

суттєвого зниження динамічних навантажень, зумовлених взаємодією голок з клинами;

2. підвищити продуктивність в'язальної машини за рахунок скорочення простоїв, зумовлених заміною голок при їх відмовах, що має місце в існуючих типах в'язальних машин;

3. підвищити якість трикотажного полотна та виробів за рахунок скорочення кількості відмов голок, зумовлених значними динамічними навантаженнями.

### Література

1. Гарбарук В.Н. Проектирование трикотажных машин / Гарбарук В.Н. – Л. : Машиностроение, 1980. – 472 с.
2. Мильченко И.С. Основы проектирования трикотажных машин / Мильченко И.С. – М. : Ростехиздат, 1962. – 226 с.
3. Мойсеєнко Ф.А. Проектування в'язальних машин / Мойсеєнко Ф.А. – Харків : Основа, 1994. – 336 с.
4. Волощенко В.П. Эксплуатационная надежность машин трикотажного производства / Волощенко В.П., Пипа Б.Ф., Шипуков С.Т. – К. : Техніка, 1977. – 136 с.
5. Повышение надежности трикотажного оборудования / [Пипа Б.Ф., Волощенко В.П., Шипуков С.Т., Орлов В.А.]. – К. : Техника, 1983. – 112 с.
6. Хомяк О.Н. Повышение эффективности работы вязальных машин / О.Н. Хомяк, Б.Ф. Пипа. – М. : Легпромбытиздат, 1990. – 209 с.
7. Навасардян Г.С. Смазка швейных машин / Навасардян Г.С. – М. : Легкая индустрия, 1976. – 88 с.
8. Писаренко Г.С. Справочник по сопротивлению материалов / Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. – К. : Наукова думка, 1975. – 704 с.
9. Машины кругловязальные типа КО-2. Техническое описание и инструкция по эксплуатации. – Черновцы, 1992. – 86 с.

Надійшла 13.11.2012 р.

Рецензент: д.т.н. Параска Г.Б.

УДК 628.387

А.А. НЕСТЕР, А.П. БЛИК

Хмельницький національний університет

С.П. ДЕМЧИК

Рівненський державний гуманітарний університет

## МАСОПЕРЕНОС ВОДНИХ РОЗЧИНІВ У ДВОШАРОВИХ ФІЛЬТРАХ

*Розглянуто процеси масопереносу у двошарових фільтрах при відновленні водних розчинів з застосуванням математичних методів аналізу.*

*Ключові слова: масоперенос, друковані плати, фільтрування.*

*The processes of mass transfer in two-layer filters during restoring of water solutions are described using mathematical analysis methods.*

*Keywords: mass transfer, printed circuits, filtering.*

**Вступ.** При відновленні водних розчинів травлення друкованих плат і створенні маловідходних процесів використання водних ресурсів, необхідно постійне фільтрування розчинів. Фільтрування через пористі середовища є одним з найбільш ефективних способів розв'язання різноманітних проблем, пов'язаних з видаленням з рідин завислих та колоїдних частинок, а також домішок молекулярного та іонного ступеня дисперсності. Проте досягти помітного прогресу в даному напрямку суто емпіричним шляхом чи в межах існуючих гранично ідеалізованих математичних моделей із залученням тільки елементарних теоретичних методів неможливо. Проблеми фільтрування виключно складні і потребують міждисциплінарних підходів і не можуть успішно вирішуватися в межах окремих дисциплін. Перспектива розвитку теорії і практики процесів фільтрування через пористі середовища полягає у підвищенні адекватності існуючих математичних моделей шляхом їх узагальнення, введенні нових моделей, які враховують досягнення суміжних з водопостачанням дисциплін, та у застосуванні до них методів аналізу, випробуваннях у фундаментальних галузях науки. Відомі лише поодинокі спроби опису роботи фільтрів зі складними законами функціонування в складних технологічних умовах експлуатації.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Аналіз патентної й науково-технічної літератури показав, що питаннями фільтрування відпрацьованих водних розчинів впритул не займаються. Відомі лише окремі теоретичні роботи в яких аналізуються частинні випадки теорії процесів фільтрування через пористі середовища із змінною швидкістю режиму [1].

**Постановка завдання:** З огляду на існуюче положення на підприємствах доцільне створення локальних маловідходних систем водного господарства працюючих в автоматичному режимі та з

використанням фільтрів. Але при цьому для прийняття ефективних рішень потрібно знати, чи визначити закономірності за якими відбуваються процеси в реальних умовах. У даній роботі проведена спроба встановити аналітичні закономірності масопереносу в двошарових фільтрах

**Виклад досліджень.** Фільтрування в напрямку зменшення еквівалентного діаметру гранул завантаження – один з загальноновизнаних методів підвищення ефективності роботи фільтрів [2, 3]. В складних технологічних умовах, що змінюються, оптимальний гранулометричний склад завантаження повинен був би залежати від часу. Проте через складності реалізації і експлуатації в практиці фільтрування не отримали широкого розповсюдження навіть фільтри з „неперервно” неоднорідним завантаженням. З цих же причин фактично обмежуються різними апроксимаціями оптимального гранулометричного складу завантаження, еквівалентний діаметр гранул якого „неперервно” спадає в напрямку фільтрування за певним законом, що до того ж підлягає визначенню, за рахунок використання  $n$ -шарових фільтрів. Точність апроксимації, очевидно, тим більша, чим більше число  $n$  фільтруючих шарів. Відповідно складність експлуатації  $n$ -шарових фільтрів, зокрема, через ускладнення регенерації завантаження, із зростанням  $n$  зростає. Іншими словами, в практиці фільтрування найбільш поширені двошарові фільтри.

Розглянемо спочатку одношарові фільтри з однорідним завантаженням сталого перерізу, що функціонують за законами, прототипом яких є класична лінійна модель фільтрування, а саме:

$$\rho_t + vC_x = 0, \quad (1.)$$

$$\rho_t = \beta C - a\rho, \quad (2.)$$

$$C|_{x=0} = C_0(t), \rho|_{t=0} = \rho_0(x) \quad (3.)$$

Наведемо позначення, які будуть використовуватись в статті:

$x$  – координата в напрямку фільтрування ( $0 \leq x \leq L$ );  $t$  – час;  $C(x,t)$  і  $\rho(x,t)$  – концентрації відповідно домішкових частинок, завислих у рідині, що фільтрується, і частинок осадка;  $C_0(t)$  – концентрація завислих домішкових частинок на вході фільтра;  $\rho_0(x)$  – початковий розподіл осадка у завантаженні;  $v = const$  – швидкість фільтрування;  $\beta$  і  $a$  – сталі.

Надалі змінні і параметри, що стосуються конкретного шару будемо позначати відповідним індексом. Запобігаючи зайвим ускладненням, будемо вважати, що у вихідному стані двошаровий фільтр вільний від осадка ( $\rho_0(x) \equiv 0$ ), а концентрація домішкових частинок на вході у перший шар постійна ( $C_0 = const$ ).

Концентрація домішкових частинок на виході першого шару, дорівнює

$$C(L_1, \eta_1) = C_0 e^{-\beta_1 L_1} \left\{ I_0 \left( 2\sqrt{L_1^2 \eta_1^2} \right) + \int_0^{\eta_1} I_0 \left( 2\sqrt{L_1^2 (\eta_1 - \eta)} \right) e^{-\beta_1 \eta} d\eta \right\}. \quad (4.)$$

Тут  $\eta_1 = a_1 t$ , а  $C_0(\eta_1) = C(L_1, \eta_1) = C_0(r_{12}, \eta_1)$ ,

Густина насичення завантаження осадком у першому шарі двошарового фільтра описується виразом:

$$\beta(L_1, \eta_1) = e^{-\beta_1 L_1} \int_0^{\eta_1} I_0 \left( 2\sqrt{L_1^2 (\eta_1 - \eta)} \right) e^{-\beta_1 \eta} d\eta \quad (5.)$$

де  $\beta(L_1, \eta_1) = \rho(L_1, \eta_1) / \rho_{s1}, \rho_{s1} = \beta_1 C_0 / a_1$ .

При знаходженні густини  $\beta(L_2, \eta_2)$  у другому шарі слід враховувати, що у цьому шарі формування осадка відбувається при змінній вхідній концентрації завислих домішкових частинок:

$$\beta(L_2, \eta_2) e^{-\beta_2 L_2} \int_0^{\eta_2} I_0 \left( 2\sqrt{L_2^2 (\eta_2 - \eta)} \right) C_0^{\eta_1}(r_{12}, \eta_1) d\eta_1. \quad (6.)$$

Тут  $\beta(L_2, \eta_2) = \rho(L_2, \eta_2) / \rho_{s2}, \rho_{s2} = \beta_2 C_0 / a_2$ ,  $C_0^{\eta_1}(r_{12}, \eta_1) = C_0(r_{12}, \eta_1) / C_0 e^{-\beta_1 L_1}$  – нормована концентрація завислих домішкових частинок на вході другого шару або їх нормована концентрація на виході першого шару.

Отже, вираз (6) описує процеси масопереносу у двошарових фільтрах, кожний шар яких функціонує за законами (1)–(3) зі своїми коефіцієнтами  $\beta_i, a_i$  ( $i = 1, 2$ ), з точністю до перехідних процесів, як і класична лінійна модель [4.5].

З виразів можна знаходити час захисної дії двошарових фільтрів  $t_3$  і часу досягнення гранично допустимих втрат напору  $t_H$ . Форма запису виразів для концентрацій  $C$  і  $\rho$ , зокрема у двошарових фільтрах, у випадку лінійної ізотерми сорбції, зручна з точки зору подальших узагальнень на довільну кількість фільтруючих шарів і малоприсадна для безпосередніх чисельних розрахунків. Тому ці вирази, хоча і дещо іншими методами, повинні бути зведені до вигляду, який враховує особливості сучасного математичного забезпечення комп'ютерів.

Перейдемо до двошарових фільтрів, кожний шар яких функціонує за законами шехтманівського

типу, а саме:

$$\left. \begin{aligned} \rho_i + vC_x &= 0, \\ \rho_i &= \beta_i C \left(1 - \frac{\rho}{\rho_{*i}}\right), \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$(8)$$

$$C|_{x=0} = C_{0i}(t), \rho|_{r=0} = \rho_0(x) \quad (9)$$

де  $i$  – номер шару ( $i = 1, 2$ ).

Для знаходження концентрацій  $C$  і  $\rho$  у другому шарі необхідно для концентрації  $C$  на виході першого шару (при  $x_1 = L_1$ ), виконати математичні дії. В результаті отримаємо

$$C(x_2, t) = \frac{C_0 \exp(a_1 t) [\exp(a_1 t) + B_1]^r}{\left[ (\exp(a_1 t) + B_1)^r + B_2(x_2) \right] (\exp(a_1 t) + B_1)}, \quad (10)$$

$$\rho(x_2, t) = \frac{\rho_{*i} \left[ (\exp(a_1 t) + B_1)^r - (1 + B_1)^r \right]}{\left[ (\exp(a_1 t) + B_1)^r + B_2(x_2) \right]} \quad (11)$$

де  $B_2(x_2) = \left[ \exp\left(\frac{\beta x_2}{v}\right) - 1 \right] (\exp(a_1 t) + B_1)^r$ ,  $B_1 = \exp\left(\frac{\beta L_1}{v}\right) - 1$ ,  $r = a_2 / a_1$ .

Час захисної дії фільтрів шехтманівського типу  $t_3$  може бути знайдений з виразу (10.4.101) при  $x_2 = L_2$  за заданим рівнем проскокової концентрації  $\mu = C(L_2, t) / C_0$ . Час досягнення граничних втрат напору  $t_H$  знаходиться з рівності сумарних втрат напору на першому і другому шарах фільтра наявному гідравлічному напору  $H_{np}$ . В подальшому процес фільтрування може оптимізуватися у відповідності з вибраним критерієм оптимальності. Головним чином, це рівність  $t_3 = t_H$ .

Далі розглянемо як самостійне питання і як один з можливих алгоритмів для чисельних розрахунків на підставі встановлених вище закономірностей найбільш простий випадок масопереносу у двошарових фільтрах – хвильовий режим [6]. У якості критерію оптимальності  $K_2$  роботи двошарового фільтра у хвильовому режимі виберемо спочатку відношення вартості об'єму фільтра та  $Q_F$  необхідної якості, отриманого за час захисної дії фільтра  $t_3$  до вартості завантаження  $s_\phi$ , тобто

$$K_2 = Q_F / s_\phi. \quad (12)$$

Очевидно,  $Q_F = v S t_3 s_F$ , де  $S$  – площа поперечного перерізу завантаження,  $s_F$  – вартість одиниці об'єму фільтрата. Відповідно, вартість завантаження знаходимо за формулою

$$s_\phi = S [s_1 L + s_2 (L - L_1)]. \quad (13)$$

Тут  $s_1, s_2$  – вартість одиниці об'єму гранул завантаження з діаметром  $d_1$  і  $d_2$  відповідно;  $L_1$  – товщина першого в напрямку фільтрування шару фільтра з діаметром гранул  $d_1$ .

Як показано в [7], у хвильовому режимі

$$t_3 \approx \frac{L_1}{\sigma_1} + \frac{L - L_1}{\sigma_2},$$

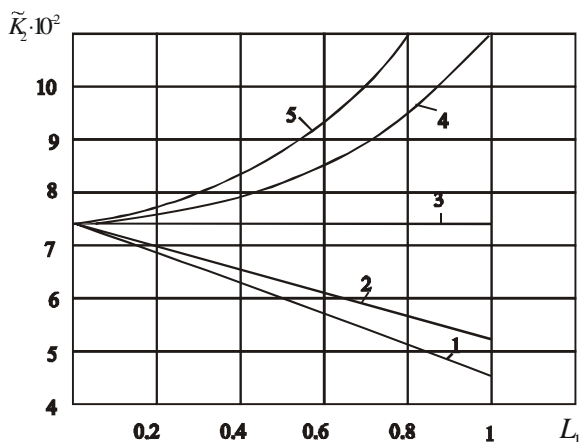


Рис. 1. Залежність нормованого критерію оптимальності роботи двошарового фільтру у хвильовому режимі  $K_2$  від товщини першого шару  $L_1$  при різних  $m$ .  
Крива 1 –  $m = 0,8$ ; 2 –  $0,7$ ; 3 –  $0,5$ ; 4 –  $0,33$ ; 5 –  $0,25$ .

де  $\sigma_i = C_0 v / \rho_{*i}$ ,  $\rho_{*i} = r_i C_0 / v^{1,7} d_i^{1,7}$ ,  $r_i = const$  [5],  $i = 1, 2$ .

Таким чином, нормоване значення критерію оптимальності роботи двошарового фільтру становить:

$$K_2 = \frac{l \left[ \frac{L r_2}{d_2^{1,7}} + L_1 \left( \frac{r_1}{d_1^{1,7}} - \frac{r_2}{d_2^{1,7}} \right) \right]}{L - L_1 (1 - m)}. \quad (14)$$

Тут  $l = s_F / s_2$ ,  $m = s_1 / s_2$ .

Результати обчислення нормованого критерію  $K_2 = K_2 / l$  при  $r_1 = r_2 = 1,8 \cdot 10^{-7} (M^2 / c)^{1,7}$ ,  $L = 1$  м,  $v = (1/360)$  м/с,  $d_1 = 1,2 \cdot 10^{-3}$  м,  $d_2 = 0,8 \cdot 10^{-3}$  м, різних значеннях  $m$  як функції від  $L_1$  наведені на рис. 1.

Отже, при  $m > 0,5$  критерій оптимальності процесу фільтрування  $K_2$  спадає із зростанням  $L_1$ , при  $m < 0,5$  зростає, а при  $m = 0,5$  практично не

змінюється. Це означає, що при вибраному критерії оптимальності процесу фільтрування у хвильовому режимі замість двошарових фільтрів вигідніше використовувати одношарові фільтри з однорідним завантаженням. Так, якщо в розглянутому випадку  $m > 0,5$ , то доцільніше використовувати одношарові фільтри з ефективним діаметром гранул завантаження  $d_2$ . Якщо ж  $m < 0,5$ , то з діаметром  $d_1$ . Надалі логічно підсилити критерій оптимальності  $K_2$  вимогою обов'язкового виконання рівності  $t_3 = t_H$ .

Тоді при заданих параметрах, характеристиках, властивостях завантаження і рідини, що фільтрується, товщина першого шару двошарового фільтру  $L_1$  вже не буде незалежною змінною і може бути знайдена з наведених нижче міркувань.

За умови, що наявний гідравлічний напір  $H_{np}$  дорівнює напору, необхідному для просування фронту концентрацій  $C$  і  $\rho$  через фільтр, тобто, якщо  $t_3 = t_H$ , для втрат напору буде мати місце рівність

$$i_{H1}L_1 + i_{H2}(L - L_1) = H_{np}.$$

Звідси

$$L_1 = \frac{i_{H2}L - H_{np}}{i_{H2} - i_{H1}}, \quad (15)$$

де  $i_{H1}$ ,  $i_{H2}$  – відповідно гідравлічний похил у стані насичення першого і другого шарів завантаження.

Очевидно, у випадку, що розглядається, залежність критерію оптимальності  $K_2^0$  від  $L_1$  така сама, як і у попередньому випадку (рис. 1). Отже, залежно від значення  $m$  для збільшення критерію  $K_2^0$  треба або збільшувати, або зменшувати  $L_1$  шляхом вибору значень параметрів, що фігурують у виразі (14). Діапазон можливої зміни  $L_1$  визначається допустимими діапазонами зміни цих параметрів.

Проведений додатковий чисельний аналіз підтверджує спадний характер залежності підсиленого критерію оптимальності  $K_2^0$  від  $\nu$  в області реальних значень параметрів. Це дозволяє зробити висновок про доцільність проведення фільтрування у хвильовому режимі роботи двошарового фільтру з мінімально можливою швидкістю, при якій забезпечується його мінімально допустима продуктивність.

За наведеним алгоритмом розрахунків у хвильовому режимі можна проводити розрахунки, зокрема, за отриманими вище точними формулами для лінійної моделі і моделі Шехтмана. Проте з огляду на складність закономірностей функціонування відповідних фільтрів доцільно це робити стосовно до конкретних умов фільтрування.

Таким чином, на підставі вищевикладеного можна зробити наступні висновки, які викладені нижче.

**Висновки.** 1. Критерій  $K_2$  оптимальності процесу фільтрування за допомогою двошарових фільтрів у хвильовому режимі – це або стала, або монотонно спадна, або монотонно зростаюча функція від товщини першого шару  $L_1$ , залежно від відносної вартості одиниці об'єму завантаження першого і другого шарів  $m$ .

2. Якщо критерій  $K_2$  підсилений вимогою  $t_3 = t_H$ , то залежно від  $m$  для досягнення його найбільшого значення необхідно знайти відповідне найбільше або найменше значення  $L_1$  шляхом зміни параметрів, що фігурують у допустимому діапазоні.

3. В області реальних значень параметрів, підсилений критерій  $K_2$  зі зростанням швидкості фільтрування зменшується.

**Перспективи подальших досліджень.** Подальші дослідження повинні бути направлені на аналіз за допомогою рівнянь можливості розв'язання наступної важливої технологічної задачі: за яким законом повинна змінюватися швидкість фільтрування, щоб об'єм фільтрату задовільної якості, що отримується за час захисної дії фільтра  $t_3$ , був максимальним?

## Література

1. Кульский Л.А. Теоретические основы и технология кондиционирования воды / Кульский Л.А. – [3-е изд., перераб. и доп.]. – К. : Наук. думка, 1980. – 564 с.
2. Веницианов Е.В. Динамика сорбции из жидких сред / Е.В. Веницианов, Р.Н. Рубинштейн. – М. : Наука, 1983. – 237 с.
3. Жужиков З.А. Фильтрование. Теория и практика разделения суспензий / Жужиков З.А. – М. : Химия, 1980. – 400 с.
4. Разделение суспензий в химической промышленности / [Малиновская Т.А., Кобринский И.А., Кирсанов О.С., Рейфарт В.В.]. – М. : Химия, 1983. – 263 с.
5. Избаш С.В. Фильтрационные деформации грунта / С.В. Избаш // Изв. НИИГ. – 1933. – Т. 10. – С. 189–218.
6. Патрашев А.Н. Напорное движение грунтового потока, насыщенного мелкими песчаными и глинистыми частицами. Ч. I. Заиление грунтовых скелетов / А.Н. Патрашев // Изв. НИИГ. – 1935. – Т. 15. – С. 58–98.
7. Мацкрле В. Исследование явления прилипания в пористой среде / Мацкрле В. – Прага : Изд-во АН ЧССР, 1961. – 132 с.

Надійшла 13.11.2012 р.  
Рецензент: д.т.н. Диха О.В.