

19. Васильків Н.М. Метод корекції похибки вимірювання температури неоднорідними термопарами / Н.М. Васильків // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2010. – № 2. – С. 168-173.

20. Васильків Н. Дослідження впливу змін профілю температурного поля на похибку вимірювання температури неоднорідними термопарами / Н. Васильків, О. Кочан // Вісник Тернопільського національного технічного університету. – 2010. – Т. 15. – № 2. – С. 146-153.

21. Kroese V. An Introduction to Neural Networks. – Amsterdam: University of Amsterdam, 1996. – 120 p.

22. Дорожовець М. Опрацювання результатів вимірювань : [навч. посібник] / Дорожовець М. – Львів : Вид-во Національного університету “Львівська Політехніка”, 2007. – 624 с.

Надійшла 5.6.2012 р.

Рецензент: д.т.н. Саченко А.О.

УДК 519.7

А.А. ШИЯН

Вінницький національний технічний університет

ОПТИМІЗАЦІЯ ДІЯЛЬНОСТІ АГЕНТІВ В ІНФОРМАЦІЙНИХ ТА ТЕЛЕКОМУТАЦІЙНИХ СИСТЕМАХ УПРАВЛІННЯ ВИРОБНИЧИМИ ТА ОРГАНІЗАЦІЙНИМИ СТРУКТУРАМИ

Описано методи для оптимізації діяльності агентів в задачах створення інформаційних та телекомунікаційних систем для управління виробничими та організаційними структурами з урахуванням наявності типів діяльності. Наведено методи для необхідної модифікації результатів теорії рефлексивних ігор.

The methods for optimization of agents' activity in problems on design of information and telecommunication system for control in industrial and organizational structures for the types of activities are described. The methods for modify the results of the theory of reflexive games are obtained.

Ключові слова: виробничі структури, організаційні структури, багатоагентні системи, рефлексивні ігри, оптимізація.

Вступ

Виробничі та організаційні структури є традиційним об'єктом дослідження в теорії управління. Задачі створення потужних інформаційних та телекомунікаційних систем для автоматизації управління в таких системах вимагають врахування специфічних особливостей людської компоненти. Найголовнішою такою особливістю є здатність людей-операторів до узгодження своїх дій та прийняття рішення у відповідності до цього.

Таким чином, розробка інформаційних та телекомунікаційних систем для управління виробничими та організаційними структурами, які включають в себе моделі прийняття рішення людиною в якості складового елемента, є актуальною науковою та важливою практичною задачею.

Огляд літератури та постановка задачі

Основна задача побудови інформаційних та телекомунікаційних систем для управління організаційними системами полягає в моделюванні її людської компоненти [1]. Загальна модель для управління в організаційних системах зводиться до моделі прийняття рішень людиною-оператором (агентом, гравцем, «активним елементом» – використовуються різні терміни) [1, 2]. З метою моделювання діяльності людини-оператора вводяться два простори. Перший – це простір A можливих для вибору стратегій людини. Другий – це простір A_0 результатів діяльності людини (результатів виконання відповідних стратегій).

Тоді діяльність людини-оператора може бути представлена певним оператором a , який діє з простору A в простір A_0 : $a: A @ A_0$.

У випадку, коли маємо багатоагентну систему (систему, що включає в себе багато людей-операторів, які приймають рішення), то узгодження інтересів агентів здійснюється на основі теорії ігор [1–4].

В [5, 6] побудовано математичний апарат для моделювання діяльності людини-оператора, передовсім – управлінської. Для цього розроблено універсальний метод для розбиття простору A можливих для вибору стратегій та простору A_0 результатів діяльності людини на вісім непересічних класів, які названі компонентами інформаційного простору. Далі побудовано новий клас математичних операторів, що діють в цих просторах $a: A @ A_0$. Ці оператори названі двокомпонентними абстрактними інформаційними автоматами (2AIA). Показано, що мінімальна кількість різних операторів, які здатні повністю описати довільну діяльність над просторами A та A_0 складає 16 різних типів 2AIA.

Таким чином, внаслідок того, що кожен із типів 2AIA здатний при здійсненні діяльності відбрати стратегії лише із певної підмножини простору можливих стратегій A та здійснювати діяльність лише в рамках певної підмножини простору A_0 , виникає задача про необхідність модифікації існуючих результатів теорії ігор.

Метою статті є опис модифікації результатів теорії рефлексивних ігор, яка необхідна для їх

застосування для 2AIA при моделюванні інформаційних та телекомунікаційних систем для управління організаційними системами.

Виклад основного результату

Рефлексивні ігри детально розглянуті в [1, 7, 8]. Наведемо ряд визначень і понять із теорії рефлексивних ігор, необхідних для використання. В статті з метою скорочення обсягу статті використано позначення перемінних та функцій із [7, 8].

Нульовий ранг рефлексії. Розглянемо проблему прийняття гравцем (оператором, агентом) рішення у випадку повної відсутності інформації про стан природи. Далі припущення про те, що цільові функції та припустимі множини є загальним знанням, вважається виконаним. В теорії рефлексивних ігор використовується принцип прийняття рішень на основі максимального гарантованого результату, відповідно до якого i -й агент обере гарантуючу (за станом природи і дії опонента) стратегію

$${}_1x_i^z = \arg \max_{x_i \in X_i} \min_{q \in \Omega} \min_{x_{-i} \in X_{-i}} f_i(q, x_i, x_{-i}). \quad (1)$$

Принцип (1) прийняття рішень не є єдино можливим – агент може розраховувати, що його опонент вибере не найгіршу дію, а власну гарантуючу стратегію (передбачається, що кожен агент може обчислити гарантуючу стратегію опонента). Тоді найкращою відповіддю буде

$${}_2x_i^z = \arg \max_{x_i \in X_i} \min_{q \in \Omega} f_i(q, x_i, {}_1x_{-i}^z). \quad (2)$$

Але аналогічним чином може міркувати опонент розглянутого агента. Якщо розглянутий агент припускає таку можливість, тоді його гарантуючою стратегією буде

$${}_3x_i^z = \arg \max_{x_i \in X_i} \min_{q \in \Omega} f_i(q, x_i, {}_2x_{-i}^z), \quad (3)$$

де ${}_2x_{-i}^z$ обчислюється відповідно до (2) заміни індексу « i » на « $-i$ » і навпаки.

Ланцюжок нарощування «рангу рефлексії» (припущень агента про ранг рефлексії опонента) можна продовжувати й далі, визначивши рекурентно

$${}_kx_i^z = \arg \max_{x_i \in X_i} \min_{q \in \Omega} f_i(q, x_i, {}_{k-1}x_{-i}^z), k = 2, 3, \dots, \quad (4)$$

де ${}_1x_i^z, i=1, 2$ визначаються за (1). Набір дій типу (4) будемо називати множиною рефлексивних гарантуючих стратегій.

Перший ранг рефлексії. Нехай тепер агент має певну інформацію про стан природи, яку вважає чинною, і більше йому нічого вірогідно не відомо.

У рамках існуючої невизначеності в силу принципу детермінізму у агента, що здійснює стратегічну рефлексію, є дві альтернативи: або припустити, що його опонент не має ніякої інформації, або вважати, що останній має ту ж саму інформацію, що й він сам.

Якщо агент не вводить жодних припущень про інформованість і принципи поведінки опонента, то він змушений застосовувати принцип максимального гарантованого результату – жодної додаткової (у порівнянні із розглянутою вище моделлю нульового рангу рефлексії) інформації про опонента в агента не додалося – тобто розраховувати на найгірший для нього вибір другого агента із множини стратегій типу (1). Звичайно, агент може припускати, що опонент має деяку інформацію, але, так як ця інформація не фігурує в моделі, то розглядатися подібні припущення не будуть. Гарантуючою стратегією тоді буде:

$$x_i^z(q_i) = \arg \max_{x_i \in X_i} \min_{j=1, 2, \dots} f_i(q_i, x_i, {}_jx_{-i}^z). \quad (5)$$

Відзначимо, що, перебуваючи в інформаційній ситуації, яка відповідає розглянутій моделі, обчислюючи (5), агент розглядає опонента як такого, що перебуває в інформаційній ситуації, яка відповідає попередній моделі. Цей загальний принцип, маючи деяку інформацію, агент може розглядати опонента як такого, що має або той же, або на одиницю менший ранг рефлексії – використовується й у ряді інших рефлексивних моделей прийняття рішень.

Якщо перший агент вважає, що його опонент має ту ж саму інформацію, що й він сам (аналогічно може міркувати й інший агент), то він обчислює суб'єктивну рівновагу (тобто рівновагу Неша для відповідного суб'єктивного опису гри) $E_N(q_i) = \{(x_{i1}^*(q_i), x_{i2}^*(q_i))\}$ такого вигляду:

$$\begin{aligned} \forall x_1 \in X_1 : f_1(q_i, x_{i1}^*(q_i), x_{i2}^*(q_i)) &\geq f_1(q_i, x_1, x_{i2}^*(q_i)); \\ \forall x_2 \in X_2 : f_2(q_i, x_{i1}^*(q_i), x_{i2}^*(q_i)) &\geq f_2(q_i, x_{i1}^*(q_i), x_2). \end{aligned} \quad (6)$$

Змістовно, наведені системи нерівностей відображують обчислення першим агентом «своїх» рівноваги Неша та вибір відповідної координати цієї рівноваги. У загальному випадку агент і його опонент обчислюють різні рівноваги – збіг можливий, якщо інформованість така, що $x_{ij}^*(q_i) = x_{ij}^*(q_j), i, j = 1, 2$.

Таким чином, раціональним у моделі першого рангу рефлексії можна вважати вибір агентом або рефлексивної гарантуючої стратегії (5), або суб'єктивної рівноваги (6).

Другий ранг рефлексії. У моделі другого рангу рефлексії i -й агент має інформацію про уявлення q_{ij} опонента про стан природи і про власні уявлення Q_{ii} про стан природи (будемо вважати, що $q_i = q_{ii}$ – відповідно до аксіоми про автоінформованість).

Агент може розраховувати, що його опонент вибере гарантуючу (у рамках знання Q_{ij}) стратегію.

Тоді найкращою відповіддю буде

$${}_2 x_i^z = \arg \max_{x_i \in X_i} f_i(q_i, x_i, x_{-i}^z(q_{ij})) \quad (7)$$

Тут $x_{-i}^z(q_{i,-i})$ визначається за (5).

Крім гарантуючої стратегії (7), перший агент може обчислити суб'єктивну рівновагу

$$E_N(q_1, q_{12}) = \{ \{ x_{11}^*(q_1, q_{12}), x_{12}^*(q_1, q_{12}) \} \}$$

такого вигляду:

$$\begin{aligned} \forall x_1 \in X_1 : f_1(q_1, x_{11}^*(q_1, q_{12}), x_{12}^*(q_1, q_{12})) &\geq f_1(q_1, x_1, x_{12}^*(q_1, q_{12})) \\ \forall x_2 \in X_2 : f_2(q_{12}, x_{12}^*(q_1, q_{12}), x_{11}^*(q_1, q_{12})) &\geq f_2(q_{12}, x_{12}, x_{11}^*(q_1, q_{12})) \\ \forall x_1 \in X_1 : f_1(q_{12}, x_{12}^*(q_1, q_{12}), x_{11}^*(q_1, q_{12})) &\geq f_1(q_{12}, x_1, x_{12}^*(q_1, q_{12})) \end{aligned} \quad (8)$$

Як і в попередній моделі, у загальному випадку перший агент і його опонент обчислюють різні рівноваги. Таким чином, раціональним у моделі другого рангу рефлексії можна вважати вибір агентом або рефлексивної гарантуючої стратегії (7), або суб'єктивної рівноваги (8).

Проведений аналіз найпростіших моделей стратегічної рефлексії перших декількох рангів свідчить, що у випадку декількох агентів і недостатньої їх інформованості можна розглядати процеси прийняття ними рішень незалежно – кожен із них моделює поведінку своїх опонентів, тобто прагне побудувати власну замкнуту модель гри. У випадку ж наявності загального знання суб'єктивні моделі збігаються.

Вище ми розглянули рефлексію нульового, першого й другого рангів. Нарощування рангів рефлексії можна за аналогією робити й далі. Істотними у всіх моделях є припущення агента про те, який ранг рефлексії має його опонент, тобто фактично ранг рефлексії агента визначається тим, який ранг рефлексії він приписує своєму опоненту.

Ніяких розумних рекомендацій, що обмежують ріст рангу власної рефлексії, априорі агенту запропонувати не можна. Із цієї точки зору можна констатувати, що не існує універсальної концепції рівноваги для ігор зі стратегічною рефлексією. Єдиним виходом є використання в цьому випадку або максимально гарантованого результату за рангами рефлексії опонента, або ж суб'єктивної рівноваги, у рамках якого кожен агент вводить певні припущення про ранг рефлексії опонента та вибирає свою дію, оптимальну в рамках цих припущень.

У рефлексивній теорії ігор основна увага сконцентрована на вивченні випадків, коли необмеженого росту рангу рефлексії не відбувається. Існують дві причини, з яких ранг рефлексії може виявитися скінченним. По-перше, це недоцільність збільшення рангу рефлексії, понад якесь значення, з погляду виграшу агента (коли подальше збільшення рангу рефлексії вже не приводить до збільшення виграшу). По-друге, можливості людини з переробки інформації обмежені, і нескінченний ранг рефлексії є не більш ніж математичною абстракцією.

Оскільки в теорії рефлексивних ігор передбачається, що гравець виробляє власні уявлення, тобто формує «модель іншого гравця», то отримані в [5, 6] результати дозволяють істотно підвищити передбачувальну силу теорії рефлексивних ігор за рахунок включення в розгляд урахування власного типу гравця, який і здійснює рефлексію.

Зокрема, справедлива наступна теорема.

Теорема 1. Якщо гравець знає свій тип 2AIA, то результат його рефлексії першого порядку щодо другого гравця буде вляти собою просте перенесення на другого гравця власних характеристик типу 2AIA для першого гравця.

Доведення. Тип 2AIA є оператор, який переводить простір стратегій A в простір дій A_0 . Однак для двох різних типів 2AIA обидва ці простори є різними [5, 6]. Відповідно до визначення рефлексії першого порядку, перший агент буде розраховувати на найгіршу для себе стратегію. Але вибирати цю стратегію він буде із власного простору стратегій A . Теорема доведена.

Звичайно, зустрічаючись із реальними гравцями, розглянутий гравець *вчиться* розуміти, що «люди бувають різні», і найчастіше їхні рішення є «неоптимальними». Неоптимальними, природно, з погляду розглянутого гравця.

Ступінь такої «не оптимальності» для розглянутого гравця задається наступною теоремою

Теорема 2. Рівень сприйманої даним гравцем «оптимальності» у діяльності іншого гравця визначається відношенням між типами 2AIA для розглянутих гравців (детально описано в [6, 9]).

Доведення. Кожний із гравців в умовах, коли він повинен прийняти раціональне рішення, буде діяти у відповідності зі своїм власним типом 2AIA. Тому класифікація всіх можливих результатів такої діяльності збігається із класифікацією інтертипних відносин, яка наведена в [6, 9]. Теорема доведена.

Наслідок 1. Теоремами 1 і 2 задаються також умови для опису «рівня нерозуміння» для динамічних і повторюваних ігор, які явно враховують наявність типу 2AIA для гравців.

Наслідок 2. Важливого значення набуває задача «про ранжування» за ступенем ефективності спільних дій двох (і більшої кількості) гравців, яка зводиться до задачі про впорядкування множини інтертипних відносин за «ступенем ефективності спільної діяльності». Теоретико-ігрова модель для відповідного розрахунку наведена в [10].

Наявність асиметричних інтертипних відносин [6, 9] дозволяє сформулювати наступну теорему для рефлексивних та для динамічних ігор.

Теорема 3. Якщо типи 2AIA для гравців зв'язані асиметричними інтертипними відносинами, то ця гра розвивається за принципом ієрархічних ігор (гра Штакельберга, рівновага Штакельберга як рішення

гри), коли перший гравець (передавач або сугестивний передавач, коли тип 2AIA іншого гравця розташований перед типом розглянутого гравця в при застосування асиметричних інтертип них відносин [6, 9]) задає умови і простір стратегій для другого гравця.

Доведення цієї теореми по суті повторює доведення відповідних теорем із [6, 9], які описують групову структуру множини інтертипних відносин для 2AIA.

Оскільки внаслідок наявності досвіду в прийнятті рішень кожен конкретний гравець уже приймав рішення у ситуації, коли його рефлексивне сприйняття іншого гравця відрізняється від реально здійснюваних цим другим гравцем дій, то приходимо до такої теореми.

Теорема 4. За умови, коли кожен гравець не знає типів 2AIA інших гравців, найбільш очікуваною концепцією розв'язку для рефлексивних ігор є задача знаходження рівноваги Байєса – Неша.

Доведення. Розглянемо виділеного гравця. Він знає свій тип 2AIA, але він не знає типів 2AIA інших гравців. Внаслідок цього виділений гравець буде висловлювати припущення про тип 2AIA для кожного іншого гравця. Але таке припущення може бути справедливим лише із певною ймовірністю, причому ця ймовірність буде залежати як від досвіду виділеного гравця, так і від його типу 2AIA (щодо останнього див. [6]). Тому концепція розв'язку для такої гри може бути лише та, яка допускає ймовірнісне трактування. А це якраз і задає рівновагу Байєса-Неша [3]. Теорема доведена.

Висновки та перспективи подальших досліджень

Застосування результатів, отриманих в статті, дозволяє здійснити *оптимізацію* інформаційних та телекомунікаційних систем для управління організаційними системами. Термін оптимізація розуміється в тому смислі, що, внаслідок наведених вище теорем, підвищення ефективності управління організаційними системами може бути здійснене лише в тому випадку, коли всі гравці знають як світ тип 2AIA, так і типи 2AIA всіх інших гравців. Якщо ж таке «загальне знання» відсутнє, то управління буде менш ефективне внаслідок неадекватності уявлень кожного із гравців про простір стратегій інших гравців.

На закінчення наведемо міркування із приводу співвіднесення отриманих результатів і сучасної теорії ігор.

Використання розвинуеного в статті формального апарату дозволяє здійснити нові постановки задач в застосування теорії ігор до управління виробничими та організаційними структурами. Такі задачі мають очевидне прикладне використання і можуть бути ефективно використані при здійсненні управління агентами в реальних обставинах.

Можна сказати, що сформульовані на «мові 2AIA» рефлексивні ігри мають виражене прикладне застосування.

В рефлексивних іграх при використанні типології діяльності 2AIA для агентів має місце стискання інформації та зменшення складності задачі у порівнянні із раніше існуючими постановками задач. Інакше кажучи, на «мові 2AIA» одна й та ж сама рефлексивна гра може відповідати цілому ряду *реальних* ситуацій.

Із цього погляду «мова 2AIA» виступає в якості «інтерфейсу» між реальним світом і світом модельним, котрий описується теорією ігор.

У загальному ж випадку знання типів 2AIA для гравців у теорії контрактів дозволяє істотно спростити задачі. Наприклад:

1. Факт наявності типу 2AIA в агентів дозволяє організувати його уточнення роботодавцем, що призводить до переведення гри із Байєсівської до детерміністичної (тобто до гри із «загальним знанням», із симетричною інформацією). Таким чином, теорія 2AIA сама виступає свого роду фактором «загального знання», призводячи тим самим до симетричної інформації в суспільстві.

2. Наявність типу 2AIA дозволяє знизити витрати на а) мотивування і стимулювання, б) планування, інформаційне управління.

Врахування рольових функцій і типів 2AIA для агентів дозволяє сформулювати нові постановки управлінських задач, які можуть бути вирішені за допомогою часткового модифікування уже існуючих способів. При цьому класифікація типів 2AIA для діяльності агентів виступає як етап прикладної управлінської діяльності як при стисканні інформації на етапі постановки теоретичної задачі, так і при втіленні результатів теоретичного розгляду в життя.

Література

1. Новиков Д.А. Теория управления организационными системами / Новиков Д.А. – М. : Физматлит, 2007. – 584 с.
2. Губко М.В. Теория игр в управлении организационными системами / М.В. Губко, Д.А. Новиков. М. : ИПУ, 2005. – 138 с.
3. Mas-Collel A. Microeconomic Theory / A. Mas-Collel, M. D. Whinston, J. R. Green. Oxford: Oxford University Press, 1995. – 977 p.
4. Шиян А.А. Управление развитием социально-экономических систем. Теория игр: основы та застосування в економіці та менеджменті : [навчальний посібник] / Шиян А.А. – Вінниця : ВНТУ, 2010. – 162 с.
5. Шиян А.А. Информационное пространство и классификация стратегий управленческой деятельности в теории игр и принятия решений / А.А. Шиян // Информационні технології та комп'ютерна

інженерія. – 2007. – № 3 (10). – С. 131–139.

6. Шиян А.А. Теоретико-ігровий аналіз раціональної поведінки людини та прийняття рішень в управлінні соціально-економічними системами : [монографія] / Шиян А.А. – Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2009. – 404 с.

7. Новиков Д.А. Рефлексивные игры / Д.А. Новиков, А.Г. Чхартишвили. – М. : СИНТЕГ, 2003. – 149 с.

8. Чхартишвили А.Г. Теоретико-игровые модели информационного управления / Чхартишвили А.Г. – М. : ЗАО «ПМСОФТ», 2004. – 227 с.

9. Шиян А.А. Математичне моделювання спільної економічної діяльності людей / А.А. Шиян // Наукові праці ВНТУ. – 2008. – № 2. – 7 с. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://www.nbu.gov.ua/e-journals/VNTU/2008-2/2008-2.files/uk/08aasaop_uk.pdf.

10. Шиян А.А. Метод обрахунку ефективності спільної економічної діяльності людей на основі теоретико-ігрового моделювання / А.А. Шиян, Л.О. Нікіфорова // Вестник национального технического университета «ХПИ». – 2008. – № 54 (2). – С. 10–13.

11. Bolton P. Contract Theory / P. Bolton, M. Dewatripont. – Cambridge: MIT Press, 2005. – 724 p.

Надійшла 14.6.2012 р.

Рецензент: д.т.н. Штовба С.Д.

УДК 004.451

С.В. МОСТОВИЙ

Хмельницький національний університет

ВЗАЄМОБЛОКУВАННЯ ПРОЦЕСІВ В КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМАХ

В роботі проведений аналіз життєвого циклу процесу, виділено граничний стан, що передує стану взаємоблокування. Розроблено алгоритм прогнозування потрапляння процесів у стан взаємоблокування.

In work the analysis of life cycle of process is conducted, the boundary status is chosen which will precede to a status of deadlock. The algorithm of forecasting of deadlock of processes is developed.

Ключові слова: процес, стан процесу, взаємоблокування, прогнозування взаємоблокування.

Вступ

Вагома частка взаємоблокувань процесів припадає на взаємоблокування процесів, що виконуються в комп'ютерних системах (КС).

Під комп'ютерною системою будемо розуміти сукупність програмно-апаратних засобів, призначених для розв'язання поставленої задачі, а саме персональні комп'ютери (ПК) та відповідне програмне забезпечення (як системне, так і прикладне).

В результаті дослідження відомих методів та алгоритмів уникнення взаємоблокувань процесів в операційних системах (ОС) [1, 2] виявлено, що вони не в повному обсязі розв'язують поставлену задачу. Не всі алгоритми придатні до реалізації у сучасних операційних системах [3, 4], оскільки мають ряд недоліків (блокування роботи ОС, наявність циклів активного очікування, складність програмної реалізації для багатьох процесів, необхідність використання спеціалізованої команди процесора) і є складними для реалізації. Тому більшість сучасних ОС не містять ефективних засобів для вирішення проблеми взаємоблокування процесів [5].

Проте масштабність задач, які розв'язуються за допомогою персонального комп'ютера, зростає і це вимагає розв'язання задачі уникнення взаємоблокування процесів. Тому задача розробки нових методів та засобів, які б дозволили прогнозувати входження процесів у стан взаємоблокування є актуальною. Для розробки таких методів та засобів необхідно дослідити життєвий цикл процесів КС та визначити при яких умовах може відбутись взаємоблокування процесів.

Основна частина

Життєвий цикл процесів комп'ютерної системи

Багатозадачність (англ. multitasking) – властивість операційної системи або середовища програмування забезпечувати можливість паралельної (або псевдопаралельної) обробки декількох процесів [6]. Дійсна багатозадачність операційної системи можлива тільки в розподілених обчислювальних системах.

Процес – це система дій, що реалізує певну функцію в обчислювальній системі й оформлена так, що керуюча програма обчислювальної системи може перерозподіляти ресурси цієї системи з метою забезпечення багатозадачності [6]. Позначимо множину виконуваних процесів, як $A = \{a_i\}_{i=1}^y$, де y – кількість процесів.

Ресурс обчислювальної системи – засіб обчислювальної системи, що може бути виділений процесу обробки даних на певний інтервал часу [6]. Позначимо множину наявних ресурсів ОС, як $RE = \{re_j\}_{j=1}^x$, де x – кількість видів ресурсів.

До ресурсів ОС віднесемо наявну пам'ять, процесори, пристрої вводу/виводу, а також дані,