УДК 621.391.26

В.В. СКАЧКОВ
Одесская национальная академия связи им. А.С. Попова

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА СХОДИМОСТИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО ВЕКТОРА АДАПТИВНОЙ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ В УСЛОВИЯХ ВНУТРИСИСТЕМНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

В статье изложены результаты исследования сходимости оценок параметрического вектора, получаемых градиентными методами в процессе адаптации информационной системы к внешней среде в условиях внутрисистемных возмущений. Получены аналитические выражения для оценивания влияния дисперсии внутрисистемных возмущений на качество адаптации.

Ключевые слова: адаптивная система, параметрический вектор, дисперсия.

V.V. SKACHKOV
Odessa National Academy of Telecommunications. Of A.S. Popov

PARAMETRIC STUDY OF CONVERGENCE OF VECTOR ADAPTIVE INFORMATION SYSTEM IN A DISTURBANCE INTERSYSTEM

Abstract – This article presents a study of convergence estimates parametric vector derived gradient methods in the adaptation of the information system to the external environment in terms of intra disturbances. The analytical expressions for estimating the influence of disturbances on the dispersion of intra-quality adaptation. The aim of this work is to develop analytical tools to evaluate and investigate the convergence of the gradient algorithm to adapt the system to the external environment in terms of disturbances in the system.

Keywords: adaptive, parametric vector, dispersion.

Для уяснения влияния внутрисистемных возмущений на качество функционирования информационной системы, адаптирующейся к внешним воздействиям, целесообразно объединить параметры полезных сигналов, внешних и внутренних помех единой мерой эффективности системы – ее критериальным функционалом. Такой подход может быть реализован только при известном алгоритма обработки информации в системе и наличии информации о внешних процессах. В этом случае задача оценки эффективности адаптивной системы сводится к многомерной экстремальной задаче, для решения которой достаточно хорошо разработаны и широко применяются градиентные методы[2, 5].

Однако, при аналитическом описании градиентных методов, как правило, не учитывается влияние внутрисистемных возмущений на процесс адаптации к внешней среде. В частности, в адаптивных системах обработки сигналов методом наискорейшего спуска ошибка фильтрации $\mathbf{E}$ вычисляется, как разность $\mathbf{E} = \mathbf{S}_0 - \widehat{\mathbf{S}}$ между восстановленным сигналом $\widehat{\mathbf{S}}$ и опорным значением $\mathbf{S}_0$ критерия качества, заданным или сформированным по результатам наблюдения [1, 8]. По наблюдаемому процессу $\mathbf{U}$ и сигналу ошибки фильтрации $\mathbf{E} = \mathbf{S}_0 - \widehat{\mathbf{S}}$ корректируется или заново вычисляется адаптивная оценка $\widehat{\mathbf{S}}$ вектора $\mathbf{S}$. Наблюдаемый процесс $\mathbf{U}$ представляет собой аддитивную смесь полезного сигнала $\mathbf{S}$ и внешнего шума $\mathbf{N}$. На практике предположение о том, что полезный сигнал $\mathbf{S}$ известен и его форма определяется сигналом $\mathbf{S}_0$ никогда строго не выполняется из-за того, что принимаемый сигнал не может быть известен априорно и поэтому его следует считать в некотором смысле неизвестным.

Целью данной работы является разработка аналитического аппарата для оценивания и исследования сходимости градиентного алгоритма адаптации системы к внешней среде в условиях внутри системных возмущений.

Обобщенное рассмотрение задачи адаптивной фильтрации сигналов позволяет выделить в любой адаптивной информационной системе взаимосвязанные подсистемы: подсистему наблюдения; подсистему эталонов; подсистему ошибки и подсистему адаптации (рис. 1) [8].

На рис. 1 показана взаимосвязь подсистем, составляющих адаптивную систему. Данное разбиение адаптивной системы на подсистемы является нестандартным, так как объект управления здесь явно не фигурирует, а ошибка имеет более обобщенный вид, чем обычная ошибка прогнозирования. Однако, такая структура позволяет сосредоточить внимание на особенностях представления внутрисистемных возмущений, присутствующих в каждой из приведенных подсистем адаптивной системы.

Пусть в адаптивной системе, представленной на рис. 1, необходимо получить оценку $\widehat{\mathbf{S}}(t)$ и эта оценка должна удовлетворять критерию минимального расстояния до эталона $\mathbf{S}_0(t)$:

$$\left\| \mathbf{S}_0(t) - \widehat{\mathbf{S}}(t) \right\|^2 = \min_{\mathbf{U}(t)} \left\| \mathbf{S}_0(t) - \mathbf{U}(t) \right\|^2 . \qquad (1)$$

Оценка формируется в подсистеме адаптации по алгоритму

$$\widehat{\mathbf{S}}(t)=\sum_{i=1}^{N} w_i(t)\mathbf{U}_i(t),$$

где $\mathbf{W}^T(t)=[w_1(t)\ \ \dots\ \ w_i(t)\ \ \dots\ \ w_N(t)]$ – параметрический вектор системы;

$\mathbf{U}_i(t)$ – наблюдаемый векторный процесс, $i=\overline{1,\ N}$.

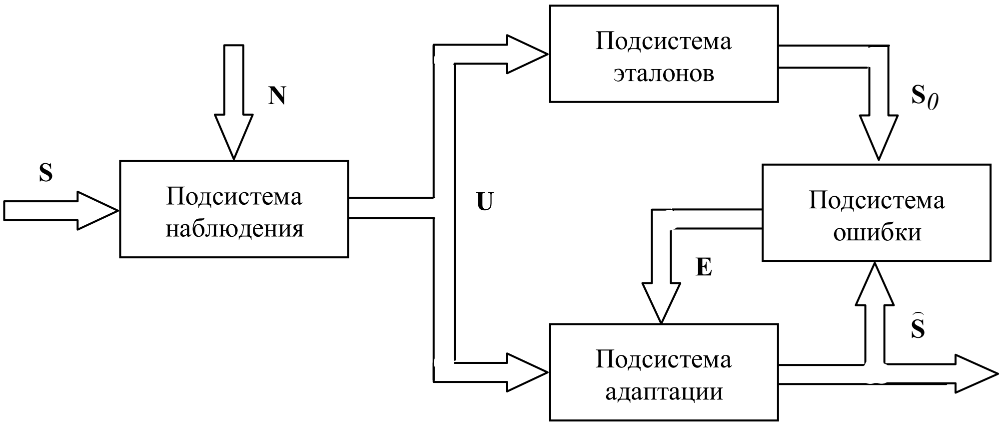

Рис. 1. Обобщенная структура адаптивной системы

Согласно теореме проектирования [3], оптимальный по критерию (1) параметрический вектор адаптивной системы $\mathbf{W}(t)$ в установившемся режиме должен удовлетворять условию

$$M\left[\mathbf{E}^T(t)\ \mathbf{U}_i(t)\right]=0; \quad \mathbf{E}(t)=\mathbf{S}_0(t)-\sum_{i=1}^{N} w_i(t)\mathbf{U}_i(t).$$

Отсюда, модель цепи адаптивного управления параметрическим вектором системы $\mathbf{W}(t)$ имеет вид

$$\mathbf{W}(t)=\gamma\, F(p)\,\mathbf{E}^T(t)[\mathbf{U}_1(t)\ \ \dots\ \ \mathbf{U}_i(t)\ \ \dots\ \ \mathbf{U}_N(t)], \tag{2}$$

где γ – регулировочная характеристика цепи управления;

$F(p)$ – изображение по Лапласу передаточной функции интегратора.

Выражение (2) описывает процесс параметрической адаптации системы, для управления которой используется корреляционная обратная связь. Системы с корреляционным управлением изучены достаточно хорошо и находят широкое применение в практике адаптивной обработки сигналов [1, 4, 6]. В отличие от известных результатов нас интересует влияние внутрисистемных возмущений на процесс адаптации систем этого класса.

Если в качестве интегратора используется апериодическое звено с постоянной времени T: $F(p)=(T\,p+1)^{-1}$, то (2) принимает вид

$$T\frac{d\,\mathbf{W}(t)}{dt}+\mathbf{W}(t)=-\gamma\left[\widehat{\mathbf{A}}(t)\mathbf{W}(t)-\overline{\boldsymbol{\alpha}}(t)\right], \tag{3}$$

где матрица $\widehat{\mathbf{A}}(t)$ и вектор $\overline{\boldsymbol{\alpha}}(t)$ объединяют произведения комплексных векторов:

$$\widehat{\mathbf{A}}(t)=\left[A_{ij}\right]=\left[\mathbf{U}_i^T(t)\ \mathbf{U}_j(t)\right];\ \overline{\boldsymbol{\alpha}}(t)=\left[\alpha_{0i}\right]=\left[\mathbf{S}_0^T(t)\mathbf{U}_i(t)\right];$$

$\widehat{\mathbf{A}}(t)\mathbf{W}(t)-\overline{\boldsymbol{\alpha}}(t)=\widehat{\nabla}_{\mathbf{W}}(t)$ – оценка истинного значения градиента $\nabla_{\mathbf{W}}(t)$ квадратичной функции ошибки $\left\|\mathbf{E}(t)\right\|^2=M\left[\mathbf{E}^T(t)\mathbf{E}(t)\right]$.

Запишем истинное значение градиента $\nabla_{\mathbf{W}}(t)$ квадратичной функции $\left\|\mathbf{E}(t)\right\|^2=M\left[\mathbf{E}^T(t)\mathbf{E}(t)\right]$ как $\nabla_{\mathbf{W}}(t)=\mathbf{A}\,\mathbf{W}(t)-\boldsymbol{\alpha}$, где $\mathbf{A}=M\left[\widehat{\mathbf{A}}(t)\right]$; $\boldsymbol{\alpha}=M\left[\overline{\boldsymbol{\alpha}}(t)\right]$ и представим возмущенную оценку $\widehat{\nabla}_{\mathbf{W}}(t)$ градиента $\nabla_{\mathbf{W}}(t)$ в аддитивной форме $\widehat{\nabla}_{\mathbf{W}}(t)=\nabla_{\mathbf{W}}(t)+\mathbf{Z}(t)$, где $\mathbf{Z}(t)$ – случайный вектор шума градиента, порождаемый внутрисистемными возмущениями. После этого дискретный аналог процесса (3) с возмущенной оценкой градиента имеет вид

$$\mathbf{W}(n+1)=\mathbf{W}(n)+(T\,\Delta F)^{-1}\left\{\gamma\,\overline{\boldsymbol{\alpha}}(n)-\left[\mathbf{I}+\gamma\,\widehat{\mathbf{A}}(n)\right]\mathbf{W}(n)\right\},$$

где $\overline{\boldsymbol{\alpha}}(n)=\boldsymbol{\alpha}+\Delta\boldsymbol{\alpha}(n)$; $\widehat{\mathbf{A}}(n)=\mathbf{A}+\Delta\mathbf{A}(n)$;

$\Delta\mathbf{A}(n),\ \Delta\boldsymbol{\alpha}(n)$ – матрица и вектор внутрисистемных возмущений, соответственно;

ΔF – ширина спектра наблюдаемого процесса.

После группировки слагаемых выражение для возмущенного параметрического вектора $\mathbf{W}(n+1)$ адаптивной системы принимает вид

$$\mathbf{W}(n+1)=\mathbf{W}(n)+(T\,\Delta F)^{-1}(\mathbf{I}+\gamma\,\mathbf{A})\left[\,\mathbf{W}_{onm}-\mathbf{W}(n)+\Delta\mathbf{W}(n)\right],$$

где $\mathbf{W}_{onm}=\gamma(\mathbf{I}+\gamma\,\mathbf{A})^{-1}\boldsymbol{\alpha}$ – оптимальное значение параметрического вектора адаптивной системы в установившемся режиме при отсутствии внутрисистемных возмущений;

$\Delta\mathbf{W}(n)=-\gamma(\mathbf{I}+\gamma\,\mathbf{A})^{-1}\left[\Delta\mathbf{A}(n)\mathbf{W}(n)-\Delta\boldsymbol{\alpha}(n)\right]$ – случайное смещение параметрического вектора адаптивной системы под влиянием внутрисистемных возмущений $\Delta\mathbf{A}(n),\ \Delta\boldsymbol{\alpha}(n)$.

На произвольном шаге адаптации возмущенный параметрический вектор системы $\mathbf{W}(n+1)$ имеет значение

$$\mathbf{W}(n+1)=\left(\mathbf{I}-\mathbf{G}^{n}\right)\mathbf{W}_{onm}+(\mathbf{I}-\mathbf{G})\sum_{i=0}^{n-1}\mathbf{G}^{i}\,\Delta\mathbf{W}(n-i), \tag{4}$$

где $\mathbf{G}=\mathbf{I}-(T\,\Delta F)^{-1}(\mathbf{I}+\gamma\,\mathbf{A})$.

Выражение (4) является обобщающим, поскольку отражает процесс изменения параметрического вектора системы в процессе ее адаптации при условии присутствия в самой системе внутрисистемных возмущений. Если присутствием внутрисистемных возмущений пренебречь: $\Delta\mathbf{W}(n-i)=0$, то из (4) следует известная частная форма представления градиентного метода адаптации системы [1, 7].

Полагая, что возмущающие векторные процессы $\Delta\mathbf{W}(i);\ i=\overline{1,N}$ в (4) имеют одинаковую дисперсию и учитывая их взаимную некоррелированность:

$$\frac{M\left[\Delta\mathbf{W}^{T}(i)\,\Delta\mathbf{W}(j)\right]}{\|\mathbf{W}_{onm}\|^{2}}=\begin{cases}\sigma_{\mathbf{W}}^{2}, & \text{при}\quad i=j;\\ 0, & \text{при}\quad i\neq j,\end{cases}$$

запишем норму

$$\|\,\mathbf{W}(n+1)-\mathbf{W}_{onm}\|^{2}=M\left\{\left[\mathbf{W}(n+1)-\mathbf{W}_{onm}\right]^{T}\left[\mathbf{W}(n+1)-\mathbf{W}_{onm}\right]\right\}=$$
$$=\mathbf{W}_{onm}^{T}\,\mathbf{G}^{2n}\,\mathbf{W}_{onm}+\sigma_{\mathbf{W}}^{2}\,\|\mathbf{W}_{onm}\|^{2}\,\mathrm{tr}\left[\sum_{i=0}^{n-1}\mathbf{G}^{i}(\mathbf{I}-\mathbf{G})(\mathbf{I}-\mathbf{G})\mathbf{G}^{i}\right].$$

Матричный ряд в этом выражении можно представить как

$$\sum_{i=0}^{n-1}\mathbf{G}^{i}(\mathbf{I}-\mathbf{G})(\mathbf{I}-\mathbf{G})\mathbf{G}^{i}=\mathbf{I}-2\mathbf{G}\,(\mathbf{I}+\mathbf{G})^{-1}+\mathbf{G}^{2n}\left[\mathbf{I}-2\,(\mathbf{I}+\mathbf{G})^{-1}\right].$$

Теперь приближение параметрических векторов адаптивной системы по норме имеет вид

$$\|\,\mathbf{W}(n+1)-\mathbf{W}_{onm}\|^{2}=$$
$$=\mathbf{W}_{onm}^{T}\mathbf{G}^{2n}\,\mathbf{W}_{onm}+\sigma_{\mathbf{W}}^{2}\|\mathbf{W}_{onm}\|^{2}\left\{N-2\,\mathrm{tr}\left[\mathbf{G}\,(\mathbf{I}+\mathbf{G})^{-1}\right]+\mathrm{tr}\left\{\mathbf{G}^{2n}\left[\mathbf{I}-2\,(\mathbf{I}+\mathbf{G})^{-1}\right]\right\}\right\}.$$

Унитарное Q–преобразование N–мерных векторов: $\mathbf{Z}_{onm}=\mathbf{Q}\mathbf{W}_{onm};\ \mathbf{Z}(n)=\mathbf{Q}\,\mathbf{W}(n)$ не изменяет их нормы и поэтому, при условии $\gamma\,\mathbf{A}>>\mathbf{I}$, можно записать

$$\|\,\mathbf{W}(n+1)-\mathbf{W}_{\text{опт}}\|^{2}=\sum_{i=1}^{N}Z_{i}^{2}\left(1-\mu\lambda_{i}\right)^{2n}+\sigma_{\mathbf{W}}^{2}\|\mathbf{W}_{\text{опт}}\|^{2}\left[N-\sum_{i=1}^{N}\frac{2(1-\mu\lambda_{i})+\mu\lambda_{i}(1-\mu\lambda_{i})^{2n}}{2-\mu\lambda_{i}}\right], \tag{5}$$

где $\mu=\gamma\left(T\,\Delta F\right)^{-1}$ – параметр, который определяет сходимость процесса адаптации системы;

λ_{i} – собственное число N-мерной эрмитовой матрицы корреляционных моментов $\mathbf{A}$; $i=\overline{1,N}$.

Если параметр сходимости μ удовлетворяет условию $0<\mu\,\lambda_{i}<1;\ i=\overline{1,N}$, то норма (5) в установившемся режиме сходится к пределу:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\|\mathbf{W}(n+1)-\mathbf{W}_{onm}\|^{2}}{\|\mathbf{W}_{onm}\|^{2}}=\sigma_{\mathbf{W}}^{2}\left(N-2\sum_{i=1}^{N}\frac{1-\mu\,\lambda_{i}}{2-\mu\,\lambda_{i}}\right). \tag{6}$$

Это выражение доказывает факт невозможности достижения в адаптивной системе, где присутствуют внутрисистемные возмущения оптимального значения параметрического вектора.

При адаптации системы среднеквадратическое приближение к некоторому эталонному вектору

$\mathbf{S}_0(n)$ изменяется по закону

$$\|\mathbf{E}(n)\|^2 = \left\|\mathbf{S}_0(n) - \mathbf{W}^T(n)\mathbf{U}(n)\right\|^2. \tag{7}$$

После подстановки параметрического вектора (4) в (7) и ряда преобразований имеем представление процесса среднеквадратического приближения к эталону в условиях внутрисистемных возмущений:

$$\|\mathbf{E}(n)\|^2 = \|\mathbf{E}(\mathbf{W}_{onm})\|^2 + \mathbf{W}_{onm}^T \mathbf{G}^n \mathbf{A} \mathbf{G}^n \mathbf{W}_{onm} + \\ + \sigma_{\mathbf{W}}^2 \|\mathbf{W}_{onm}\|^2 \operatorname{tr}\left[\sum_{i=0}^{n-1} \mathbf{G}^i (\mathbf{I} - \mathbf{G}) \mathbf{A} (\mathbf{I} - \mathbf{G}) \mathbf{G}^i\right]. \tag{8}$$

Если в системе выполняются соответствующие условия сходимости алгоритма ее адаптации, то в установившемся режиме приближение (8) имеет своим пределом величину

$$\lim_{n\to\infty} \|\mathbf{E}(n)\|^2 = \|\mathbf{E}(\mathbf{W}_{onm})\|^2 + \sigma_{\mathbf{W}}^2 \|\mathbf{W}_{onm}\|^2 \operatorname{tr}\mathbf{S}, \tag{9}$$

где $\mathbf{S} = \lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{i=0}^{n-1} \mathbf{G}^i (\mathbf{I} - \mathbf{G}) \mathbf{A} (\mathbf{I} - \mathbf{G}) \mathbf{G}^i$ – положительно определенная матрица.

Из (9) следует, что вызванные присутствием внутрисистемных возмущений флуктуации параметрического вектора адаптивной системы приводят к увеличению в установившемся режиме ошибки приближения к эталону по сравнению с $\|\mathbf{E}(\mathbf{W}_{onm})\|^2 = \mathbf{E}_{\min}^2$.

Выводы:

На основе результатов анализа (5) и (8) можно утверждать, что внутрисистемные возмущения не влияют на сходимость и устойчивость процесса адаптации системы. Однако, как следует из (6) и (9), в условиях внутрисистемных возмущений предельная оценка параметрического вектора системы, получаемая в процессе адаптации градиентным методом наискорейшего спуска, будет смещена на некоторую величину относительно её оптимального значения. Величина и характер смещения определяется свойствами внутрисистемных возмущений.

Отсюда вполне очевидным представляется необходимым разработка градиентных методов, не критичных к наличию в системе внутрисистемных возмущающих процессов.

Литература

1. Адаптивные фильтры / [П.М. Грант, К.Ф.Н. Коуэн, Б. Фридлендер и др.] ; пер. с англ. / под ред. К.Ф.Н. Коуэна и П.М. Гранта. – М. : Мир, 1988. – 392 с.
2. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры / Беклемишев Д.В. – М. : Наука, 1987. – 320 с.
3. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц / Гантмахер Ф.Р. – М. : Наука, 1988. – 552 с.
4. Гейбриэл У.Ф. Введение в теорию адаптивных антенных решёток / У.Ф. Гейбриэл // ТИИЭР. – 1976. – № 2. – С. 55–96.
5. Гилл Ф. Численные методы условной оптимизации / Ф. Гилл, У. Мюррей ; [пер. с англ.]. – М. : Наука, 1977. – 292 с.
6. Красногоров С.И. Матричный анализ в задачах отыскания экстремума / Красногоров С.И. – Ногинск : Научно-исследовательский центр 30 ЦНИИ МО, 1998. – 100 с.
7. Уидроу Б. Адаптивная обработка сигналов / Б. Уидроу, С. Стирнз ; [пер. с англ.]. – М. : Радио и связь, 1989. – 440 с.
8. Устойчивость адаптивных систем / [Андерсон Б., Битмид Р., Джонсон К. и др.] ; пер. с англ. – М. : Мир, 1989. – 263 с.

References

1. Adaptivnye fil'try: Per. s angl. / P.M. Grant, K.F.N. Koujen, B. Fridlender i dr.; Pod red. K.F.N. Koujena i P.M. Granta.̄ M.: Mir, 1988.̄ 392 s.
2. Beklemishev D.V. Kurs analiticheskoj geometrii i linejnoj algebry.̄ M.: Nauka, 1987.̄ 320 s.
3. Gantmaher F.R. Teorija matric.̄ M.: Nauka, 1988.̄ 552 s.
4. Gejbrijel U.F. Vvedenie v teoriju adaptivnyh antennyh reshjotok // TIIJeR.̄ 1976.̄ №2.̄ S. 55–96.
5. Gill F., Mjurrej U. Chislennye metody uslovnoj optimizacii: Per. s angl. M.: Nauka, 1977. – 292s.
6. Krasnogorov S.I. Matrichnyj analiz v zadachah otyskanija jekstremuma. Noginsk: Nauchno–issledovatel'skij centr 30 CNII MO, 1998. – 100 s.
7. Uidrou B., Stirnz S. Adaptivnaja obrabotka signalov: Per. s angl̄ M.: Radio i svjaz', 1989.̄ 440 s.
8. Ustojchivost' adaptivnyh sistem: Per. s angl. / Anderson B., Bitmid R., Dzhonson K. i dr. – M.: Mir, 1989. – 263 s.

Рецензія/Peer review : 22.3.2013 р. Надрукована/Printed :7.4.2013 р.
Статтю представляє: д.т.н. Скачков В.В.