

## МОДЕЛЮВАННЯ ПАСИВНОГО ФІЛЬТРА НИЖНІХ ЧАСТОТ З ВИКОРИСТАННЯМ РЕГУЛЯРНОЇ ЛІНІЇ ПЕРЕДАЧІ

В статті проаналізовано відомі моделі пасивного фільтра нижніх частот з використанням регулярної лінії передачі та встановлено переваги і недоліки їх застосування для моделювання пасивного фільтра нижніх частот з використанням регулярної лінії передачі. Розроблено вдосконалену модель для моделювання пасивного фільтра нижніх частот з використанням регулярної лінії передачі з підвищеною точністю, яка представлена у вигляді неперервної дробової еквівалентної схеми, що синтезована по другій формі Кауера.

Ключові слова: пасивний фільтр нижніх частот, регулярна лінія передачі, моделювання, еквівалентна схема заміщення, модель

V. V. MARTYNYK, D. A. MAKARYSHKIN, Y. M. BOYKO, O. M. BRYNDAK  
Khmelnytsky national university

### MODELLING OF THE PASSIVE LOW – PASS FILTER USING REGULAR TRANSMISSION LINE

*Abstract* – Found that modelling of passive low-pass filter using regular transmission lines implemented on models with lumped parameters using the equivalent circuit quadripole – T-shaped or U – shaped. Also modelling of passive low-pass filter using regular transmission lines implemented ladder line, which is a cascade inclusion of several identical symmetric quadripole. The disadvantage of T – shaped or U – shaped equivalent circuit of passive low-pass filter using regular transmission line is that the parameters of such quadripole can be calculated only on the fixed frequency and their calculation is limited to boundary lengths. The disadvantage of ladder line model for modelling of passive low-pass filter using regular transmission line is limited frequency range. In ladder line model observed exponential decrease in signal amplitude from cascade to cascade, this is not due to the effect of ohmic losses, and with the emergence of unbalance of individual elementary cascades of passive quadripole. The improved model an developed for the modelling of passive low-pass filter using regular transmission lines with high accuracy, which is represented in the form of continuous fractional equivalent circuits, synthesized by the second form Cauer.

*Key words:* passive low-pass filter, regular transmission line, modelling, equivalent circuit, model.

### ВСТУП

Пасивні прилади є важливою складовою частиною компонентної бази сучасної радіоелектронної апаратури. Вони виконують різні функції по обробці сигналів: ділення, додавання, фазовий зсув, узгодження та задане розузгодження, трансформацію хвильових опорів, фільтрацію та інші функції. Оптимізація амплітудно-частотних фазово частотних характеристик функціональних приладів в максимально можливому широкому робочому діапазоні не втрачає своєї актуальності. Найбільш перспективними для досягнення максимально можливої широкої робочої смуги частот є базові елементи, які створюють структури пасивних функціональних приладів. До них відносяться відрізки одиночних та зв'язаних регулярних ліній передачі з Т- хвилями. Особливий інтерес представляє синтез та моделювання пасивних фільтрів низької частоти з використанням регулярної лінії передачі.

### АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Регулярну лінію передачі можна представити у вигляді множини послідовно з'єднаних нескінчених елементів довжиною  $dx$ , кожен з яких має активний опір  $R_0 dx$  та індуктивність  $L_0 dx$ , активну провідність  $G_0 dx$  та ємність  $C_0 dx$  (рис. 1) [1, 2].

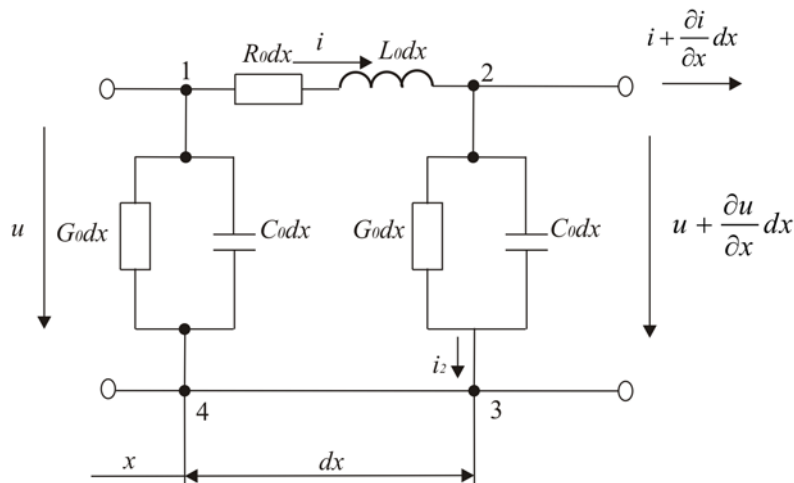


Рис. 1. Схема заміщення регулярної лінії передачі довжиною  $dx$

Опір  $R_0 dx$  та індуктивність  $L_0 dx$  будемо рахувати включеними в один провід. Позначимо через  $x$

відстань від початку лінії до поточного елемента її довжини. Для елемента лінії довжиною  $dx$  складаємо рівняння по першому закону Кіргофа для вузла 2 і по другому закону Кіргофа для контуру 12341 (рис. 1).

Отримаємо рівняння регулярної лінії, які в літературі часто називають телеграфними [1, 2]

$$\begin{cases} -\frac{\partial u}{\partial x} = R_0 i + L_0 \frac{\partial i}{\partial t}, \\ -\frac{\partial i}{\partial x} = G_0 u + C_0 \frac{\partial u}{\partial t}. \end{cases} \quad (1)$$

Розв'язок отриманої системи рівнянь в часткових похідних при визначених початкових та граничних умовах дає можливість визначити струм і напругу, як функцію двох незалежних змінних: просторової координати  $x$ , яка визначає відстань від початку лінії, і часу  $t$ . Ці рівняння є справедливими при будь-якій зміні струму та напруги у часі.

При встановлених режимах струму і напруги змінюється у часі по періодичному закону. Представив періодичні функції часу у вигляді ряду Фур'є, можна провести розрахунок окремо для кожної синусоїдальної складової цього ряду і внаслідок лінійності кола отримати результуючий процес, користуючись методом накладання. Тому достатньо провести аналіз процесів в лінії при синусоїдальних струмах та напругах.

Нехай струм і напруга в лінії змінюються у часі по синусоїдальному закону з кутовою швидкістю  $\omega$ . Користуючись комплексним методом, представимо рівняння лінії для комплексних діючих напруг  $\dot{U}$  та  $\dot{I}$  [1, 2]:

$$\begin{cases} -\frac{d\dot{U}}{dx} = (R_0 + j\omega L_0)\dot{I}, \\ -\frac{d\dot{I}}{dx} = (G_0 + j\omega C_0)\dot{U}. \end{cases} \quad (2)$$

Комплексні  $\dot{U}$  та  $\dot{I}$  є функціями тільки  $x$ , і, відповідно, рівняння в часткових похідних для миттєвих  $u$  та  $i$  перейшли в звичайні диференціальні рівняння для  $\dot{U}$  та  $\dot{I}$ .

Виразимо комплексну амплітуду струму  $\dot{I}$  у першому рівнянні через комплексну амплітуду напруги  $\dot{U}$  із другого рівняння, а комплексну амплітуду напруги  $\dot{U}$  у другому рівнянні через комплексну амплітуду струму  $\dot{I}$  із першого рівняння. Отримаємо систему регулярних лінійних диференціальних рівнянь другого порядку (3) для елементарної ділянки  $dx$  [1, 2].

$$\begin{cases} \frac{d^2\dot{U}}{dx^2} = \gamma^2\dot{U}, \\ \frac{d^2\dot{I}}{dx^2} = \gamma^2\dot{I}. \end{cases} \quad (3)$$

де  $\gamma = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} = \alpha + j\beta$  - коефіцієнт розповсюдження лінії,  $\alpha$  - коефіцієнт затухання,  $\beta$  - коефіцієнт фази.

Загальний розв'язок першого однорідного лінійного диференціального рівняння другого порядку із системи (3) шукають для  $\dot{U}$  елементарної ділянки  $dx$  у вигляді (4) [1,2].

$$\dot{U} = A_1 e^{-\gamma x} + A_2 e^{\gamma x}. \quad (4)$$

де  $A_1$  та  $A_2$  - константи інтегрування.

Якщо підставити вираз комплексної напруги  $\dot{U}$  (4) у перше рівняння системи (2), то можна отримати вираз для комплексної амплітуди струму  $\dot{I}$  елементарної ділянки регулярної лінії передачі  $dx$  (5) [1, 2].

$$\dot{I} = \frac{1}{Z} (A_1 e^{-\gamma x} - A_2 e^{\gamma x}) \quad (5)$$

де  $Z = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}}$  - хвильовий або характеристичний опір лінії.

В подальшому будемо позначати струм та напругу на початку лінії ( $x=0$ ) індексом 1 ( $\dot{I}_1, \dot{U}_1$ ) та в кінці лінії ( $x=l, l$  - довжина лінії) - індексом 2 ( $\dot{I}_2, \dot{U}_2$ ).

Для визначення постійних інтегрування  $A_1$  та  $A_2$  достатньо знати дві з цих чотирьох величин. Виразимо ці постійні через напругу  $\dot{U}_1$  та струм  $\dot{I}_1$  на початку лінії при  $x=0$

$$\dot{U}_1 = A_1 + A_2 \text{ та } \dot{I}_1 = \frac{1}{Z} (A_1 + A_2);$$

$$A_1 = \frac{1}{2}(\dot{U}_1 + \dot{I}_1 Z) \text{ та } A_2 = \frac{1}{2}(\dot{U}_1 - \dot{I}_1 Z)$$

Тоді

$$\begin{cases} \dot{U} = \frac{1}{2}(\dot{U}_1 + \dot{I}_1 Z)e^{-\gamma x} + \frac{1}{2}(\dot{U}_1 - \dot{I}_1 Z)e^{\gamma x}; \\ \dot{I} = \frac{1}{Z}[\frac{1}{2}(\dot{U}_1 + \dot{I}_1 Z)e^{-\gamma x} - \frac{1}{2}(\dot{U}_1 - \dot{I}_1 Z)e^{\gamma x}]. \end{cases} \quad (6)$$

Ці вирази для напруги  $\dot{U}$  і струму  $\dot{I}$  в будь-якій точці регулярної лінії передачі можна записати також в іншій формі, використовуючи співвідношення:

$$\frac{1}{2}(e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}) = ch\gamma x \text{ та } \frac{1}{2}(e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}) = sh\gamma x.$$

Отримаємо

$$\dot{U} = \dot{U}_1 ch\gamma x - \dot{I}_1 Z sh\gamma x; \quad \dot{I} = \dot{I}_1 ch\gamma x - \frac{\dot{U}_1}{Z} sh\gamma x.$$

Значення напруги та струму в кінці лінії отримують, якщо прийняти  $x=l$ :

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_1 ch\gamma l - \dot{I}_1 Z sh\gamma l; \quad \dot{I}_2 = \dot{I}_1 ch\gamma l - \frac{\dot{U}_1}{Z} sh\gamma l.$$

З цих рівнянь можна визначити  $\dot{I}_1, \dot{U}_1$  через  $\dot{I}_2, \dot{U}_2$ . Маємо

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{U}_2 ch\gamma l + \dot{I}_2 Z sh\gamma l, \\ \dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_2}{Z} sh\gamma l + \dot{I}_2 ch\gamma l. \end{cases} \quad (7)$$

Порівнюючи рівняння регулярної лінії передачі (7) з рівняннями чотириполосника в  $A$  – параметрах (7) [3, 4]

$$\begin{cases} U_1 = AU_2 + BI_2, \\ I_1 = CU_2 + DI_2. \end{cases} \quad (8)$$

можна зробити висновок, що регулярна лінія передачі – це симетричний чотириполосник, коефіцієнти якого

$$A = D = ch\gamma l, \quad (9)$$

$$B = Z sh\gamma l, \quad (10)$$

$$C = \frac{sh\gamma l}{Z}. \quad (11)$$

Для симетричного пасивного чотириполосника рівняння зв'язку коефіцієнтів системи рівнянь в  $A$  – формі

$$AD - BC = ch^2\gamma l - sh^2\gamma l = 1. \quad (12)$$

Як і будь-який чотириполосник, пасивний фільтр низької частоти з використанням регулярної лінії передачі може бути замінений Т- або П-подібною, в даному випадку еквівалентною схемою. Параметри еквівалентних схем обчислюються через постійні  $A, B, C$  та  $D$  [4,5].

### МОДЕЛЮВАННЯ ПАСИВНИХ ФІЛЬТРІВ НИЖНІХ ЧАСТОТИ З ВИКОРИСТАННЯМ РЕГУЛЯРНОЇ ЛІНІЇ ПЕРЕДАЧІ

Дослідження процесів в пасивних фільтрах нижньої частоти з використанням регулярних ліній передачі здійснюють на моделях з зосередженими параметрами. Можливість переходу до такої моделі при фіксованих параметрах  $R_0, L_0, G_0, C_0$  та довжини  $l$  визначаються тим, що рівняння, які зв'язують входні і вихідні струми та напруги лінії, представляють собою рівняння симетричного чотириполосника (7), тому при моделюванні процесів на вході і виході регулярної лінії передачі користуються однією із схем заміщення чотириполосника – Т-подібна (рис. 2) або П-подібна (рис. 3), використовуючи співвідношення, які зв'язують параметри цих схем з параметрами чотириполосника [2, 3].

Як впливає із формул (7) та (8) для регулярної лінії передачі та для Т-подібної схеми заміщення (рис. 2) [2, 3]

$$\begin{cases} A = D = \frac{U_{10}}{U_{20}} = ch\gamma l = 1 + \frac{Z_1 Y_2}{2}, \\ C = \frac{I_{10}}{U_{20}} = \frac{sh\gamma l}{Z} = Y_2. \end{cases} \quad (13)$$

де комплексні струми та напруги відповідають режиму холостого ходу на вторинних полюсах схеми заміщення.

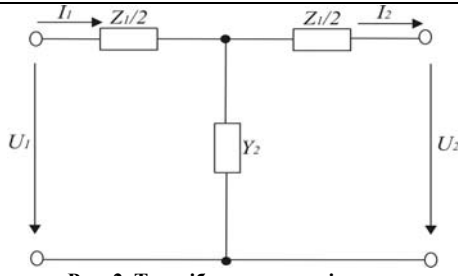


Рис. 2. Т-подібна схема заміщення

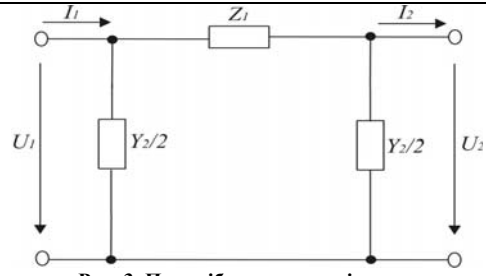


Рис. 3. П- подібна схема заміщення

Тоді

$$\begin{cases} Z_1 = Z_0 l K_1, \\ Y_2 = Y_0 l K_2. \end{cases} \quad (14)$$

де  $Z_0 = R_0 + j\omega L_0$ ,  $Y_0 = G_0 + j\omega C_0$  - погонні параметри регулярної лінії передачі;

$$K_1 = \frac{2(ch\gamma l - 1)}{\gamma sh\gamma l}, \quad K_2 = \frac{sh\gamma l}{\gamma l} - \text{коефіцієнти пропорційності.}$$

Для П-подібної схеми заміщення (рис. 3) [2, 3]

$$\begin{cases} A = D = \frac{U_{10}}{U_{20}} = 1 + \frac{Z_1 Y_2}{2}, \\ B = Z_1. \end{cases} \quad (15)$$

Тоді

$$\begin{cases} Z_1 = Z_0 l K_2, \\ Y_2 = Y_0 l K_1. \end{cases} \quad (16)$$

Однак, недоліком такої схеми заміщення, є те, що в загальному випадку параметри регулярної лінії передачі  $Z$  та  $\gamma$  є складними функціями частоти  $\omega$ , тому використання введених схем для моделювання пасивних фільтрів нижньої частоти з використанням регулярних ліній передачі є обмеженим, оскільки при переході на іншу частоту параметри схем заміщення змінюються. Також виникають труднощі у розрахунках коефіцієнтів  $K_1$  та  $K_2$ , оскільки необхідно визначати значення гіперболічних функцій від комплексного аргументу  $\gamma$ , при цьому коефіцієнти  $K_1$  та  $K_2$  представляють рядами (16)

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{2(ch\gamma l - 1)}{\gamma sh\gamma l} \approx 1 - \frac{(\gamma l)^2}{12} + \frac{(\gamma l)^4}{120} - \dots \\ K_2 &= \frac{sh\gamma l}{\gamma l} \approx 1 + \frac{(\gamma l)^2}{6} + \frac{(\gamma l)^4}{120} + \dots \end{aligned} \quad (17)$$

Це обмежує використання формул (13) та (15) граничною довжиною  $l_{ep}$ , для якої  $K_1=1$  та  $K_2=1$ , визначається за умови

$$l_{ep} = \frac{\sqrt{0,06}}{\gamma}. \quad (18)$$

Для моделювання процесів в реальних регулярних лініях передачі збирають еквівалентні схеми, які представляють собою каскадне включення декількох симетричних однакових чотирьохполюсників, тому для відтворення параметрів регулярної лінії передачі в більш широкому частотному діапазоні використовують ланкову схему, яка складається з  $n$  однакових каскадних включених Т – або П – подібних схем, кожна з яких відповідає відрізу лінії довжиною  $Dl=l/n$ .

Параметри кожної Т- або П-подібної схеми визначають із вище наведених формул (13) та (15) для відповідних схем при заміні в них  $l$  на  $Dl$ . При достатньо великій кількості схем добуток  $\gamma Dl$  в аргументах гіперболічних функцій є малим. Це дозволяє, використовувати наближенні вирази  $shx \approx x$ ,  $thx \approx x$  та  $cthx \approx 1/x$ ,

а також перейти до формул (19) і (20) для Т-подібних схем та формул (21) і (22) для П-подібних схем.

$$Z_1 = \frac{2(ch\gamma Dl - 1)}{sh\gamma Dl} Z = 2Zth \frac{\gamma Dl}{2} \approx 2Z \frac{\gamma Dl}{2} = Z\gamma Dl = \frac{\sqrt{R_0 + j\omega L_0}}{\sqrt{G_0 + j\omega C_0}} \sqrt{R_0 + j\omega L_0} \sqrt{G_0 + j\omega C_0} Dl = (R_0 + j\omega L_0) Dl, \quad (19)$$

$$Y_2 = \frac{sh\gamma Dl}{Z} \approx \frac{\gamma Dl}{Z} = \frac{\sqrt{R_0 + j\omega L_0} \sqrt{G_0 + j\omega C_0} Dl}{\frac{\sqrt{R_0 + j\omega L_0}}{\sqrt{G_0 + j\omega C_0}}} = (G_0 + j\omega C_0) Dl, \quad (20)$$

$$Z_1 = Zsh\gamma Dl \approx Z\gamma Dl = \frac{\sqrt{R_0 + j\omega L_0}}{\sqrt{G_0 + j\omega C_0}} \sqrt{R_0 + j\omega L_0} \sqrt{G_0 + j\omega C_0} Dl = (R_0 + j\omega L_0) Dl, \quad (21)$$

$$Y_2 = \frac{2(ch\gamma Dl - 1)}{Zsh\gamma Dl} = \frac{2}{Z} th \frac{\gamma Dl}{2} \approx \frac{2}{Z} \frac{\gamma Dl}{2} = \frac{1}{\frac{\sqrt{R_0 + j\omega L_0}}{\sqrt{G_0 + j\omega C_0}}} \sqrt{R_0 + j\omega L_0} \sqrt{G_0 + j\omega C_0} Dl = (G_0 + j\omega L_0) Dl. \quad (22)$$

Такий результат відповідає безпосередньо заміні відрізка регулярної лінії передачі довжиною  $Dl$  еквівалентними його елементами з зосередженими параметрами – позовжними опором  $RDl$  та індуктивністю  $LDl$ , поперечною провідністю  $GDl$  та ємністю  $CDl$ . Для з'ясування частотного діапазону, в якому така ланкова модель адекватно відображає властивості лінії передачі в цілому, необхідно за допомогою формул для  $A$  – параметрів симетричної ланкової схеми зіставити їх частотні характеристики з частотними залежностями відповідних параметрів лінії передачі.

Точність моделювання процесів в регулярній лінії передачі використовуючи такий підхід, буде тим більша, чим більша кількість каскадів, які входять у схему. Вибір кількості каскадів в моделі регулярної лінії передачі залежить від тих задач, які ставляться при дослідженнях. Для великої кількості задач буває достатньо взяти 10–20 каскадів [3, 4].

Однак, недоліком використання ланкової моделі є обмежений частотний діапазон, оскільки таку модель допустимо використовувати тільки, в тому діапазоні частот де різниця її частотних характеристик та частотних залежностей параметрів регулярної лінії передачі не перевищує заданої похибки.

Як показано в [4] в інтервалі частот  $0 \leq \omega \leq \omega_3$  ( $\omega_3$  – частота зрізу) ланкова схема володіє основною властивістю розподіленої лінії: напруга в її вузлах, є однаковою по амплітуді, але різна за фазовим зсувом. При цьому загальний фазовий зсув змінюється лінійно вздовж системи.

Фазовий зсув  $\beta$  є еквівалентним коефіцієнту фази, а також залежить від частоти нелінійно і тому, ланковий еквівалент на відміну від ідеально розподіленої лінії володіє частотною дисперсією. Це призводить до суттєвого спотворення затриманих імпульсів, якщо ширина їх спектру є співрозмірною з частотою зрізу  $\omega_3$  [4].

В області  $\omega > \omega_3$  ланковий еквівалент поводить себе подібно фільтру нижніх частот. При цьому спостерігається експоненціальне зменшення амплітуди сигналу від каскаду до каскаду, яке пов'язано не з ефектом омичних втрат, а виникненням розузгодження окремих елементарних каскадів пасивного чотириполюсника [4].

Для підвищення точності моделювання пасивних фільтрів нижніх частот з використанням регулярної лінії передачі автори пропонують використовувати наступний підхід:

1. Враховуючи, що  $x' = l - x$  ( $x'$  – відстань від кінця регулярної лінії передачі) представити систему рівнянь (7) у наступному вигляді

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \frac{\dot{U}_{вих} + Z\dot{I}_{вих}}{2} e^{\gamma(l-x)} + \frac{\dot{U}_{вих} - Z\dot{I}_{вих}}{2} e^{-\gamma(l-x)}, \\ \dot{I}_1 = \frac{1}{Z} \left( \frac{\dot{U}_{вих} + Z\dot{I}_{вих}}{2} e^{\gamma(l-x)} - \frac{\dot{U}_{вих} - Z\dot{I}_{вих}}{2} e^{-\gamma(l-x)} \right). \end{cases} \quad (23)$$

2. Враховуючи, що вихідний опір регулярної лінії передачі

$$Z_{вих} = \frac{\dot{U}_{вих}}{\dot{I}_{вих}}. \quad (24)$$

після математичних перетворень отримаємо систему виразів (25) для комплексної амплітуди напруги  $\dot{U}$  та струму  $\dot{I}$  у будь-якій точці регулярної лінії передачі.

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \frac{\dot{U}_{вих} + Z\dot{I}_{вих}}{2} \left( e^{\gamma x'} + \frac{Z_{вих} - Z}{Z_{вих} + Z} e^{-\gamma x'} \right), \\ \dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_{вих} + Z\dot{I}_{вих}}{2Z} \left( e^{\gamma x'} - \frac{Z_{вих} - Z}{Z_{вих} + Z} e^{-\gamma x'} \right). \end{cases} \quad (25)$$

3. Визначити комплексний вхідний опір  $Z_{вх}$  регулярної лінії передачі у будь-якій довільній точці на відстані  $x'$  від кінця регулярної лінії передачі

$$Z_{вх}(j\omega) = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = Z \frac{e^{\gamma x'} + \frac{Z_{вих} - Z}{Z_{вих} + Z} e^{-\gamma x'}}{e^{\gamma x'} - \frac{Z_{вих} - Z}{Z_{вих} + Z} e^{-\gamma x'}} \quad (26)$$

В режимі холостого ходу, коли  $Z_{вих} = \infty$ , рівняння (26) можна записати у вигляді (27).

$$Z_{вх} = Zcth\gamma x' \quad (27)$$

Зробимо заміну  $Z$  та  $\gamma$  їх виразами. В результаті отримаємо вираз (28), який відповідає еквівалентній схемі заміщення регулярної лінії передачі.

$$Z_{ex}(j\omega) = \frac{\sqrt{Z_0}}{\sqrt{Y_0}} \operatorname{cth}(\sqrt{Z_0 Y_0} x') = \frac{\sqrt{R_0 + j\omega L_0}}{\sqrt{G_0 + j\omega C_0}} \operatorname{cth}(\sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} x') \quad (28)$$

4. У виразі комплексного вхідного опору (28) гіперболічний котангенс представити у вигляді неперервного дробу використовуючи наступне співвідношення

$$\operatorname{cthx} = \frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{3}{x} + \frac{1}{\frac{5}{x} + \frac{1}{\frac{7}{x} + \frac{1}{\frac{9}{x} + \frac{1}{\frac{11}{x} + \frac{1}{\frac{13}{x} + \frac{1}{\frac{15}{x} + \dots}}}}}}}} \quad (29)$$

Тоді

$$Z_{ex}(j\omega) = \frac{\sqrt{Z_0}}{\sqrt{Y_0}} \left( \frac{1}{\sqrt{Z_0 Y_0} x'} + \frac{1}{\frac{3}{\sqrt{Z_0 Y_0} x'} + \frac{1}{\frac{5}{\sqrt{Z_0 Y_0} x'} + \frac{1}{\frac{7}{\sqrt{Z_0 Y_0} x'} + \frac{1}{\frac{9}{\sqrt{Z_0 Y_0} x'} + \frac{1}{\frac{11}{\sqrt{Z_0 Y_0} x'} + \frac{1}{\frac{13}{\sqrt{Z_0 Y_0} x'} + \dots}}}}}}}} \right) \quad (30)$$

після математичних перетворень отримаємо

$$Z_{ex}(j\omega) = \frac{1}{Y_0 x'} + \frac{1}{\frac{3}{Z_0 x'} + \frac{1}{\frac{5}{Y_0 x'} + \frac{1}{\frac{7}{Z_0 x'} + \frac{1}{\frac{9}{Y_0 x'} + \frac{1}{\frac{11}{Z_0 x'} + \frac{1}{\frac{13}{Y_0 x'} + \frac{1}{\frac{15}{Z_0 x'} + \dots}}}}}}}} \quad (31)$$

представимо вираз (31) у наступному вигляді

$$Z_{ex}(j\omega) = \frac{1}{Y_0 x'} + \frac{1}{\frac{1}{\frac{3}{Z_0 x'} + \frac{1}{\frac{1}{\frac{5}{Y_0 x'} + \frac{1}{\frac{1}{\frac{7}{Z_0 x'} + \frac{1}{\frac{1}{\frac{9}{Y_0 x'} + \frac{1}{\frac{1}{\frac{11}{Z_0 x'} + \frac{1}{\frac{1}{\frac{13}{Y_0 x'} + \frac{1}{\frac{1}{\frac{15}{Z_0 x'} + \dots}}}}}}}}}}}}}}}} \quad (32)$$

5. Використовуючи вираз комплексного опору  $Z_{ex}$  у вигляді неперервного дробу (32) побудувати еквівалентну схему заміщення, яка відповідає неперервній дробовій схемі по другій формі Кауера (рис. 4) [5].

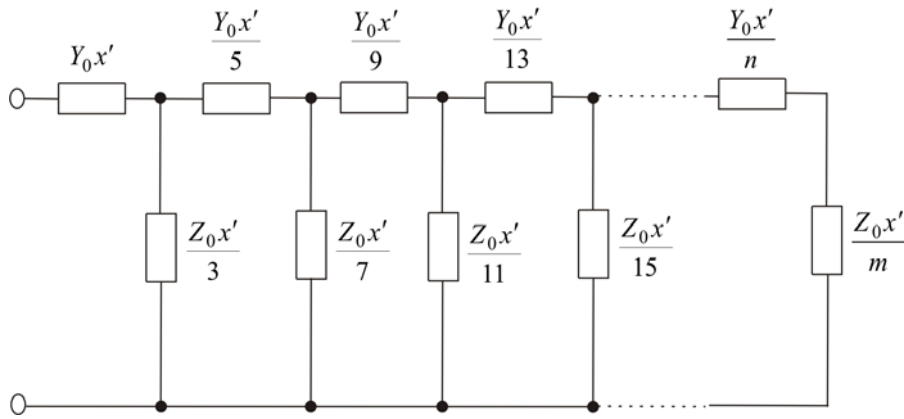


Рис. 4. Модифікована еквівалентна схема заміщення регулярної лінії передачі у вигляді неперервної дробової схеми, яка синтезована по другій формі Кауера

Аналізуючи вдосконалену еквівалентну схему заміщення регулярної лінії передачі, можна записати вирази для визначення елементів цієї схеми через її погонні параметри  $Z_0$  та  $Y_0$

$$Y_n = \frac{Y_0 x'}{n}, \quad n=1, 5, 9, 13, 17, 21, \dots \quad (33)$$

для повздовжніх елементів

$$Z_n = \frac{Z_0 x'}{m}, \quad m=3, 7, 11, 15, 19, 23, \dots \quad (34)$$

для поперечних елементів

Вирази (33) та (34) можна представити у вигляді загальних співвідношень (35) та (36) відповідно

$$Y_n = \frac{Y_0 x'}{4n-3} \quad \text{при } n \geq 2 \quad (35)$$

$$Z_n = \frac{Z_0 x'}{4n-5} \quad \text{при } n \geq 2 \quad (36)$$

З урахуванням того, що  $Z_0 = R_0 + j\omega L_0$  та  $Y_0 = G_0 + j\omega C_0$  формули (35) та (36) отримують наступний вигляд

$$Y_n = \frac{Y_0 x'}{4n-3} = \frac{(G_0 + j\omega C_0)x'}{4n-3} = \frac{G_0 x' + j\omega C_0 x'}{4n-3} = \frac{G_0 x'}{4n-3} + j\omega \frac{C_0 x'}{4n-3} \quad \text{при } n \geq 2 \quad (37)$$

$$Z_n = \frac{Z_0 x'}{4n-5} = \frac{(R_0 + j\omega L_0)x'}{4n-5} = \frac{R_0 x' + j\omega L_0 x'}{4n-5} = \frac{R_0 x'}{4n-5} + j\omega \frac{L_0 x'}{4n-5} \quad \text{при } n \geq 2 \quad (38)$$

Звідки можна визначити параметри запропонованої еквівалентної схеми заміщення регулярної лінії передачі через її первинні параметри

$$R_n = \frac{R_0 x'}{4n-5}, \quad (39)$$

$$L_n = \frac{L_0 x'}{4n-5}, \quad (40)$$

$$G_n = \frac{G_0 x'}{4n-3}, \quad (41)$$

$$C_n = \frac{C_0 x'}{4n-3}, \quad (42)$$

Такий результат відповідає безпосередньо заміні відрізка лінії передачі довжиною  $x'$  еквівалентними його елементами з зосередженими параметрами – повздовжніми провідністю  $G_n x'$  та ємністю  $C_n x'$ , поперечними опором  $R_n x'$  та індуктивністю  $L_n x'$ . З урахуванням цього вдосконалена еквівалентна схема для моделювання пасивного фільтра нижніх частот з використанням регулярної лінії передачі представлена на рис. 5.

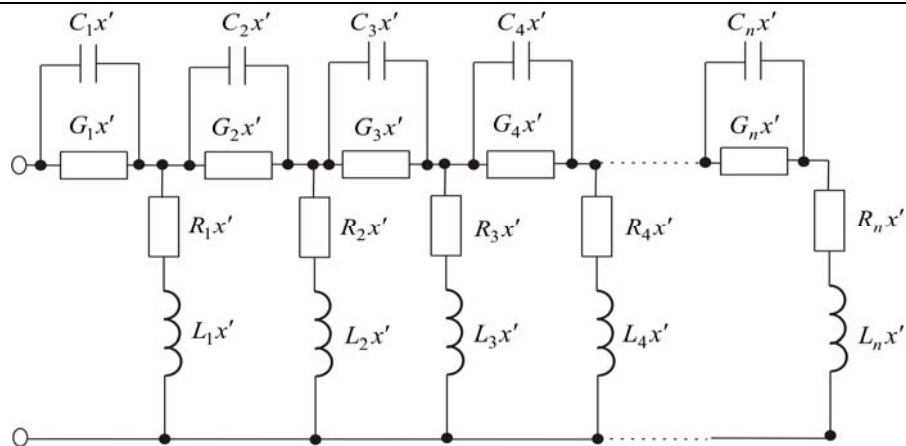


Рис. 5. Вдосконалена еквівалентна схема для моделювання пасивного фільтра нижніх частот з використанням регулярної лінії передачі

### Висновки

1. Встановлено, що моделювання пасивних фільтрів нижньої частоти з використанням регулярної лінії передачі здійснюються на моделях з зосередженими параметрами користуючись еквівалентною схемою заміщення чотириполосника – Т-подібною або П-подібною. Також моделювання пасивних фільтрів нижньої частоти з використанням регулярних ліній передачі здійснюється ланковою схемою, яка представляє собою каскадне включення декількох симетричних однакових чотириполосників.

2. Недоліком Т-подібної або П-подібної еквівалентної схеми пасивного фільтра нижніх частот з використанням регулярної лінії передачі є те, що параметри такого чотириполосника можуть бути розраховані тільки на фіксованій частоті та їхній розрахунок обмежений граничною довжиною.

3. Недоліком використання ланкової моделі для моделювання пасивних фільтрів нижньої частоти з використанням регулярної лінії передачі є обмежений частотний діапазон. В ланковому еквіваленті спостерігається експоненціальне зменшення амплітуди сигналу від каскаду до каскаду, яке пов'язано не з ефектом омічних втрат, а з виникненням розузгодження окремих елементарних каскадів пасивного чотириполосника.

4. Розроблена вдосконалена еквівалентна схема для моделювання пасивного фільтра нижніх частот з використанням регулярної лінії передачі, яка представлена у вигляді неперервної дробової схеми, що синтезована по другій формі Кауера.

### Література

1. Атабеков Г.И. Основы теории цепей / Атабеков Г.И. – Изд-во: М. : Энергия, 1969. – 427 с.
2. Попов В.П. Основы теории цепей / Попов В.П. – «Радиотехника». – М. : Высшая школа, 1985. – 496 с.
3. Песков С.Н. / Основы теории линий передачи на высоких частотах / Песков С.Н – Ч. 1. : Режимы работы длинной линии. «Телеспутник», – 2009г., № 5, с.74-78.
4. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи с распределенными параметрами / Баскаков С.И. – М. : Высшая школа, 1982. – 152 с.
5. Улахович Д.А. Основы теории линейных электрических цепей / Улахович Д.А – СПб. : БХВ – Петербург, 2009. – 816 с.

### References

1. Atabekov G.I. Osnovy teorii cepej. Izdatel'stvo, Moskva, E`nergiya, 1969, 427 p.
2. Popov V.P. Osnovy teorii cepej. Radiotekhnika. Moskva, Vysshaya shkola, 1985, 496 p.
3. Peskov S.N. Osnovy teorii linij peredachi na vy sokix chastotax. Chast` 1, Rezhimy` raboty` dlinnoj linii, Telesputnik, 2009, No. 5, pp. 74– 78.
4. Baskakov S.I. Radiotekhnicheskie cepi s raspredelenny`mi parametrami. Moskva, Vysshaya shkola, 1982, 152 p.
5. Ulaxovich D.A. Osnovy teorii linejny`x elektricheskix cepej. SPb. BXV. Peterburg, 2009, 816 p.

Рецензія/Peer review : 3.3.2013 р. Надрукована/Printed : 7.4.2013 р.  
Рецензент: д.т.н., проф. Шинкарук О.М.