

## ЕФЕКТИВНІСТЬ ЗАСТОСУВАННЯ ЙМОВІРНІСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРИ ФОРМУВАННІ ШИРОКОСМУГОВИХ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ В ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ ТА КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМАХ

*Проведено дослідження ефективності застосування різних ймовірнісних характеристик при формуванні та обробці широкосмугових сигналів зі змінними ймовірнісними характеристиками. Встановлено, що найбільшу завадостійкість серед розглянутих характеристик забезпечує ентропія. При цьому оцінювання слід проводити через стандартне відхилення вхідного сигналу.*

*The efficiency examination of various probable characteristics such as variance, root mean square standard deviation, central moments of various exponents, entropy for the forming and processing spread spectrum signals have been done. The differential entropy formula by standard deviation has been proved the most effective entropy estimation for the noise proof feature index of the data exchange method with variable probable characteristics signals.*

Ключові слова: ймовірнісна характеристика, широкосмуговий сигнал, телекомунікаційна система.

### Вступ

Одним з найважливіших питань надійного функціонування розподілених телекомунікаційних і комп'ютерних систем та мереж є стабільність обміну даними. Як правило, завадозахищеність передачі даних в сучасних умовах забезпечується використанням широкосмугових сигналів [1, 2]. Традиційні методи формування широкосмугових сигналів мають низку недоліків, зокрема, нерівномірність розподілу енергії сигналів за частотами [3], суттєва апаратна та алгоритмічна складність та ін., що не дозволяє повною мірою використати їх переваги. Отже, розроблення нових методів формування та опрацювання широкосмугових сигналів є актуальною науковою задачею.

### Постановка проблеми в цілому

Необхідність у якісному та швидкому обміні даними у розподілених телекомунікаційних і комп'ютерних системах та мережах зумовлює практичне завдання щодо створення простих, надійних та недорогих приймально-передавальних каналотворюючих пристроїв. Результативне вирішення цього завдання можливе за умови успішного розв'язання наукових проблем створення та розвитку нових ефективних методів передавання та приймання інформації в таких системах, зокрема, способів формування та опрацювання широкосмугових сигналів.

### Аналіз останніх досліджень та публікацій

Започаткування розв'язання проблеми шляхом використання широкосмугових сигналів зі змінними ймовірнісними характеристиками міститься у [4, 5]. Запропонований метод формування та опрацювання широкосмугових сигналів, що базується на використанні у якості носія широкосмугового шумоподібного випадкового сигналу з близьким до нормального розподілом амплітуд і рівномірною спектральною щільністю енергії, одна або декілька ймовірнісних характеристик якого поставлені у відповідність до символів інформаційного повідомлення, що передається. На даний час проведено дослідження впливу завад, що діють у каналі, на такі сигнали [6]. Оцінена рівномірність розподілу енергії таких сигналів за частотами [3]. Раніше невирішеною частиною загальної проблеми є порівняння ефективності застосування різних характеристик, саме цьому і присвячена дана робота.

### Формулювання цілей даної роботи

Отже, об'єктом дослідження є завадостійкість методу при застосуванні різних ймовірнісних характеристик, а отримання кількісних показників і їх порівняння основною метою роботи.

### Викладення основного матеріалу досліджень

При опрацюванні сигналів за даним методом виділення символів повідомлення відбувається шляхом статистичного оцінювання значень ймовірнісних характеристик відповідних фрагментів (символьних інтервалів) сигналу з подальшим ухваленням рішення щодо значення двійкового символу шляхом порівняння з порогом.

Для стаціонарних випадкових процесів розрахунок значення ймовірнісної характеристики за скінченим проміжком часу на підставі даних однієї з реалізацій процесу, є статистичною оцінкою значення застосованої характеристики. Такий розрахунок може виконуватись або шляхом неперервного усереднення за часом або на підставі  $n$  вибіркового значень [7]. В останньому випадку, такі вибіркові значення утворюють класичну статистичну випадкову вибірку об'ємом  $n$  [7]. Вибіркові значення  $r_i$  беруться у моменти часу  $t_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Статистичні оцінки ймовірнісних характеристик, які доцільно дослідити, з погляду впливу на завадостійкість методу, можна розрахувати за такими аналітичними виразами:

Оцінка дисперсії (вибіркова дисперсія):

$$s^2_{r(t)} = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r}_{r(t)})^2, \quad (1)$$

де  $i$  – порядковий номер відліку реалізації випадкового процесу,  
 $n$  – кількість відліків реалізації процесу, що використовуються для оцінювання,

$r_i$  – значення відліку реалізації процесу в момент часу  $t_i$ ,

$\bar{r}_{r(t)}$  – оцінка математичного сподівання процесу (вибіркове середнє), яка визначається згідно з (2).

$$\bar{r}_{r(t)} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n r_i. \quad (2)$$

Оцінка середнього квадратичного відхилу:

$$s_{r(t)} = \sqrt{s^2_{r(t)}}. \quad (3)$$

Оцінка центрального моменту порядку  $w$ :

$$\hat{\mu}_{r(t)} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r}_{r(t)})^w. \quad (4)$$

Оцінка ентропії за формулою Хартлі:

$$\hat{H}_{hr(t)} = \log_2 \hat{m}. \quad (5)$$

Оцінка ентропії за формулою Шеннона:

$$\hat{H}_{shr(t)} = - \sum_{j=1}^m \hat{p}(R_j) \cdot \log_2(\hat{p}(R_j)), \quad (6)$$

при цьому вважається, що  $0 \cdot \log_2(0) = 0$ ,

де  $\hat{p}(R_j)$  – відносна частота стану  $R_j$ , визначається згідно з (7):

$$\hat{p}(R_j) = \frac{n_j}{n}, \text{ для кожного } j = 1, 2, \dots, m, \quad (7)$$

де  $n_j$  – кількість разів прийняття значенням сигналу стану  $R_j$ .

Відносна частота  $\hat{p}(R_j)$  є консистентною статистичною оцінкою відповідної ймовірності  $p(R_j)$ .

Формула (6) для оцінки ентропії отримана шляхом заміни ймовірностей у відомій формулі Шеннона на відповідні відносні частоти.

Оцінка диференційної ентропії обчисленої через стандартний відхил для нормально розподіленого процесу:

$$\hat{H}_{dnr(t)} = \log_2 \sqrt{2\pi e} \cdot s_{r(t)}. \quad (8)$$

Слід зауважити, що усі наведені вище оцінки є консистентними. Проте, деякі з них є зсунутими. Одним зі шляхів уникнення зсунутості оцінок є введення у формулу обчислення оцінок відповідного коригуючого коефіцієнту, який є функцією розміру вибірки  $n$ . Проте, наслідком цього є зменшення ефективності оцінок, тобто збільшення їх дисперсії, що не завжди є прийнятним.

Для визначення ефективності застосування різних ймовірнісних характеристик сигналів  $s_1(t)$  та  $s_2(t)$  для організації обміну даними за допомогою ширококутових сигналів проведено дослідження шляхом моделювання в обчислювальному експерименті залежності ймовірнісних закономірностей сигналу  $z(T)$  в точці ухвалення рішень на виході демодулятора приймального пристрою, який є випадковою величиною, від розміру вибірки  $n$ , на підставі даних якої формується сам сигнал  $z(T)$ . Для даного методу, сигнал  $z(T)$  є статистичною оцінкою значень згаданих ймовірнісних характеристик. На основі проведених багаторазових ( $l = 100$  разів для випадку використання кожної з характеристик) розрахунків значень сигналу  $z(T)$  у відповідності до (1), (3), (4) для центральних моментів 3-го, 4-го, 5-го, 6-го та 7-го порядків, (5), (6) та (8) для сигналів  $s_1(t)$  та  $s_2(t)$ , за наявності завади  $n(t)$ , при умові ідеальності імпульсної характеристики каналу, розраховані статистичні оцінки  $\hat{a}$  та  $s_0$  таких параметрів розподілу значень сигналу  $z(T)$ , як математичне сподівання  $a$  та середній квадратичний відхил (СКВ)  $\sigma_0$  згідно з наступними виразами.

Оцінка математичного сподівання:

$$\hat{a} = \overline{z(T)} = \frac{1}{l} \sum_{k=1}^l z(T)_k, \quad (9)$$

де  $k$  – порядковий номер значення  $z(T)$ ,  
 $l$  – загальна кількість отриманих значень,  
 $z(T)_k$  – значення  $z(T)$  з порядковим номером  $k$ .

Оцінка СКВ:

$$s_0 = \sqrt{\frac{1}{l-1} \sum_{k=1}^l \left( z(T)_k - \overline{z(T)} \right)^2} . \quad (10)$$

Для даного дослідження вибір сигналів  $s_1(t)$ ,  $s_2(t)$  та  $n(t)$  здійснено у один з найбільш наочних варіантів, коли перший стан інформаційного символу, логічна "1" – це випадковий сигнал  $s_1(t)$  з розподілом ймовірностей близьким до нормального, рівномірною спектральною щільністю і відповідним сталим рівнем ентропії, а другий стан символу, логічний "0" – сигнал  $s_2(t)$  – пасивна пауза з нульовим рівнем ентропії. Завада  $n(t)$ , що діє у каналі, розглядається як стаціонарний адитивний білий гаусів шум - AWGN.

За критерієм ортогональності (11), (12), такі сигнали  $s_1(t)$  та  $s_2(t)$  є ортогональними, оскільки інтегрування за часом протягом тривалості символного інтервалу скалярного добутку  $s_1(t)$  та  $s_2(t)$  дорівнює нулю [1].

$$\int_0^T s_b(t) s_c(t) dt = K_b \delta_{bc}, \quad 0 \leq t \leq T, \quad b, c = 1, \dots, M, \quad (11)$$

де

$$\delta_{bc} = \begin{cases} 1 & \text{для } b = c \\ 0 & \text{для } b \neq c \end{cases} \quad \text{– дельта-функція Кронекера,} \quad (12)$$

$M$  – кількість сигналів у наборі, для двійкового базису  $M = 2$

$K_b$  – ненульові константи,

$T$  – тривалість символного інтервалу.

Сигнал  $s_1(t)$  та завада  $n(t)$  – змодельовані випадкові сигнали з частотною смугою від 0,1 до 24000 Гц, частота дискретизації яких складає величину 48000 Гц. Потужність сигналу  $s_1(t)$  обрано на рівні  $S_1$  мінус 18 дБВт, потужність  $S_2$  сигналу  $s_2(t)$  складає 0 Вт, а потужність  $N$  завади  $n(t)$  обрано на також рівні мінус 18 дБВт. Таким чином, відношення сигнал/завада  $S/N$  складає мінус 3 дБ при однаковій частоті появи та тривалості сигналів  $s_1(t)$  та  $s_2(t)$ . Середня потужність  $S$  сигналу при однаковій частоті появи та тривалості  $s_1(t)$  та  $s_2(t)$  визначається згідно з наступним виразом (для розглянутих сигналів  $S_2 = 0$  Вт):

$$S = \frac{S_1 + S_2}{2}. \quad (13)$$

Ефективність використання кожної з наведених ймовірнісних характеристик для розробленого методу доцільно оцінювати за критерієм, який враховує ймовірнісні розподіли сигналів та завад. Таким критерієм обрано відношення різниці бажаних сигнальних компонент в точці прийняття рішень до двократного середнього квадратичного відхилення сигналу завади в цій точці, з подальшим порівнянням для випадків застосування різних ймовірнісних характеристик:

$$K = (a_1 - a_2) / (2\sigma_0). \quad (14)$$

Вибір такого критерію є обґрунтованим, оскільки це співвідношення є визначальним для ймовірності спотворення двійкового символу при заданому нормованому відношенні сигнал/завада. Для визначення ефективності проведено порівняння експериментально отриманої оцінки (15) означеного вище критерію, що визначається на підставі статистичних оцінок відповідних параметрів.

$$\hat{K} = (\hat{a}_1 - \hat{a}_2) / (2s_0). \quad (15)$$

Порівняння проведено для таких характеристик як, СКВ, дисперсія, центральні моменти 3, 4, 5, 6 та 7-го порядків, а також ентропія розподілу ймовірностей обчислена за різними формулами. Вихідний код програми розрахунку критерію реалізовано за допомогою середовища MATLAB.

#### Основні результати досліджень

Результати проведеного моделювання для розмірів вибірок  $n$  в межах від 2 до 100000 подано на рис. 1. Як можна побачити з рис. 1, використання ентропії обчисленої за дисперсією забезпечує найкращу ефективність. Спостерігається перевищення завадостійкості за означеним критерієм в межах від 10 до 18 %. Характер залежностей для СКВ, дисперсії та центральних моментів 4-го та 6-го порядку суттєво відрізняється один від одного. Найкращою ефективністю з них відрізняється СКВ, тому в подальшому розгляд доцільно обмежити тільки цією однією характеристикою.

При порівнянні ефективності дисперсії та ентропії за формулою Шеннона, можна побачити, що при малих значеннях розміру вибірки, що використовуються для оцінювання, у якості змінної характеристики сигналів, ефективнішою є дисперсія, при кількості відліків, що перевищує приблизно 60000 більш ефективною є ентропія. Перевищення ефективності моменту 4-го порядку над ентропією за Шенноном спостерігається у діапазоні розмірів вибірок до приблизно 17000, а моменту 6-го порядку до приблизно 5000. Ефективність ентропії за Хартлі до приблизно 50000 відліків майже еквівалентна ефективності ентропії за Шенноном, після цієї кількості ефективність ентропії за Шенноном є незначно вищою. Аналіз ефективності центральних моментів непарних порядків показує їх вкрай малу ефективність, що пояснюється зосередженістю значень оцінок для обох сигналів навколо одного значення математичного сподівання. Тому, в подальшому центральні моменти непарних порядків не розглядаються.

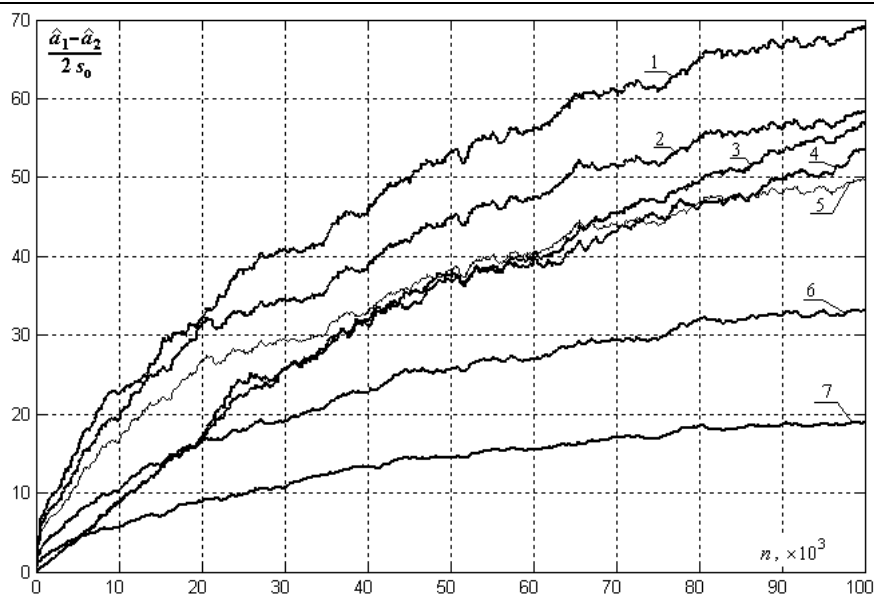


Рис. 1. Залежність співвідношення  $(\hat{a}_1 - \hat{a}_2)/(2s_0)$  від розміру вибірки  $n$  в межах до 100000 відліків ( $S/N = -3$ дБ):

1 – ентропія обчислена за дисперсією, 2 – СКВ, 3 – ентропія за Шенноном, 4 – ентропія за Хартлі, 5 – дисперсія, 6 – центральний момент 4-го порядку, 7 – центральний момент 6-го порядку

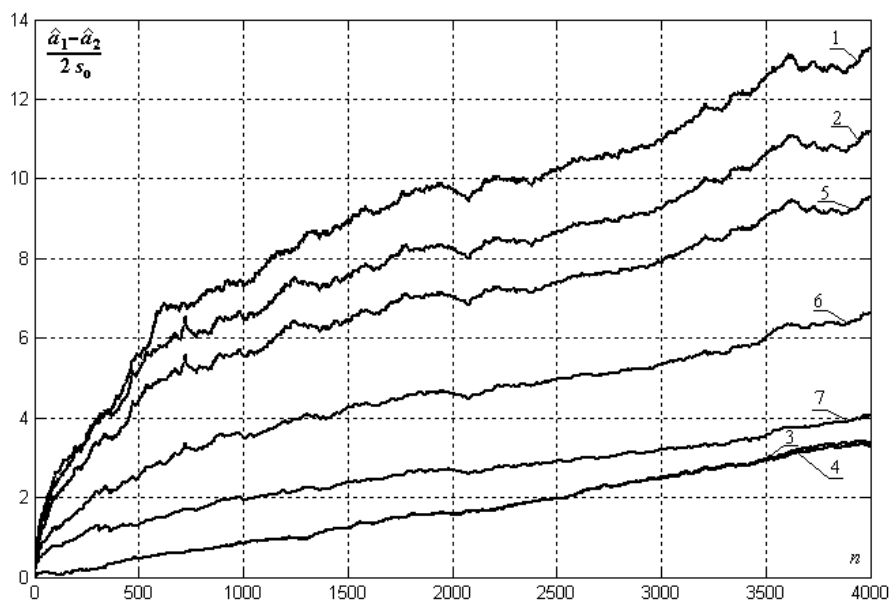


Рис. 2. Залежність співвідношення  $(\hat{a}_1 - \hat{a}_2)/(2s_0)$  від розміру вибірки  $n$  в межах до 4000 відліків ( $S/N = -3$ дБ):

1 – ентропія обчислена за дисперсією, 2 – СКВ, 3 – ентропія за Шенноном, 4 – ентропія за Хартлі, 5 – дисперсія, 6 – центральний момент 4-го порядку, 7 – центральний момент 6-го порядку

Детальніше залежності значення критерію від розміру вибірок представлено на рис. 2 в межах розмірів вибірок від 2 до 4000. Детальніше залежності складових оцінки критерію  $(\hat{a}_1 - \hat{a}_2)/(2s_0)$  подано на рис. 3–10, зокрема, на рис. 3 та 4 подано залежності  $\hat{a}_1$ ,  $\hat{a}_2$  та  $s_0$  від кількості відліків у випадку застосування СКВ у якості змінної характеристики сигналів в межах кількості відліків  $n$  від 2 до 4000.

Як можна побачити з рис. 3, рис. 4, значення бажаних сигнальних компонент в точці прийняття рішень досить швидко наближаються до своїх істинних значень, що пояснює ефективність застосування СКВ при малих значеннях розміру вибірки. Крім того, СКВ завади в точці прийняття рішень зменшується зі зростанням розміру вибірки. Незначна відстань між кривими по вісі  $s_0$  (вертикалі) показує незначну нерівність параметрів розподілів.

На рис. 5 та 6 подано залежності для випадку застосування ентропії обчисленої за дисперсією.

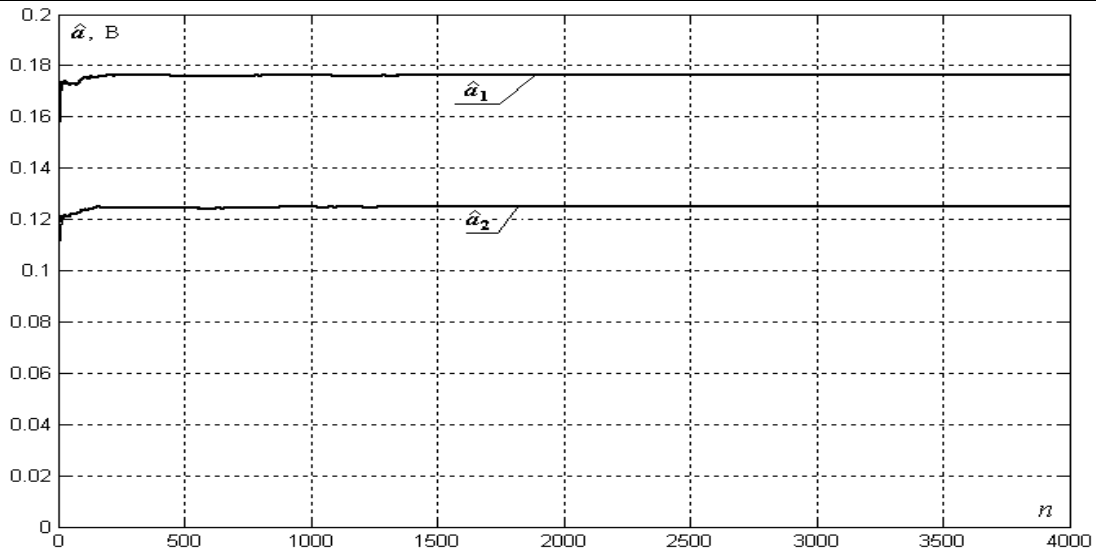


Рис. 3. Залежність  $\hat{\alpha}_1$  та  $\hat{\alpha}_2$  від  $n$  для випадку застосування СКВ

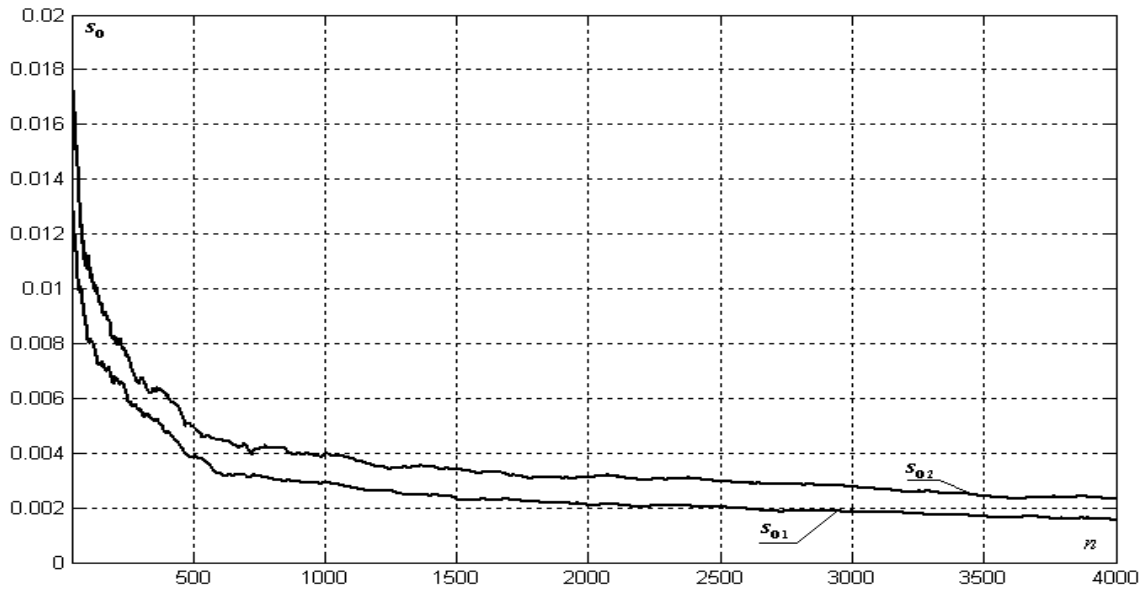


Рис. 4. Залежність  $s_{01}$  та  $s_{02}$  від  $n$  для випадку застосування СКВ

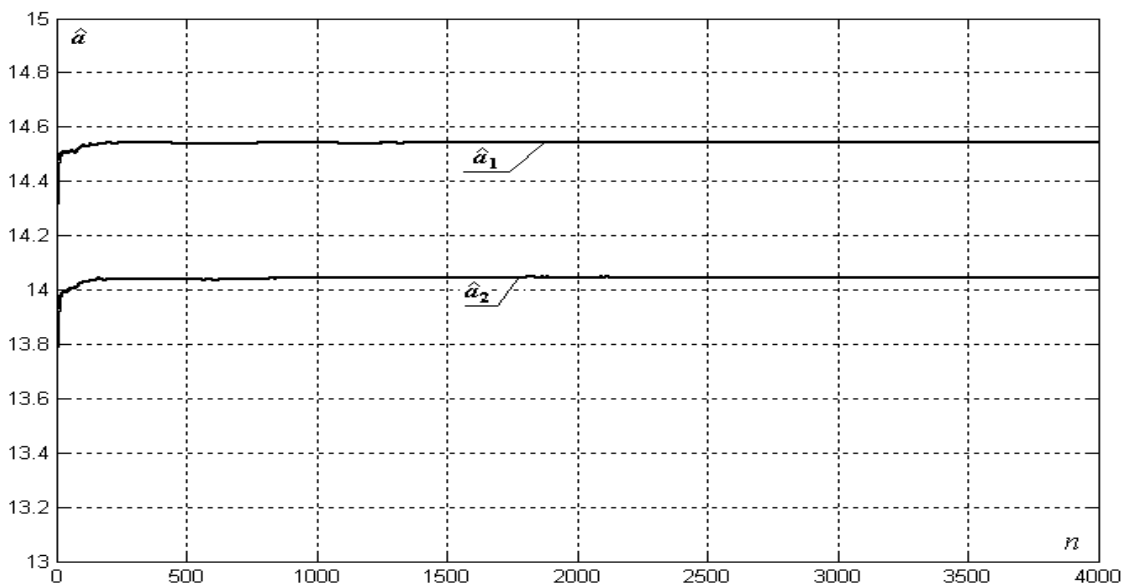


Рис. 5. Залежність  $\hat{\alpha}_1$  та  $\hat{\alpha}_2$  від  $n$  ентропії обчислено за дисперсією

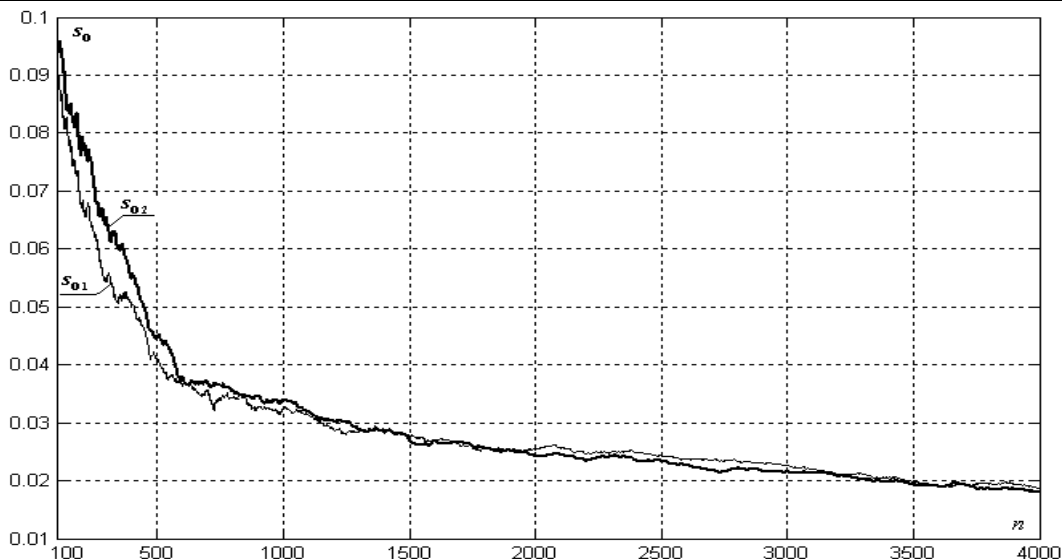


Рис. 6. Залежність  $s_{01}$  та  $s_{02}$  від  $n$  для ентропії обчисленої за дисперсією

З поданих рисунків (рис. 5 та рис. 6) можна побачити, що відносна відстань між кривими СКВ завади в точці прийняття рішень суттєво менша, ніж у випадку застосування СКВ.

На рис. 7 та 8 подано залежності для випадку застосування ентропії за Шенноном в межах кількості відліків до 4000. Ці залежності, також, наведені і у межах до 100000 відліків на рис. 9 та 10.

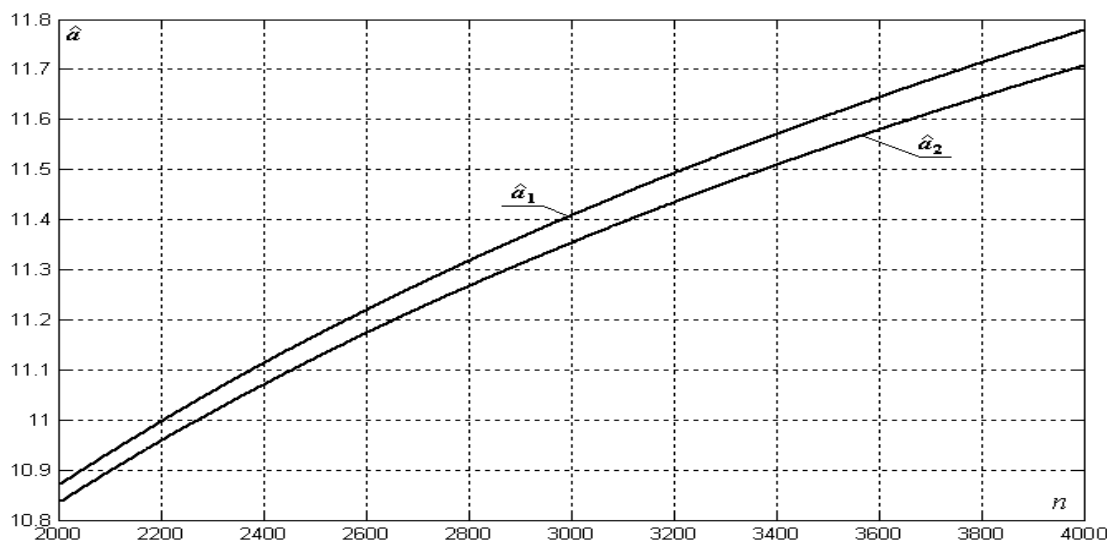


Рис. 7. Залежність  $\hat{a}_1$  та  $\hat{a}_2$  від  $n$  для ентропії за формулою Шеннона



Рис. 8. Залежність  $s_{01}$  та  $s_{02}$  від  $n$  для ентропії за формулою Шеннона

З рис. 7 та рис. 8 можна побачити, що значення сигнальних компонент в точці прийняття рішень зі зростанням кількості відліків наближаються до своїх істинних значень повільніше ніж у випадку використання СКВ чи ентропії вираженої через дисперсію. Відстань між кривими СКВ завади в точці прийняття рішень менша, ніж для випадку СКВ.

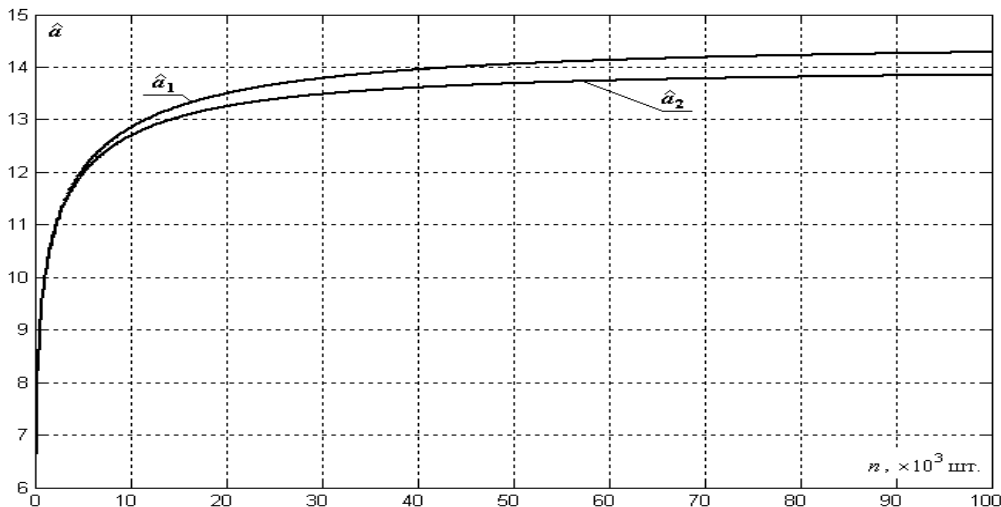


Рис. 9. Залежність  $\hat{a}_1$  та  $\hat{a}_2$  від  $n$  для ентропії за Шенноном до 100000 відл.

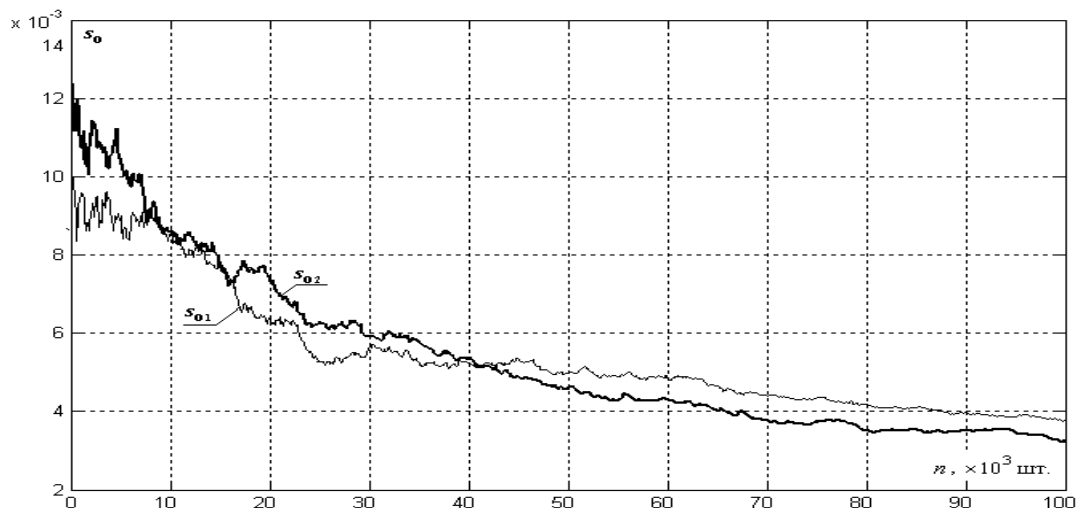


Рис. 10. Залежність  $s_{01}$  та  $s_{02}$  від  $n$  для ентропії за Шенноном до 100000 відл.

### Висновки

Таким чином, встановлено, що у якості змінної (керованої) ймовірнісної характеристики випадкових сигналів доцільно застосовувати ентропію, а оцінювання її значень проводити за формулою оцінки ентропії обчисленої за дисперсію.

### Перспективи подальших досліджень

Основними напрямками подальшого дослідження є вдосконалення процедури оцінювання ентропії, з метою мінімізації помилки, пошук типів сигналів, які забезпечують вищу ефективність демодуляції, розробка ефективних способів демодуляції, зокрема, з врахуванням енергії сигналів, реалізація способів ефективної бітової синхронізації тощо.

### Література

1. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение / Скляр Бернард. – [изд. 2-е, испр.]; [пер. с англ.]. – М. : Издательский дом "Вильямс", 2003. – 1004 с. : ил. – Парал. тит. англ.
2. Варакин Л.Е. Системы связи с шумоподобными сигналами / Варакин Л.Е. – М. : Радио и связь, 1985. – 384 с.
3. Козленко М.І. Дослідження ефективності використання частотного ресурсу при формуванні широкопasmових сигналів / М.І. Козленко // Наукові вісті. Приватний вищий навчальний заклад "Галицька академія". – Івано-Франківськ : Приватний вищий навчальний заклад "Галицька академія". – 2010. – № 1(17). – С. 32–37.
4. Пат. 92915 Україна, МПК(2009) Н04В 1/69. Спосіб передавання та приймання інформації на

основи широкопосмугових сигналів, що формуються процесами зі змінними імовірнісними характеристиками / Мельничук С.І., Козленко М.І. (Україна). – заявка № а 2008 01274 ; заявл. 01.02.2008 ; опубл. 27.12.2010, Бюл. № 24.

5. Козленко М.І. Аналіз сучасного рівня розробки статистичних методів обміну даними на основі шумоподібних сигналів / М.І. Козленко, С.І. Мельничук // Наукові вісті Інституту менеджменту та економіки "Галицька академія". – Івано-Франківськ : Інститут менеджменту та економіки "Галицька академія", 2006. – 2006. – № 2(10). – С. 33–38.

6. Мельничук С.І. Дослідження статистичних характеристик випадкових сигналів провідникових та радіоканалів обміну даними розподілених систем контролю / С.І. Мельничук, М.І. Козленко // Вісник Хмельницького національного університету. – Хмельницький : ХНУ – 2005. – № 4. – Ч. 1. – Т. 2. – С. 62–65.

7. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М. : Наука, 1977. – 832 с.

Надійшла 21.6.2012 р.

Рецензент: д.т.н. Адамовський Б.І.

УДК 389.001(075.8)

В.Т. КОНДРАТОВ

Інститут кібернетики ім. В.М.Глушкова НАН України

## ТЕОРИЯ ИЗБЫТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ: РЕШЕНИЕ МЕТРОЛОГИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ПРИ ЛИНЕЙНОЙ ФУНКЦИИ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО КАНАЛА СООБЩЕНИЕ 1.1

*В сообщении 1.1 рассмотрены пути и методы решения метрологических задач при линейной функции преобразования измерительного канала и без приписываемой объекту измерений математической модели.*

*In the message 1.1 methodology, ways and methods of the decision of metrological problems are considered at linear function of transformation of the measuring channel and without attributed to object of measurements of mathematical model.*

Ключевые слова: метрологические задачи, методология, методы решения, избыточные измерения.

### Введение

Раздел теории избыточных измерений «решение метрологических задач» является одним из основных разделов, поскольку в нем описываются практические вопросы разработки и реализации методов избыточных измерений величин разной физической природы ненаправленного и направленного действия, с приписываемой или с не приписываемой объекту измерений математической моделью, при линейной и нелинейных функциях преобразования измерительного канала, при наличии или отсутствии действия стационарных и нестационарных шумов, помех, наводок и т.д.

Современный период развития фундаментальной метрологии требует формулировок основных понятий «измерительная задача» и «метрологическая задача». Теория прямых измерений обусловила возможность формулировки измерительных задач, а теория избыточных измерений — метрологических задач.

### Определение

*Измерительная задача* — задача, заключающаяся в определении значений физической величины путем ее измерения с требуемой точностью в данных условиях измерений [1, 2].

В нормативных документах отсутствует понятие «метрологическая задача». В работе [3] сделана попытка разобраться в сущности «метрологической задачи», однако определение данному понятию не приводится. В частности, утверждается, что «в метрологических задачах исследуемый объект, в простейшем случае, предполагается неизменным, имеющим строго определенное значение измеряемой величины. В соответствии с этим всякое отклонение результата измерения от этого значения рассматривается как погрешность измерения [3].

На наш взгляд, метрологическая задача — это задача, направленная не только на определение действительного значения физической величины, но и параметров функции преобразования измерительного канала, обеспечивающее получение данных о состоянии, метрологических характеристиках, параметрах и показателях метрологической надежности измерительного канала. С позиции теории избыточных измерений предлагается следующее определение понятию «метрологическая задача».

### Определение

*Метрологическая задача* — задача определения значений физической величины и текущих значений параметров функции преобразования измерительного канала путем измерительного преобразования<sup>1</sup> нескольких

<sup>1</sup> однократного или многократного