі використання моделей [5]

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}(k+1, k) \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}(k+1, k) \mathbf{w}(k); \quad (2)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}(k) \mathbf{x}(k) + \theta(k) \mathbf{n}(k); \quad (3)$$

де  $\mathbf{x}(k) = [x_1(k), x_2(k)]^T$  – значення кута місця ПС та швидкості його зміни у поточний момент часу  $k$ , відповідно;  $\mathbf{y}(k)$  – результати кутових вимірювань;

$$\mathbf{A}(k+1, k) = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}(k+1, k) = [0 \ 1]^T, \quad \mathbf{C}(k+1) = [1 \ 0] \text{ – системні матриці};$$

$\mathbf{w}(k), \mathbf{n}(k)$  – гаусові білі послідовності з нульовим середнім значенням та апіорно заданими кореляційними матрицями  $\mathbf{Q}(k) = 17 \cdot 10^{-4}$  (град / с<sup>2</sup>)<sup>2</sup>,  $\mathbf{R}(k) = 36 \cdot 10^{-4}$  (град.)<sup>2</sup>;  $\theta(k)$  – некорельована випадкова послідовність, яка описує статистичні властивості аномальних похибок кутових вимірювань, при цьому вона може приймати лише два значення 1,  $\sigma$  ( $\sigma \gg 1$ ) з апіорно заданими ймовірностями

$$p[\theta(k) = 1] = q_1(k); \quad p[\theta(k) = \sigma] = q_\sigma(k) = 1 - q_1(k);$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^*(k+1/k+1) = & \{ \mathbf{A}(k+1, k) \mathbf{x}^*(k/k) + \mathbf{K}_1(k+1) [\mathbf{y}(k+1) - \mathbf{C}(k+1) \mathbf{A}(k+1, k) \cdot \\ & \cdot \mathbf{x}^*(k/k)] \} p[\theta(k+1) = 1/Y_1^{k+1}] + \\ & + \{ \mathbf{A}(k+1, k) \mathbf{x}^*(k/k) + \mathbf{K}_\sigma(k+1) [\mathbf{y}(k+1) - \mathbf{C}(k+1) \mathbf{A}(k+1, k) \cdot \\ & \cdot \mathbf{x}^*(k/k)] \} p[\theta(k+1) = \sigma/Y_1^{k+1}]. \end{aligned} \quad (4)$$

Випадок  $\theta(k)=1$  відповідає номінальним умовам роботи радіовимірювального тракту, при цьому кореляційна матриця шумів вимірювань  $\mathbf{R}(k)$  визначається регламентованими похибками первинних бортових вимірювань кутових координат ПС, а поява раптових аномалій враховується зростанням шумів радіовимірювального тракту до величини  $\sigma^2 \mathbf{R}(k)$ . Зведення подібних членів у (4) дозволяє отримати вираз для поточної оцінки, який за формою запису співпадає з оцінкою отриманою за методом Калмана

$$\mathbf{x}^*(k+1/k+1) = \mathbf{A}(k+1, k) \mathbf{x}^*(k/k) + \mathbf{K}_M(k+1) [\mathbf{y}(k+1) - \mathbf{C}(k+1) \mathbf{A}(k+1, k) \mathbf{x}^*(k/k)], \quad (5)$$

де  $\mathbf{K}_M(k+1) = \mathbf{K}_1(k+1) p[\theta(k+1) = 1/Y_1^{k+1}] + \mathbf{K}_\sigma(k+1) p[\theta(k+1) = \sigma/Y_1^{k+1}]$  являє собою модифіковану матрицю передачі фільтра Калмана. Покажемо, що при  $\sigma \gg 1$  величина  $\mathbf{K}_M(k+1)$  з достатньою точністю може бути представлена наближеним співвідношенням:

$$\mathbf{K}_M(k+1) \approx p[\theta(k+1) = 1/Y_1^{k+1}] \mathbf{P}_1(k+1/k+1) \mathbf{C}(k+1) \mathbf{R}^{-1}(k+1). \quad (6)$$

Для цього порівняємо між собою матриці передачі  $\mathbf{K}_1(k+1)$  та  $\mathbf{K}_\sigma(k+1)$ , попередньо записавши їх у вигляді

$$\mathbf{K}_1(k+1) = \mathbf{P}(k+1/k) \mathbf{C}^T(k+1) [\mathbf{C}(k+1) \mathbf{P}(k+1/k) \mathbf{C}^T(k+1) + \mathbf{R}(k+1)]^{-1};$$

$$\mathbf{K}_\sigma(k+1) = \mathbf{P}(k+1/k) \mathbf{C}^T(k+1) [\mathbf{C}(k+1) \mathbf{P}(k+1/k) \mathbf{C}^T(k+1) + \sigma^2 \mathbf{R}(k+1)]^{-1}.$$

Отримані вирази відрізняються лише останніми співмножниками. Порівняємо тільки їх, попередньо скориставшись матричною тотожністю  $(\mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{A}^T + \mathbf{D})^{-1} = \mathbf{D}^{-1} - \mathbf{D}^{-1} \mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{A}^T \mathbf{D}^{-1}$  [7]. Після відповідних перетворень отримаємо:

$$\mathbf{R}^{-1}(k+1) [ \mathbf{I} - \mathbf{C}(k+1) \mathbf{P}(k+1/k) \mathbf{C}^T(k+1) \mathbf{R}^{-1}(k+1) ]; \quad (7)$$

$$( \mathbf{1}/\sigma^2 \mathbf{R}^{-1}(k+1) [ \mathbf{I} - \mathbf{C}(k+1) \mathbf{P}(k+1/k) \mathbf{C}^T(k+1) \mathbf{R}^{-1}(k+1) ] ). \quad (8)$$

Оскільки вирази у квадратних дужках невід'ємні (фільтри, які розглядаються є стійкими), а величина  $\sigma \gg 1$ , наприклад  $\sigma = 30$  [5], то порівняння (7) з (8) показує, що другою складовою у виразі (5) для модифікованої матриці передачі  $\mathbf{K}_M(k+1)$  можливо знехтувати. Таким чином наближене рівняння для поточної оцінки  $\mathbf{x}^*(k+1/k+1)$  матиме вигляд

$$\mathbf{x}^*(k+1/k+1) \approx \mathbf{A}(k+1, k) \mathbf{x}^*(k/k) + p[\theta(k+1) = 1/Y_1^{k+1}] \mathbf{P}_1(k+1/k+1) \mathbf{C}(k+1) \mathbf{R}^{-1}(k+1) \cdot [\mathbf{y}(k+1) - \mathbf{C}(k+1) \mathbf{A}(k+1, k) \mathbf{x}^*(k/k)]. \quad (9)$$

Структурна схема квазіоптимального пристрою обробки визначається рівнянням (9) і показана на рис. 1.

Відносно зображеної структури корисно зробити наступні коментарі:

- - додатковий блок керування матрицею передачі фільтра Калмана не спотворює роботу оптимального фільтра у режимі, коли розладнання відсутні і таким чином зберігається послідовність переходу від традиційних методів фільтрації до методів фільтрації підвищеної точності та достовірності за умови наявності розладнань у кутовому радіоканалі;
- - оскільки сигнал керування  $p[\theta(k+1) = 1/Y_1^{k+1}]$  залежить від результатів поточних вимірювань, то синтезований пристрій є нелінійним, а механізм виявлення розладнань втілюється у процедурі обчислення апостеріорної ймовірності  $p[\theta(k+1) = 1/Y_1^{k+1}]$ ;
- - поєднання функцій виявлення і оцінювання надає пристрою ознак адаптації, тому що при виявленні розладнань сигнал керування переводить фільтр Калмана у режим роботи екстраполятора, не використовуючи при цьому поточні дані, які мають низьку достовірність.

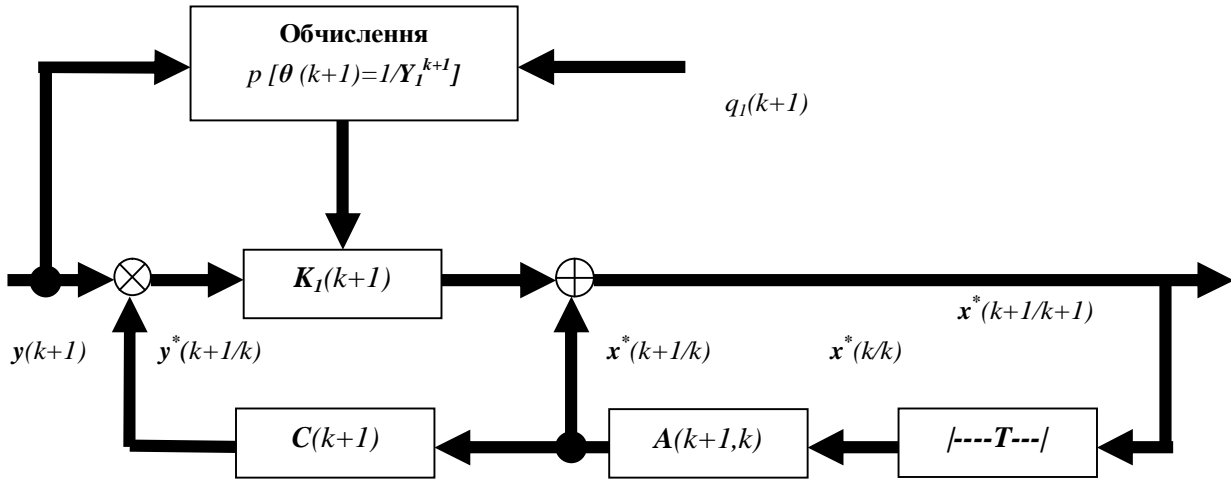


Рис. 1. Структура квазіоптимального фільтра з ймовірнісним механізмом корегування результатів первинних вимірювань кутових координат ПС

Щодо точності отриманих оцінок (див. Додаток А), то вона визначається виразом (10)

$$P(k+1/k+1) \approx P(k+1/k) - K_M(k+1)C(k+1)P(k+1/k) + \frac{[1-p[\theta(k+1) = 1/Y_1^{k+1}]}{p[\theta(k+1) = 1/Y_1^{k+1}]} K_M(k+1)L(k+1)K_M^T(k+1) \quad (10)$$

де  $L(k+1) = [y(k+1) - C(k+1)A(k+1, k)x^*(k/k)] \cdot [y(k+1) - C(k+1)A(k+1, k)x^*(k/k)]^T$ ;

$$K_M(k+1) = p[\theta(k+1) = 1/Y_1^{k+1}]P_1(k+1/k+1)C(k+1)R^{-1}(k+1) \quad \text{— модифікована}$$

матриця передачі фільтра Калмана.

Апостеріорна ймовірність  $p[\theta(k+1) = 1/Y_1^{k+1}]$ , яка керує матричним коефіцієнтом передачі фільтра Калмана, обчислюється на підставі формули (11) [5]

$$q_1(k+1)f[y(k+1)/Y_1^k, \theta(k+1) = 1] = \frac{q_1(k+1)f[y(k+1)/Y_1^k, \theta(k+1) = 1] + [1 - q_1(k+1)]f[y(k+1)/Y_1^k, \theta(k+1) = \sigma]}{1} \quad (11)$$

де  $q_1(k+1) = p[\theta(k+1) = 1] -$  апріорно відома величина.

**Квазіоптимальна фільтрація зі стробуванням результатів поточних спостережень.** У загальному випадку, обчислення за формулами (9–11) досить громіздкі, тому що функції  $f[y(k+1)/Y_1^k, \theta(k+1) = n]$ ,  $n=1, \sigma$ , які входять до їх складу, є багатомірними густинами розподілу ймовірностей і не завжди гаусові. Окрім того невеликий інтервал дискретизації, регламентований заданою швидкістю сканування глісального променя та великий об'єм обчислень за формулами (9–11) можуть призводити до запізнення корекції матричного коефіцієнта передачі фільтра Калмана, що може бути неприпустимим для системи посадки ПС. У зв'язку з цим бажано мати просту та безінерційну процедуру керування матричним коефіцієнтом передачі фільтра Калмана. Дотримуючись робіт [5, 6], покажемо можливість реалізації блока керування матричним коефіцієнтом передачі у вигляді схеми стробування зі змінним порогом спрацьовування при явному використанні нерівності  $\sigma \gg 1$ . Для цього ще раз скористаємось припущенням, що густини розподілу ймовірностей у (11) є гаусові:

$$f[y(k+1)/Y_1^k, \theta(k+1) = 1] = N[C(k+1)x^*(k+1/k); C(k+1)P(k+1/k)C^T(k+1) + R(k+1)];$$

$$f[y(k+1)/Y_1^k, \theta(k+1) = \sigma] = N[C(k+1)x^*(k+1/k); C(k+1)P(k+1/k)C^T(k+1) + \sigma^2 R(k+1)] \quad (12)$$

Для бортового вимірювача, який оцінює тільки одну координату – кут місця ПС, густини розподілу

ймовірностей (3.42) будуть одномірними, а матриця спостережень матиме вигляд  $C(k+1) = [1, 0, \dots, 0]$ . Тоді отримуємо наступний вираз для апостеріорної імовірності

$$p[\theta(k+1) = 1 / Y_1^{k+1}] = \frac{\frac{q_1(k+1)}{D_1(k+1)} \exp\left\{-\frac{[y(k+1) - y^*(k+1/k)]^2}{2D_1^2(k+1)}\right\}}{\frac{q_1(k+1)}{D_1(k+1)} \exp\left\{-\frac{[y(k+1) - y^*(k+1/k)]^2}{2D_1^2(k+1)}\right\} + \frac{1 - q_1(k+1)}{D_2(k+1)} \exp\left\{-\frac{[y(k+1) - y^*(k+1/k)]^2}{2D_2^2(k+1)}\right\}}, \quad (13)$$

де  $y^*(k+1/k) = C(k+1)x^*(k+1/k)$  – прогнозований результат вимірювань кута місця ПС на один крок уперед;  $D_1^2(k+1) = P_{11}(k+1/k) + R(k+1)$ ;  $D_2^2(k+1) = P_{11}(k+1/k) + \sigma^2 R(k+1)$ ;  $P_{11}(k+1/k)$  – дисперсія похибок екстраполяції оцінки кута місця ПС.

Тепер покажемо, що  $p[\theta(k+1) = 1 / Y_1^{k+1}]$  у кожній конкретній реалізації  $Y_1^{k+1}$ , практично, може приймати тільки два значення – одиниця, якщо прийнята реалізація  $y(k+1)$  потрапляє у область значень  $\Delta$ , яка визначається нерівністю  $|y(k+1) - y^*(k+1/k)| \leq \Delta$  і нуль у протилежному разі. Величина  $\pm \Delta$  належить області значень, де густина розподілу ймовірностей  $f[y(k+1) / Y_1^k, \theta(k+1) = 1]$  відмінна від нуля. Таким чином обчислення апостеріорної імовірності  $p[\theta(k+1) = 1 / Y_1^{k+1}]$  зведено до індикації – належить поточне вимірювання  $y(k+1)$  до області  $2\Delta$  чи ні. У основі наведених міркувань лежить той факт, що при  $\sigma \gg 1 D_2^2(k+1) \gg D_1^2(k+1)$ , тобто гіпотези  $\theta(k+1) = 1$  і  $\theta(k+1) = \sigma$  суттєво контрастні. При цьому значення густини розподілу ймовірностей  $f[y(k+1) / Y_1^k, \theta(k+1) = \sigma]$  у межах  $2\Delta$ , практично, постійно і дорівнює

$$f[y(k+1) / Y_1^k, \theta(k+1) = \sigma] = \frac{1}{\sqrt{2\pi [P_{11}(k+1/k) + \sigma^2 R(k+1)]}}, \quad (14)$$

а ймовірність хибного рішення досить мала і розраховується за формулою

$$p[y(k+1) \in 2\Delta] \approx \frac{2\Delta}{\sqrt{2\pi [P_{11}(k+1/k) + \sigma^2 R(k+1)]}}$$

Величину  $\Delta$  визначимо за умови, щоб значення  $p[\theta(k+1) = 1 / Y_1^{k+1}]$  відрізнялось від одиниці на мале, наперед задане число  $\delta > 0$ . З цією метою прирівняємо (3.43) до значення  $(1 - \delta)$  та врахуємо (3.44). Розв'язок отриманого рівняння дозволяє знайти значення  $\Delta$ , нормоване до  $D_1(k+1)$ :

$$\frac{[y(k+1) - y^*(k+1/k)]}{D_1(k+1)} = \frac{\Delta}{D_1(k+1)} = \sqrt{2 \ln \frac{D_1^2(k+1) q_1(k+1) \delta}{D_1^2(k+1) [1 - q_1(k+1)] (1 - \delta)}}$$

Слід зауважити, що при апріорно заданих значеннях  $q_1(k+1)$  та  $\delta$ , величина  $\Delta$  змінюється з часом за рахунок уточнення оцінок  $y^*(k+1/k)$  по мірі надходження нових результатів вимірювань кута місця. Поточна точність квазіоптимального пристрою обробки з індикаторною функцією  $p[\theta(k+1) = 1 / Y_1^{k+1}]$ , яка може тепер приймати тільки два значення нуль або одиниця, визначається виразом

$$P(k+1/k+1) \approx \begin{cases} P(k+1/k) - K_1(k+1)C(k+1)P(k+1/k), & y(k+1) \in 2\Delta; \\ P(k+1/k), & y(k+1) \notin 2\Delta. \end{cases}$$

Таким чином, спрощення роботи пристрою фільтрації полягає у заміні блоку обчислення апостеріорної ймовірності  $p[\theta(k+1) = 1 / Y_1^{k+1}]$  схемою індикації попадання поточного вимірювання у смугу  $2\Delta$ , що потребує значно меншого об'єму оперативної пам'яті та часу. З практичної точки зору схема індикації може являти собою статистичний виявлювач розладнань у радіовимірювальному тракті. Якісні показники подібних пристроїв детально досліджувались у роботі [7, 8] і визначаються ймовірностями похибок першого та другого роду. У разі позитивного рішення про відсутність неполадок  $\theta(k+1) = 1$ , подальша обробка результатів вимірювань кута місця ПС виконується за методом класичного фільтра Калмана, узгодженого з гіпотезою про нормальний режим роботи кутимірного радіоканалу. У протилежному разі – матричний коефіцієнт передачі фільтра прирівнюється до нуля, фільтр вироджується у звичайний екстраполятор і не використовує первинні вимірювання з низькою достовірністю. Оскільки поточні радіовимірювання кута місця ПС приймають безпосередню участь у формуванні матричного коефіцієнта передачі фільтра Калмана, то запропонований пристрій є нелінійним. Питання лінеаризації такого пристрою розглядаються у наступному підрозділі.

**Квазіоптимальна лінійна фільтрація малодостовірних спостережень.** Загальна методика синтезу пристроїв фільтрації з підвищеною стійкістю до розладнань у кутимірному каналі може бути успішно застосована до синтезу лінійних пристроїв обробки. Продемонструємо таку можливість на прикладі розладнань кутимірного радіоканалу, математична модель яких описується виразами (2–3). Для того щоб поточна оцінка  $x^*(k+1/k+1)$  належала до класу лінійних оцінок, необхідно зробити її лінійною функцією результатів вимірювань, а кореляційну матрицю похибок  $P(k+1/k+1)$  незалежною від результатів вимірювань. З огляду на (9–11) бачимо необхідність наступних заходів:

- вилучення процедури обчислення ймовірності  $p[\theta(k+1) = 1 / Y_1^{k+1}]$ , яка залежить від результатів поточних вимірювань  $y(k+1)$  і використання лише апріорних даних  $q_n(k+1) = q_n = Const$  для даного сеансу спостережень; це означає, що при виконанні окремо взятого посадочного маневру ймовірність розладнань є величиною постійною, але не виключає її зміни при повторних заходах на посадку;
- апроксимації густини розподілу  $f[x(k+1) / Y_1^{k+1}]$  гаусовою.

Основний результат зводиться до корекції матриці передачі фільтра Калмана лише на основі

апріорно заданих величин  $q_1$  та  $\sigma$ . Наведемо один з можливих варіантів синтезу такого пристрою [7, 9]:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^*(k+1/k+1) &= \mathbf{A}(k+1, k) \mathbf{x}^*(k/k) + \mathbf{K}_L(k+1) [\mathbf{y}(k+1) - \mathbf{C}(k+1) \mathbf{A}(k+1, k) \mathbf{x}^*(k/k)]; \\ \mathbf{K}_L(k+1) &= \mathbf{P}(k+1/k) \mathbf{C}^T(k+1) \{ \mathbf{C}(k+1) \mathbf{P}(k+1/k) \mathbf{C}^T(k+1) + [\mathbf{q}_1(1 - \sigma^2) + \sigma^2] \mathbf{R}(k+1) \}^{-1}; \\ \mathbf{P}(k+1/k) &= \mathbf{A}(k+1, k) \mathbf{P}(k/k) \mathbf{A}^T(k+1, k) + \mathbf{B}(k+1, k) \mathbf{Q}(k) \mathbf{B}^T(k+1, k); \\ \mathbf{P}(k+1/k+1) &= [\mathbf{I} - \mathbf{K}_L(k+1) \mathbf{C}(k+1)] \mathbf{P}(k+1/k) [\mathbf{I} - \mathbf{K}_L(k+1) \mathbf{C}^T(k+1)] + \\ &+ \mathbf{K}_L(k+1) [\mathbf{q}_1(1 - \sigma^2) + \sigma^2] \mathbf{R}(k+1) \mathbf{K}_L^T(k+1). \end{aligned}$$

Теоретичним підґрунтям наведеного методу синтезу є теорема про ортогональну проекцію, яка широко використовувалась у методі Калмана [8]. Методи лінійної фільтрації малодостовірних результатів вимірювань також досліджувались у працях [3, 6, 8], але з інших позицій та при різних припущеннях щодо апріорно заданої інформації. Наприклад, у роботі [9] аналогічний результат було отримано методом максимуму функції правдоподібності. Аналіз отриманих рівнянь показує, що синтезований пристрій за структурою співпадає з класичним фільтром Калмана, але має занижений матричний коефіцієнт передачі  $\mathbf{K}_L(k+1)$ . Отже він є квазіоптимальним фільтром, точність якого повинна обраховуватись за загальною формулою для довільного рекурентного фільтра [7]. Механізм підвищення стійкості до розладнань проявляється у звуженні смуги пропускання, що означає збільшення інерційності та погіршення характеристик точності як в усталеному так і у перехідному режимах за умови їх відсутності. Окрім того, від нього не слід очікувати значної ефективності у пригніченні аномальних похибок результатів первинних вимірювань кутових координат ПС, тому що апріорні дані можуть бути далекими від фактичних, які обчислюються у вигляді апостеріорної імовірності  $p[\theta(k+1) = 1/Y_1^{k+1}]$  з врахуванням результатів поточних вимірювань у  $(k+1)$ . За таких обставин можливість практичного використання цього як і будь-якого іншого квазіоптимального фільтра повинна бути обґрунтована та підтверджена результатами детального статистичного моделювання з врахуванням специфіки конкретної задачі.

**Порівняльний аналіз точності запропонованих методів фільтрації.** Статистичне моделювання проводилось за ідентичних початкових умов згідно структурної схеми, яка була наведена у роботі [5], тобто до входів усіх порівнюваних пристроїв обробки подавались одні і ті ж реалізації процесів  $x(k+1)$ ,  $y(k+1)$ ,  $\theta(k+1)$ ,  $w(k)$ ,  $n(k)$ . Ці заходи сприяли підвищенню достовірності результатів моделювання. Осереднення за ансамблем із п'ятдесяти реалізацій, яке проводилось на протязі кожного такту обчислювального експерименту, забезпечило точність статистичного оцінювання кута місця ПС у межах 15–20 % від теоретичного значення. У випадках, коли реалізація випадкового процесу, наприклад  $\theta(k+1)$ , фіксувалась протягом усього обчислювального експерименту, ефективність пристроїв фільтрації оцінювалась виключно за результатами, отриманих за методом Монте-Карло. Так на рис. 2,а показана одна з можливих реалізацій потоку первинних вимірювань кута місця ПС з присутніми аномальними похибками, ймовірність яких апріорі приймалась рівною 0.2. Результати обробки цієї реалізації пристроями фільтрації з різним ступенем захисту від аномальних похибок показані на рис. 2,б. Навіть з першого погляду на криві 1–4, видна незадовільна робота фільтра Калмана за даних умов. Щодо інших пристроїв обробки, то відповідні висновки можна зробити тільки шляхом аналізу характеристик точності, отриманих методом Монте-Карло і які представлені на рис. 3.

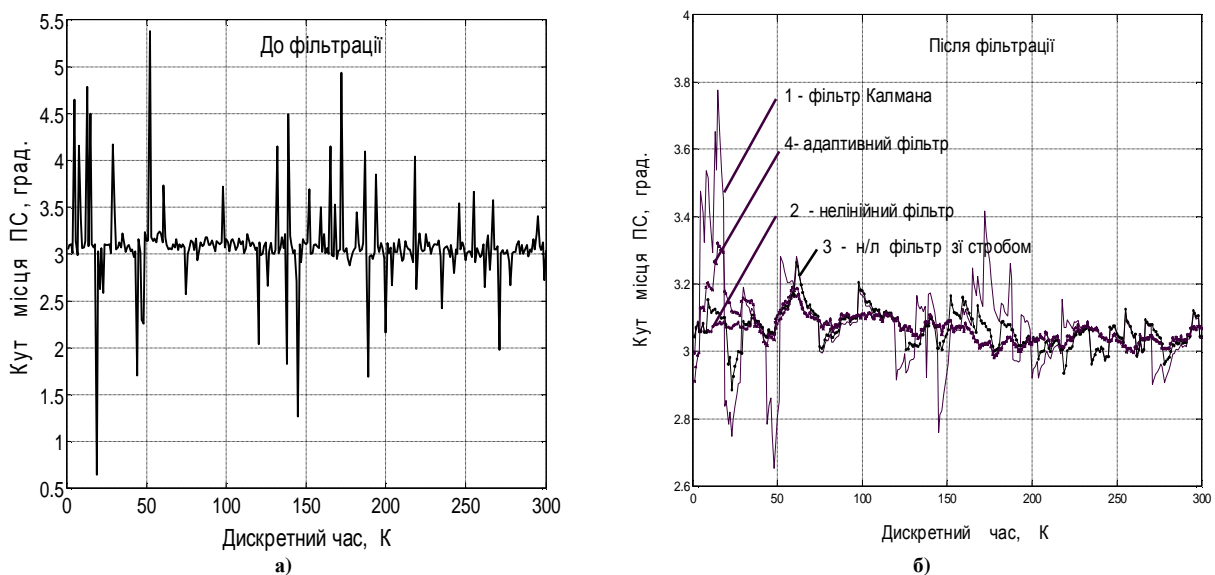


Рис. 2. Результати обробки первинних вимірювань кута місця ПС з використанням пристроїв фільтрації різного ступеня захисту від аномальних похибок

Згідно наведених результатів, пристрої обробки розташовуються в такому порядку:

- найвищий ступінь захисту та найкращу точність забезпечує нелінійний пристрій обробки, який

- формує псевдобайєсову оцінку кута місця ПС (крива 2);
- нелінійний пристрій обробки, у складі якого є схема стробування результатів поточних вимірювань, має показники точності дещо гірші від попередньої схеми фільтрації і залежно від ширини стробу програш складає від 20 до 50 процентів (крива 3);
- пристрій, що реалізує метод адаптивної фільтрації (крива 4) програє в точності нелінійному фільтру 2 майже на порядок, але починаючи, приблизно, з сорокового такту, коли процес самонавчання перейшов у фінальну стадію, якісні показники фільтрів 2, 3, 4 стають майже однаковими;
- щодо пристрою обробки, який реалізує метод Калмана, то у ньому не передбачено механізму захисту від розладнань і програш у точності фільтрації становить майже два порядки.

Стосовно лінійних пристроїв обробки, то їх якісні показники детально досліджувались у роботах [6, 7, 9]. По суті, усі вони являють собою модифікації фільтра Калмана з заниженим коефіцієнтом передачі на основі середньостатистичних даних про ймовірність розладнань. Згідно з результатами статистичного моделювання, точність оцінювання кута місця ПС цими пристроями приблизно у 5–7 разів гірша порівняно з пристроєм оптимальної нелінійної фільтрації – 2.

У заключній частині підрозділу проведемо кількісний аналіз апаратних та програмних витрат, необхідних для практичної реалізації розглянутих методів обробки. В основу таких розрахунків покладена методика робіт [7, 8]. Перелік порівнюваних показників та результати їх розрахунків наведено у табл. 1.

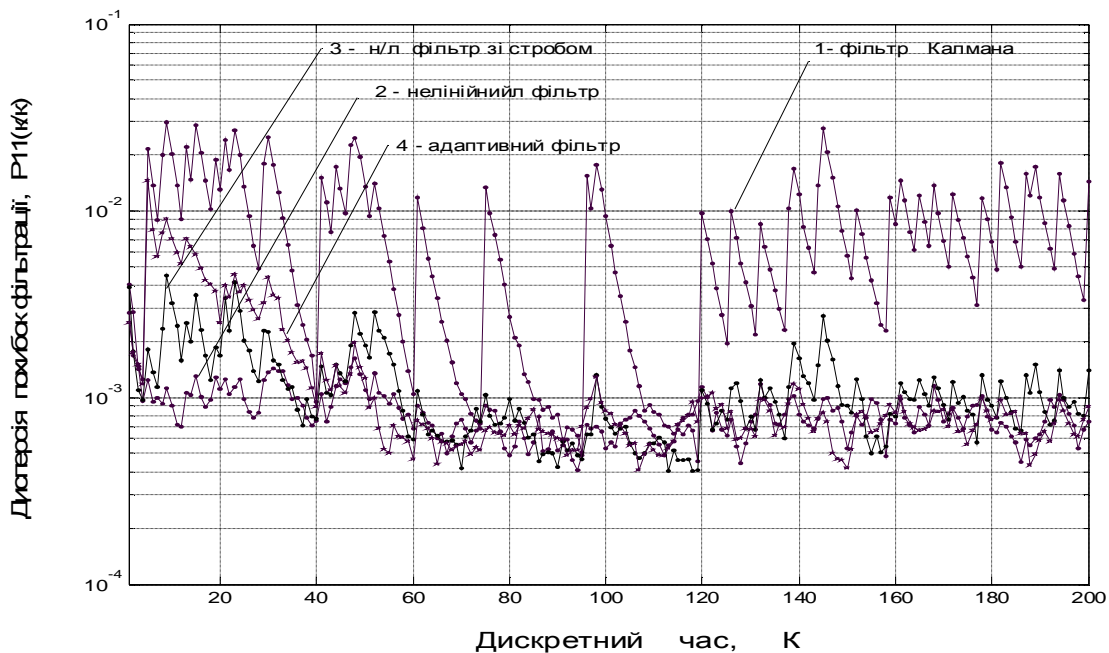


Рис. 3. Характеристики точності пристроїв фільтрації різного ступеня захисту від аномальних похибок

Таблиця 1

**Витрати обчислювальних ресурсів на один робочий цикл процесу фільтрації**

| Пристрої фільтрації                      | Число операцій множення | Число операцій додавання | Час виконання арифм. операцій (мкс.) | Час виконання логічних операцій (мкс.) | Загальні затрати часу (мкс.) | Об'єм пам'яті (16-бітових комірок) | Відн. втрати точності (перхідн. режим) | Відн. втрати точн. (уст. режим) |
|--|-------------------------|--------------------------|--------------------------------------|--|------------------------------|------------------------------------|--|---------------------------------|
| Дискретний фільтр Калмана -1             | 47                      | 32                       | 18,9                                 | 50,3                                   | 69,2                         | 16                                 | 20-30                                  | 100                             |
| Оптимальний н/л фільтр – 2               | 58 (мн.)<br>26 (діл.)   | 41                       | 31,35                                | 3543                                   | 3574,5                       | 26                                 | 1.00                                   | 1.00                            |
| Субопт. н/л фільтр зі стробом -3         | 36 (мн.)<br>7 (діл.)    | 19                       | 15,8                                 | 752                                    | 767,8                        | 19                                 | 1.5 – 3                                | 1.42                            |
| Адаптивн. н/л фільтр – 4                 | 508 (мн.)<br>76 (діл.)  | 292                      | 219                                  | 16964                                  | 17183                        | 133                                | 5 – 7                                  | 1.25                            |
| Лінійний фільтр підвищеної надійності- 5 | 47                      | 32                       | 18,9                                 | 50,3                                   | 69,2                         | 16                                 | 10-14                                  | 3-5                             |

**Висновки.** Співставлення результатів показує, що спрощена структура пристрою фільтрації-3 за умови наявності розладнань у радіовимірювальному тракті порівняно з оптимальним нелінійним пристроєм-2 має такі переваги: за числом операцій множення та ділення в 1.61 та 3.72 рази, відповідно; за числом операцій додавання та віднімання, приблизно, в 2.15 рази; за часом обчислень більш ніж у 4.45 рази; за об'ємом пам'яті в 1.36 рази. Проте ці переваги отримано за рахунок втрат у точності оцінювання кута місця ПС майже на 40-50 %, що може бути припустимим. Інші пристрої обробки є менш привабливими, так як мають або незадовільні показники точності (фільтр Калмана, лінійний пристрій обробки підвищеної надійності), або потребують значних обчислювальних ресурсів, наприклад, пристрій, що реалізує метод адаптивної фільтрації.

**Додаток А.** Щодо точності оцінок (9), то її визначимо виходячи з загального виразу для кореляційної матриці похибок фільтрації

$$P(k+1/k+1) = \sum_{n=1}^{\sigma} \{P_n(k+1/k+1) + [x_n^*(k+1/k+1) - x^*(k+1/k+1)] \cdot [x_n^*(k+1/k+1) - x^*(k+1/k+1)]^T\} \cdot p[\theta(k+1) = n/Y_1^{k+1}]. \quad (A1)$$

Для модельно-умовних кореляційних матриць  $P_n(k+1/k+1)$  справедливе співвідношення:

$$P_1(k+1/k+1) = P(k+1/k) - K_1(k+1) C(k+1) P(k+1/k); \quad (A2)$$

$$P_{\sigma}(k+1/k+1) = P(k+1/k) - K_{\sigma}(k+1) C(k+1) P(k+1/k). \quad (A3)$$

Зведення подібних членів у (A1) з урахуванням (A2)–(A3) дозволяє привести суму

$$\sum_{n=1}^{\sigma} P_n(k+1/k+1) \cdot p[\theta(k+1) = n/Y_1^{k+1}]$$

до вигляду

$$P(k+1/k) \cdot p[\theta(k+1) = 1/Y_1^{k+1}] K_1(k+1) C(k+1) P(k+1/k) - \{1 - p[\theta(k+1) = 1/Y_1^{k+1}]\} K_{\sigma}(k+1) C(k+1) P(k+1/k).$$

Різницю  $[x_1^*(k+1/k+1) - x^*(k+1/k+1)]$  з урахуванням (A2)–(A3) можна представити

$$[x_{\sigma}^*(k+1/k+1) - x_1^*(k+1/k+1)] p[\theta(k+1) = \sigma/Y_1^{k+1}] = [K_1(k+1) - K_{\sigma}(k+1)] \cdot [y(k+1) - C(k+1)A(k+1, k)x^*(k/k)] p[\theta(k+1) = \sigma/Y_1^{k+1}]. \quad (A4)$$

Аналогічні викладки для різниці  $[x_{\sigma}^*(k+1/k+1) - x^*(k+1/k+1)]$  дають

$$[x_{\sigma}^*(k+1/k+1) - x_1^*(k+1/k+1)] p[\theta(k+1) = \sigma/Y_1^{k+1}] = [K_1(k+1) - K_{\sigma}(k+1)] \cdot [y(k+1) - C(k+1)A(k+1, k)x^*(k/k)] p[\theta(k+1) = 1/Y_1^{k+1}]. \quad (A5)$$

Друга складова у (A1), являє собою суму зважених квадратичних форм

$$\sum_{n=1}^{\sigma} [x_n^*(k+1/k+1) - x^*(k+1/k+1)] [x_n^*(k+1/k+1) - x^*(k+1/k+1)]^T \cdot p[\theta(k+1) = n/Y_1^{k+1}].$$

яку розкриваємо та враховуємо вирази (A4)–(A5) і нерівність  $K_{\sigma}(k+1) \ll K_1(k+1)$ , що дає змогу привести квадратичну форму до виразу

$$p[\theta(k+1) = 1/Y_1^{k+1}] \{1 - p[\theta(k+1) = 1/Y_1^{k+1}]\}^2 K_1(k+1) L(k+1) K_1^T(k+1) + \{1 - p[\theta(k+1) = 1/Y_1^{k+1}]\} p^2 [\theta(k+1) = 1/Y_1^{k+1}] K_1(k+1) L(k+1) K_1^T(k+1). \quad (A6)$$

Зведення подібних членів у (A6) та об'єднання з (A4)–(A5) дозволяє отримати кінцевий результат для кореляційної матриці похибок оцінювання квазіоптимального пристрою

$$P(k+1/k+1) \approx P(k+1/k) - K_M(k+1) C(k+1) P(k+1/k) + \frac{\{1 - p[\theta(k+1) = 1/Y_1^{k+1}]\}}{p[\theta(k+1) = 1/Y_1^{k+1}]} \cdot K_M(k+1) L(k+1) K_M^T(k+1); \quad (A7)$$

де

$$L(k+1) = [y(k+1) - C(k+1)A(k+1, k)x^*(k/k)] [y(k+1) - C(k+1)A(k+1, k)x^*(k/k)]^T;$$

$$K_M(k+1) = p[\theta(k+1) = 1/Y_1^{k+1}] P_1(k+1/k+1) C(k+1) R^{-1}(k+1) -$$

- модифікована матриця передачі фільтра Калмана.

Апостеріорна імовірність  $p[\theta(k+1) = 1/Y_1^{k+1}]$ , яка керує матричним коефіцієнтом передачі фільтра Калмана, обчислюється на підставі формули (11).

### Література

1. O'keeffe H. B. The development of interscan – a new microwave approach and landing guarantee system for International Civil Aviation / H. B. O'keeffe, W. G. Feige // Proc. of IREE. – 1975. – Vol. 36. – P. 145–

148.

2. Sanders L. Instrument Landing System / L. Sanders, V. Fritch, Ir. John // IEEE Trans. on Com. – 1973. – Vol. 21. – № 5. – P. 435–454.
3. Сосновский А.А. Радиоэлектронное оборудование летательных аппаратов: справочник / А.А. Сосновский, И.А. Хаймович. – М.: Машиностроение, 1987. – 256 с.
4. Сантиметровые системы посадки самолетов / [В.М. Бенин, Е.И. Шолупов, В.А. Кожевников, И. А. Хаймович]. – М.: Машиностроение, 1985. – 224 с.
5. Оптимальна фільтрація різноточних кутових вимірювань в системі посадки сантиметрового діапазону / В.М. Кичак, Ю.М. Воловик, А.Ю. Воловик, М.А. Шутило // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2011.– № 3.– Т. 1.– С. 154–161.
6. Ярлыков М. С. Статистическая теория радионавигации / Ярлыков М.С. – М.: Радио и связь, 1985. – 344 с.
7. Сейдж Э. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении / Э. Сейдж, Дж. Мелс.; пер. с англ.; под ред. Б.Р. Левина. – М.: Связь, 1976. – 496 с.
8. Зингер Р.А. Оценка характеристик оптимального фильтра для слежения за пилотируемой целью / Р.А. Зингер // Зарубежная радиоэлектроника. 1971. – № 8. – С. 5 – 28.
9. Корнильев Э.А. Устойчивые алгоритмы в автоматизированных системах обработки информации / Корнильев Э.А., Прокопенко И.Г., Чуприн В.М. – К.: Техніка, 1989. – 224 с.

Надійшла 19.5.2012 р.

Рецензент: д.т.н. Осадчук О.В.

УДК 621.396

С.П. КОНОНОВ, Р.В. ДАНИЛЬЧУК

Вінницький національний технічний університет

## ДОСЛІДЖЕННЯ ДВОСМУГОВОГО АКТИВНОГО КРОСОВЕРА

*В роботі розглянуто призначення звукових кросоверів, наведено класифікацію та способи їх реалізації. Детально проаналізовано двосмуговий активний кросовер з фільтром нижніх частот Лінквіца-Райлі та фазовою ланкою. Проведено його математичне та комп'ютерне моделювання. Зроблено аналіз отриманих результатів.*

*In this work the assignment of audio-crossovers is considered, classification and methods of their realization are brought. In detail a two band active crossover, which has Linkwitz – Riley low-pass filter and phase link, is analyzed. The mathematical and computer modeling of this device has been fulfilled. The analysis of the obtained results has been made.*

Ключові слова: активний кросовер, частота поділу, фільтр, блок затримки, суматор, фазовий зсув.

### Вступ і постановка задачі

Кросовер – важлива частина системи високоякісного звуковідтворення. Він призначений для розділення звукового сигналу на сигнали певних частотних смуг з подальшим їх відтворенням смуговими гучномовцями. Завдяки кросоверу гучномовці утворюють сумарне поле з меншими спотвореннями звуку.

Кросовери діляться на пасивні і активні [1]. Пасивні кросовери встановлюються на виході потужних звукових підсилювачів, частіше входять до складу гучномовців і не містять активних елементів. Активні кросовери розміщують до потужного підсилювача, де звуковий сигнал має менший рівень. Відповідно такі кросовери складаються з активних елементів – операційних підсилювачів або транзисторів і потребують джерела живлення. Основними вузлами кросоверів є фільтри низьких частот (ФНЧ), верхніх частот (ФВЧ) та смугові (СФ).

Найбільш часто використовуються дво- і трисмугові кросовери з однією або з двома частотами поділу. Частоти поділу не варто обирати в області найбільшої чутливості вуха людини [2], тобто в діапазоні (1 – 3) кГц, так як при цьому виникає роздвоєння джерела звуку між головками гучномовця. Тому частотами поділу можуть бути ті, що знаходяться в межах (400 – 800) Гц або (4 – 5) кГц.

Активний кросовер будується за двома основними способами.

Згідно першому вхідний сигнал розгалужується в канали смугової обробки, в яких знаходяться фільтри Баттерворта, Бесселя або Саллена-Кі. Їх схеми відповідають ФНЧ і ФВЧ для двосмугового кросовера з однією частотою поділу та ФНЧ, СФ, ФВЧ у випадку трисмугового кросовера з двома частотами поділу.

Поблизу частоти поділу виникає зона сумісної дії двох смугових гучномовців. В кросоверах за першим способом в зоні сумісної дії зсув фаз вихідних сигналів каналів смугової обробки змінюється за частотою. Крім того, при невдалій реалізації в фільтрах заданої частоти поділу зростає нерівномірність сумарного акустичного поля. Ці явища призводять до зростання фазових і амплітудних спотворень звуку, погіршення якості його відтворення.

Значно меншими в зоні сумісної дії гучномовців є спотворення вихідних сигналів в кросовері, у якому частота поділу визначається тільки параметрами ФНЧ, а смуга верхніх частот формується за допомогою додавання напруг від ФНЧ та блока затримки у вигляді фазової ланки. Спотворення можна ще зменшити, якщо застосувати ФНЧ Лінквіца-Райлі. Його особливість, на відміну від фільтра Баттерворта,