

УДК 621.833

С.Г. КОСТОГРИЗ, Я.О. ПІДГАЙЧУК, А.В. ТКАЧУК  
Хмельницький національний університет**ПРО ОДИН ІЗ СПОСОБІВ ПІДВИЩЕННЯ МІЦНОСТІ НА ЗЛОМ  
ЗУБЦІВ ЦИЛІНДРИЧНИХ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС***В статті подається обґрунтування способу підвищення міцності на злом зубців циліндричних зубчастих коліс за рахунок трансформації кроку зубців.**Ключові слова: циліндричні зубчасті колеса, міцність зубців.*S.H. KOSTOHRYZ, YA.O. PIDHAICHUK, A.V. TKACHUK  
Khmelnitsky National University**ON ONE WAY OF INCREASING THE STRENGTH OF EVIL TOOTH SPUR GEARS***In the article the ways of increase of break strength of cylindrical rack-wheel teeth by means of teeth step transformation are substantiated.**Keywords: cylindrical gears, the strength of teeth.*

Запропонований в цій статті підхід до реалізації ефективного способу підвищення міцності на згин, а отже і на злом, відрізняється простотою ідеї, практичне втілення якої не вимагає застосування коштовних матеріалів та спеціальних технологій. В основі цієї ідеї лежить трансформування вихідного твірного контуру зубців за кроком при збереженні всіх інших стандартних його параметрів, що дозволяє суттєво в декілька разів підвищувати момент опору зубців згинув, що забезпечує їх високу стійкість злому.

The approach to implementation of an effective way of increasing strength in bending, and therefore hacking differs simplicity of ideas, practical realization of which does not require the use of expensive materials and special technologies. The basis of this idea is the transformation of initial created contour of teeth by step, while maintaining all other standard setting, which allows significantly to increase in several times the moment of resistance of teeth bend, which ensures high stability of hacking.

Серед критеріїв працездатності зубчастих передач найбільш важливими є [1, 2] втомна міцність зубців на згин та їх втомна контактна міцність. Для відкритих зубчастих передач, які працюють в умовах абразивного середовища при пікових навантаженнях, статична міцність зубців на згин, а відтак на злом, може виявляти себе одним із головних критеріїв працездатності. Це, перш за все, відноситься до зубчастих передач технологічного обладнання гірничого, металургійного, будівельного комплексів промисловості.

Попри те, що на сьогодні проблема міцності зубчастих коліс при навантаженні зубців згинаючим моментом, на перший погляд вивчена в досить широкому плані, однак результати досліджень в цій галузі ще не є такими, щоб опираючись на них можна було б вичерпати всі можливі варіанти технічних рішень, спрямованих на суттєве зменшення діючих напружень згину зубців і підвищити таким чином їх міцність на злом.

Серед способів підвищення міцності зубців різних видів зубчастих коліс, досить ефективною у багатьох випадках є їх термічна та хіміко-термічна обробка і, насамперед, об'ємне гартування, цементация, азотування, тощо [2].

Відомий також спосіб підвищення міцності зубців циліндричних зубчастих коліс, що полягає у коригуванні профілю зубців за рахунок відповідного вибору коефіцієнтів зміщення вихідного твірного контуру зубців при їх нарізанні методом обкатки за рекомендаціями ГОСТ 13755-68, виконання яких забезпечує рівну міцність на згин зубців спряжених зубчастих коліс, або відсутність підрізання зубців біля основи ніжки, коли кількість зубців колеса менша, ніж та, що відповідає умовам відсутності підрізання [2]. Термічну, хіміко-термічну обробку і коригування профілю зубців, як правило використовують у комплексі.

Якщо звернутись до відомої фахівцям схеми навантаження зубців прямозубого циліндричного колеса для розрахунку напружень згину в зубцях при їх основі [2], що зображена на рис. 1, то з цієї схеми витікає, що напруження згину від дії згинаючого моменту, обумовленого коловою силою  $P$ , визначається простим співвідношенням:

$$\sigma_{z1} = \frac{48PH}{b \cdot S^2}, \quad (1)$$

де  $H$  – плече прикладання колової сили; $b$  – ширина зубчастого колеса; $S$  – товщина ніжки зубця при її основі.

З виразу (1) чітко проглядається схема дій, щодо зменшення напруження згину зубця в основі його ніжки. Збільшення ширини зубчастого колеса призводить до прямо пропорційного зменшення напруження згину. Разом з цим напруження згину в основі ніжки зубця обернено пропорційне квадрату товщини ніжки зубця при її основі. З цього випливає, що вплив на напруження згину в зубцях в сторону їх зменшення

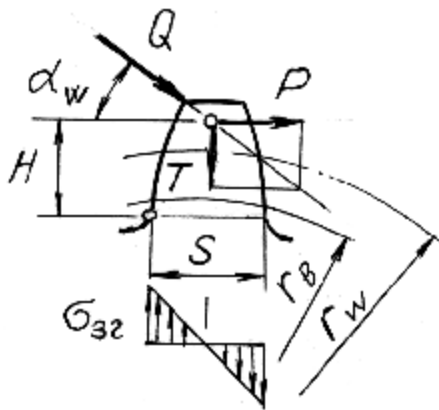


Рис. 1. Схема для розрахунку напруження згину в зубцях циліндричного зубчастого колеса

ініціювати злом загострених вершин зубців в тому числі і при високій міцності на злом їх ніжок. Така ситуація спонукає до пошуку більш ефективних способів впливу на міцність зубців при дії напружень згину, ніж коригування профілів зубців зміщенням їх вихідного твірного контуру.

доцільно здійснювати шляхом збільшення товщини ніжки зубця.

У певній мірі збільшення товщини зубця можна досягти коригуванням його профілю за рахунок зміщення вихідного твірного контура [2] з коефіцієнтом зміщення  $x_i > 0$ .

При зростанні  $x_i$  товщина ніжки зубця  $S$  збільшується, що ілюструє рис. 2. На ньому представлені профілі зубців, обкатаних з кількістю  $z_i = 18$  та з модулем  $m = 8$  мм стандартною інструментальною рейкою при трьох значеннях коефіцієнта зміщення  $x = 0 - a$ ;  $x = 0,5 - б$  та  $x = 1,0 - в$ .

Однак, такий спосіб впливу на напруження згину в ножці зубця не є ефективним, оскільки при малих значеннях коефіцієнта зміщення вихідного твірного контура зубців, коли  $x < 0,5$ , товщина ніжки зубця при її основі зменшується не суттєво, а його подальше зростання, коли  $x > 0,5$  посилює ефект загострення зубців біля кола вершин. Останнє може

ефект загострення зубців біля кола вершин. Останнє може

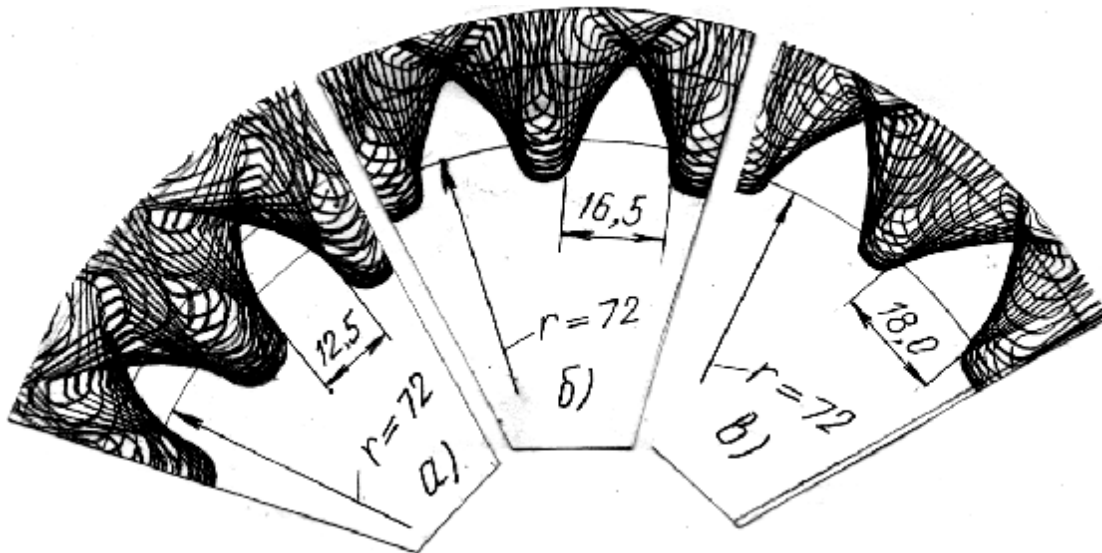


Рис. 2. Ілюстрація впливу коефіцієнта зміщення вихідного твірного контуру зубців на їх форму та товщину при основі

Пропонується наступний підхід до вирішення задачі про підвищення міцності на згин зубців циліндричних зубчастих коліс, які працюють в умовах абразивного середовища при екстремальних навантаженнях. При цьому внаслідок абразивного зношування бокових поверхонь зубців площі їх перерізу в зоні максимальних напружень згину зменшується, що може привести до їх злому. Поставлене завдання підвищення міцності на злом зубців вирішується таким чином, що при нарізанні зубців циліндричних зубчастих коліс використовується коригування їх профілю шляхом трансформації кроку у вихідному твірному контурі профілю зубців.

Трансформований вихідний твірний контур зубців відрізняється від стандартного вихідного твірного контуру тим, що крок зубців у ньому обчислюється за формулою:

$$p^* = p \cdot k, \tag{1}$$

де  $p$  – крок зубців у стандартному вихідному твірному контурі, рис. 3 а;

$$p = \pi \cdot m, \tag{2}$$

де  $m$  – стандартний модуль вихідного твірного контуру зубців;

$\pi = 3,14$  – константа;

$p^*$  – крок зубців у трансформованому вихідному твірному контурі зубців, рис. 3 б;

$k$  – коефіцієнт трансформації стандартного вихідного контуру зубців:

$$k = \frac{p^*}{p}, \tag{3}$$

Виходячи з того, що діаметр діляльного кола у трансформованому зубчастому колесі має бути таким, як і у нетрансформованому (початковому) колесі, неважко показати, що

$$k = \frac{z}{z^*}, \tag{4}$$

де  $z$  – число зубців у нетрансформованому (початковому) колесі, спрофільованому стандартним вихідним твірним контуром, рис. 3 а;

$z^*$  – число зубців у колесі, спрофільованому трансформованим вихідним твірним контуром, рис. 3 б (трансформоване зубчасте колесо).

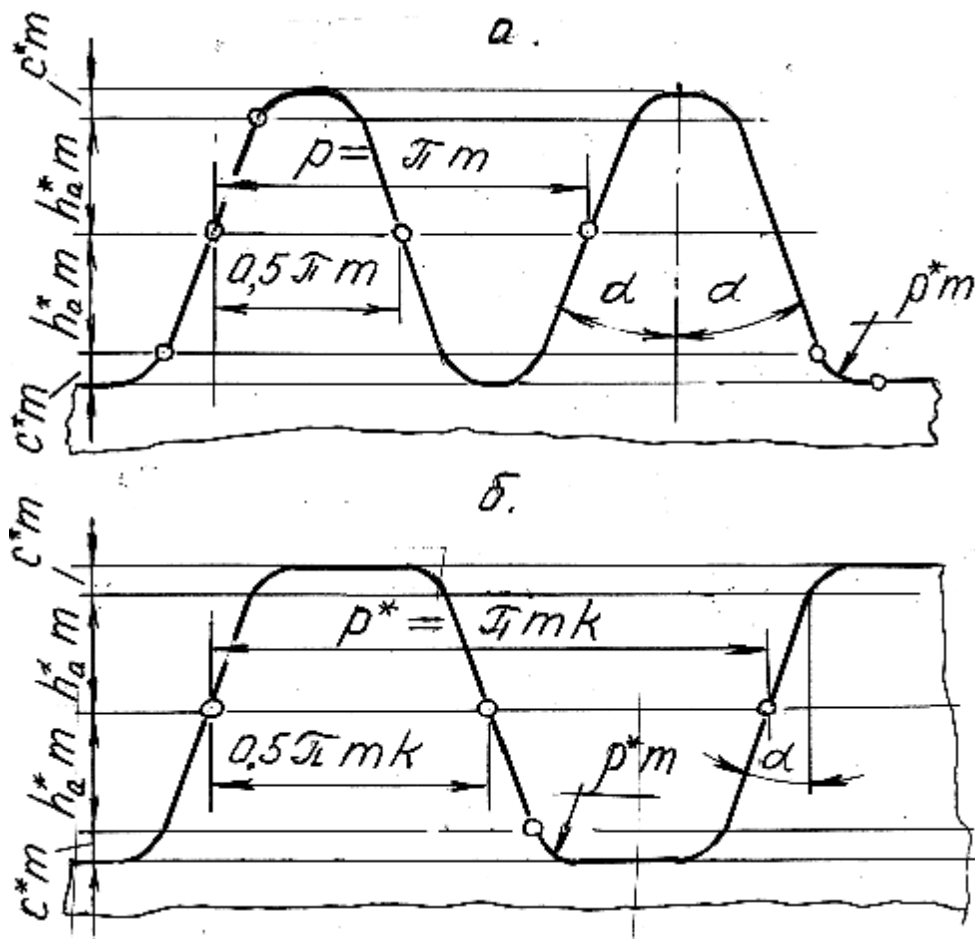


Рис. 3 Вихідний твірний контур зубців:  
а) стандартний; б) трансформований за кроком.

На рис. 4 а зображений контур зубців евольвентного прямозубого циліндричного нульового колеса, обкатаний стандартним вихідним твірним контуром з параметрами: модуль  $m = 8$  мм, кут профілю зубців  $\alpha = 20^\circ$ . Обкатка здійснювалась на приладі ТММ42 [3], коефіцієнт зміщення твірного контуру зубців  $x = 0$ , (нульове колесо), число зубців  $z = 18$ , близьке до граничного ( $z_{min} = 17$ ) за умовою непідрізання зубців, діаметр ділильного кола колеса  $d = 144$  мм. Це колесо прийняте як початкове для подальшого коригування профілю зубців трансформуванням їх кроку.

Профілі зубців коліс, обкатаних трансформованими вихідними твірними контурами з коефіцієнтами трансформації  $k = 1.5$  і  $k = 2.0$ , зображені відповідно на рис. 4 б та рис. 4 в. Геометричні параметри зубчастих коліс, обкатаних трансформованим за кроком вихідним твірним контуром зубців, за виключенням кроку, товщини зубця та ширини впадини ті ж самі, що у початкового колеса, обкатаного стандартним вихідним твірним контуром зубців (модуль  $m$ , діаметри ділильного кола  $d$ , основного кола  $d_b$ , кола вершини  $d_a$ , кола впадин  $d_f$ , кут профілю зубців на колі заданого радіусу  $\alpha_y$ ).

При цьому, як показано вище, число зубців у трансформованому колесі в  $k$  разів менше, ніж у нетрансформованому (початковому) колесі. Так при  $z = 18$  і при  $k = 1.5$  внаслідок трансформації маємо  $z^* = 12$ , а при  $k = 2.0$   $z^* = 9$ .

Для створення зубчастих механізмів з трансформованих зубчастих коліс дуже важливо витримати умови, щоб в наслідок трансформації, тобто збільшенні кроку зубців при всіх інших незмінних геометричних параметрах, коефіцієнт торцьового перекриття в зубчастому зачепленні не виявився меншим за одиницю.

Питання про граничне значення коефіцієнта трансформації кроку зубців, при якому торцьовий коефіцієнт перекриття менший деякого допустимого значення  $[z_\alpha]$  розглянемо для спрощення подальших викладок на прикладі зубчастої передачі, утвореної нульовими евольвентними прямозубими циліндричними колесами.

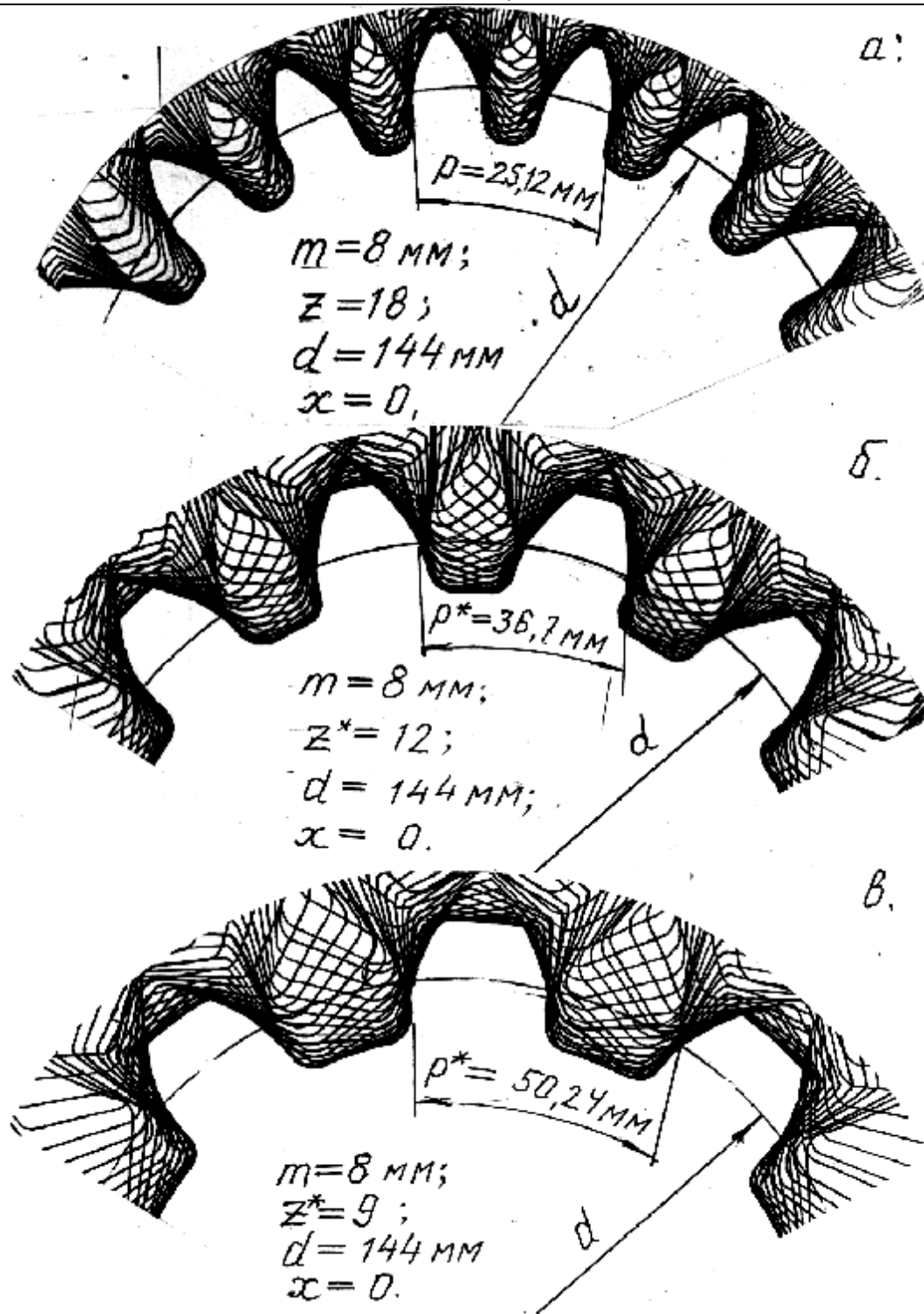


Рис. 4 Порівняння профілів зубчастих колю профільованих:  
 а) стандартним вихідним твірним контуром;  
 б) трансформованим вихідним твірним контуром з  $k = 1,5$ ;  
 в) трансформованим вихідним твірним контуром з  $k = 2,0$ ;

Для такої зубчастої передачі коефіцієнт торцевого перекриття можна визначити за формулою [4], прийнявши кут зачеплення рівним куту профілю вихідного твірного контуру, тобто  $\alpha_w = \alpha = 20^\circ$  :

$$\varepsilon_\alpha = \frac{z_1(\operatorname{tg}\alpha_{a_1} - \operatorname{tg}\alpha) + z_2(\operatorname{tg}\alpha_{a_2} - \operatorname{tg}\alpha)}{2\pi}, \quad (5)$$

де  $\alpha_{a_1}$  і  $\alpha_{a_2}$  – кути профілю зубців на колах вершин відповідно шестерні та колеса.

Із врахуванням трансформації кроку зубців і необхідності забезпечення у зубчастому зачепленні допустимого значення торцевого коефіцієнта перекриття, коли  $\varepsilon_\alpha \geq [\varepsilon_\alpha]$  на основі залежності (5) одержимо:

$$\frac{z_1(\operatorname{tg}\alpha_{a_1} - \operatorname{tg}\alpha) + z_2(\operatorname{tg}\alpha_{a_2} - \operatorname{tg}\alpha)}{2\pi \cdot k} \geq [\varepsilon_\alpha], \quad (6)$$

З виразу (6) можна одержати формулу для визначення граничного, допустимого значення коефіцієнта трансформації  $k$ , при якому забезпечується умова (6):

$$[k] \leq \frac{z_1(\operatorname{tg}\alpha_{a_1} - \operatorname{tg}\alpha) + z_2(\operatorname{tg}\alpha_{a_2} - \operatorname{tg}\alpha)}{2\pi \cdot [\varepsilon_\alpha]}, \quad (7)$$

Як правило, приймають, що  $[\varepsilon_\alpha] = 1,2$  [4].

Неважко показати, що для нульового прямозубого циліндричного колеса

$$\operatorname{tg}\alpha_a = \frac{\sqrt{(z+2)^2 + z^2 \cos^2 \alpha}}{z \cos \alpha}, \quad (8)$$

З урахуванням цього виразу, а також того, що число зубців колеса  $z_2 = z_1 \cdot u$ , де  $u$  – передаточне число зубчастого зачеплення, зведемо вираз (7) до вигляду:

$$[k] \leq \frac{\sqrt{(z_1+2)^2 + z_1^2 \cos^2 \alpha} + \sqrt{(z_1 u + 2)^2 + z_1^2 u^2 \cos^2 \alpha} - z_1(u+1) \sin \alpha}{2\pi \cdot [\varepsilon_\alpha]}, \quad (9)$$

На рис. 5 зображений графік залежності граничного значення коефіцієнта трансформації кроку зубців від передаточного числа для передачі, складеної із нульових циліндричних зубчастих коліс при  $\alpha = 20^\circ$  для двох значень допустимого коефіцієнта торцевого перекриття зубців  $[\varepsilon_\alpha] = 1,0$  та  $[\varepsilon_\alpha] = 1,5$ . Цей графік дає підставу вважати, що трансформування кроку зубців доцільно робити з коефіцієнтом, що перебуває в межах  $1,3 < k < 2,0$ .

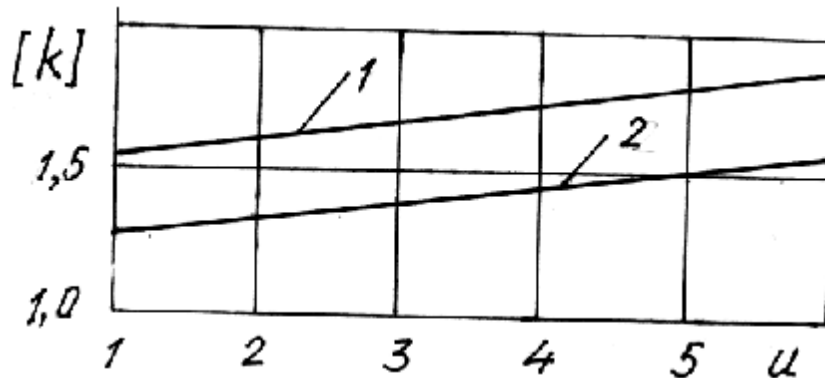


Рис. 5 Залежність граничного значення коефіцієнта трансформації кроку зубців від передаточного числа: 1- $[\varepsilon_\alpha]=1,0$ ; 2- $[\varepsilon_\alpha]=1,5$

Проблему перекриття зубців у зубчастому зачепленні з трансформацією кроку зубців слід вирішувати наступним чином. По-перше, кожне із трансформованих циліндричних прямозубих коліс можна виконати у вигляді блоку, що складається із двох однакових коліс з кутом зсуву по кроку, який відповідає коефіцієнту трансформації. По-друге, трансформовані за кроком зубчасті колеса потрібно виготовляти косозубими з кутом нахилу зубців, що забезпечує необхідний сумарний (торцевий та осьовий) коефіцієнт перекриття

$$\varepsilon = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta, \quad (10)$$

де  $\varepsilon$  – сумарний коефіцієнт перекриття;

$\varepsilon_\beta$  – осьовий коефіцієнт перекриття.

Виходячи із відомого співвідношення для визначення осьового коефіцієнта перекриття [4] і враховуючи при цьому трансформацію кроку зубців, можна записати, що

$$\varepsilon_\beta = \frac{b \cdot \sin \beta}{\pi \cdot m \cdot k}, \quad (11)$$

де  $b$  – ширина зубчастого колеса;

$\beta$  – кут нахилу зубця.

Використовуючи співвідношення (7), (10) і (11), подамо вираз для визначення необхідного кута нахилу зубців у передачі із трансформованими за кроком зубчастими колесами

$$\beta \geq \arcsin \frac{m}{b} \left\{ \pi k [\varepsilon] - \frac{z_1(\operatorname{tg}\alpha_{a_1} - \operatorname{tg}\alpha) + z_2(\operatorname{tg}\alpha_{a_2} - \operatorname{tg}\alpha)}{2} \right\}, \quad (12)$$

Відношення  $\frac{b}{m} = \psi_m$  введено в курсах деталей машин, як коефіцієнт ширини зубчастого колеса за модулем [2]. Ця величина у залежності від умов роботи зубчастої передачі є такою, що при розрахунках приймається в межах  $5 < \psi_m < 15$ .

На рис. 6 поданий графік залежності кута нахилу зубців циліндричних зубчастих коліс від



коефіцієнта трансформації кроку зубців при  $z_1 = z_2 = 18$ ;  $[\xi] = 1,5$ ;  $\psi_m = 10$ . Кут нахилу зубів зростає із збільшенням коефіцієнта трансформації кроку зубців.

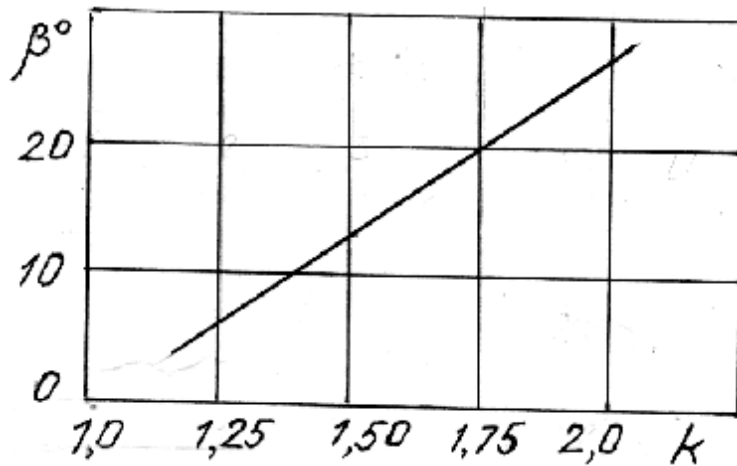


Рис. 6. Залежність кута нахилу зубців від коефіцієнта трансформації кроку

твірному контуру зубців із заданим модулем та коефіцієнтом трансформації. Однак, при цьому має місце недолік, який полягає в тому, що при заданому модулі потрібно мати гаму фрез з різними значеннями коефіцієнта трансформації кроку в межах  $1,0 < k < k_{\max}$ , де  $k_{\max} = 2,0$ .

Щоб усунути такий недолік доцільно в певних умовах (одиначне та дрібносерійне виробництво) для нарізання зубчастих коліс із трансформованим кроком зубців застосовувати метод копіювання з використанням стандартного набору дискових модульних, або пальцевих фасонних фрез.

При цьому фрезою заданого модуля, вибраної для даної кількості зубців  $z^*$  колеса можна нарізати зубці з різними коефіцієнтами трансформації по кроку.

Рис. 7 ілюструє схему обробки вінця трансформованого за кроком зубчастого колеса методом копіювання з використанням пальцевої фасонної фрези. При цьому кутовий крок зубців визначається за формулою:

$$\varphi = \frac{360^\circ}{z^*}, \quad (13)$$

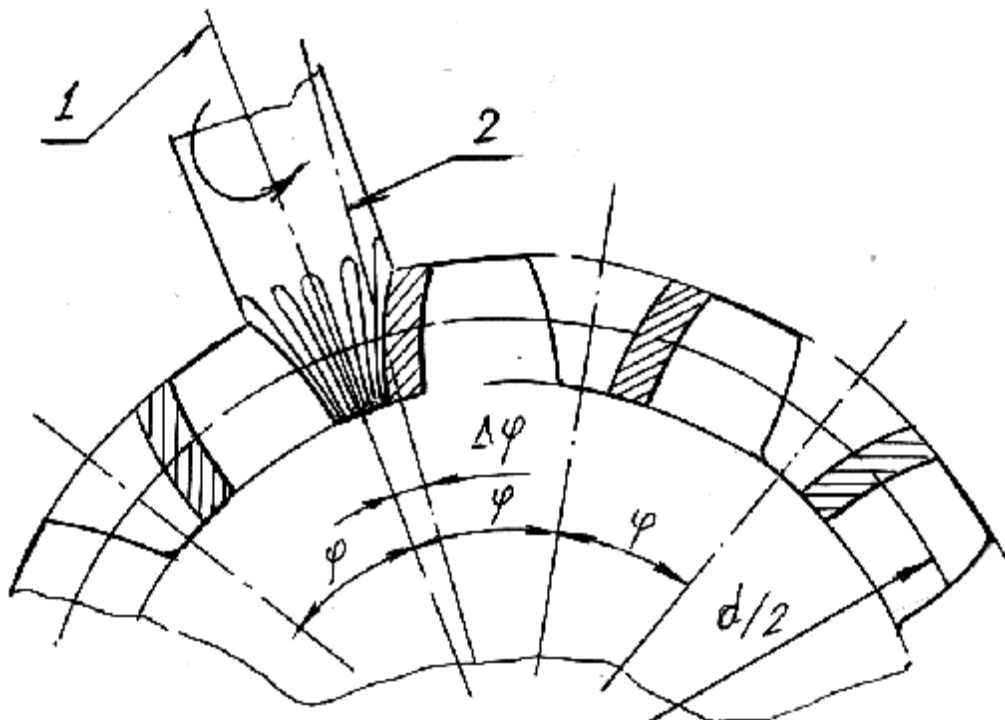


Рис. 7. Схема формування трансформованих за кроком зубців циліндричного колеса методом копіювання

За поділом зубчастого вінця з кроком  $\varphi$  встановлюється фреза (рис. 7) в позицію 1. В цій позиції йде обробка частини впадини між зубцями на повну її глибину. У кожній такій впадині не видаленим залишається матеріал частини зубця, позначений на рис. 7 штриховкою на лівій стороні бокової поверхні кожного зубця. Для його видалення потрібно встановити вісь обертання фрези у позицію 2, змістивши її за годинниковою стрілкою на деякий кут  $\Delta\varphi$ . Неважко показати, що

$$\Delta\varphi = \frac{180^\circ(k-1)}{k-\varepsilon^*}, \quad (14)$$

Зайвий матеріал, що позначений на рис. 7 штриховкою при цьому знімається і оформляється ліва сторона впадини між зубцями. Таким чином, ширина впадини між зубцями стає рівною товщині зубця по ділильному колу. Тобто механічна обробка кожної впадини відбувається у два заходи. Перший відповідає позиції 1 фрези, а другий позиції 2. Дві суміжні впадини формують один зубець, так як це має місце при нарізанні методом копіювання звичайних не трансформованих зубчастих коліс але з тою різницею, що тривалість обробки поверхонь впадин між зубцями збільшується у двічі у порівнянні з процесом нарізання звичайних зубців без трансформації їх кроку.

### Висновки

1. Трансформація кроку зубців у циліндричних зубчастих колесах при незмінних основних параметрах вихідного твірного контуру зубців (модуль, кут профілю зубців, коефіцієнт висоти зубця, коефіцієнт радіального зазору) дозволяє одержати зубчасті колеса, які мають ті ж діаметральні розміри і ту ж геометрію бокових поверхонь зубців, що їх мають нетрансформовані за кроком зубчасті колеса, але при цьому товщина зубців при основі збільшується в  $k$  разів, а це дозволяє суттєво підвищити міцність зубців на злом без застосування дефіцитних матеріалів та спеціальних технологій.

2. Проблема перекриття зубців у зачепленні, яке утворюють трансформовані за кроком циліндричні зубчасті колеса вирішується на основі того, що трансформовані зубчасті колеса виготовляють косозубими з кутом нахилу зубців, що при інших рівних умовах залежить від коефіцієнта трансформації і зростає при його збільшенні.

3. Трансформовані за кроком зубці можна нарізати як методом обкатки, так і методом копіювання.

### Література

1. Зубчастые передачи: Справочник / Е.Г. Гинзбург, Н.Ф.Голованов, Н.Б.Фирун, Н.Т. Халевский; Под. общ. ред. Е.Г. Гинзбурга. – 2-е изд., перераб. и доп. – Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1980. – С. 339-342.
2. Решетов Д.Н. Детали машин. Учебник для вузов. Изд. 3-е, испр. и перераб., М. : «Машиностроение», 1974. – С. 273-276.
3. Юденич В.А., Петрокас Л.В. Лабораторный практикум по теории механизмов и машин. – М.: Физматшз, 1960. – 172 с.
4. Болотовский И.А., Гурьев Б.И., Смирнов В.Э., Шепдерей Б.И. Цилиндрические эвольвентные зубчатые передачи внешнего зацепления. М. : «Машиностроение», 1974. С. 60-81.

### References

1. Zubchastye peredachi: Spravochnik / E.G. Ginzburg, N.F.Golovanov, N.B.Firun, N.T. Halebskij; Pod. obshh. red. E.G. Ginzburga. – 2-e izd., pererab. i dop. – L.: Mashinostroenie. Leningr. otd-nie, 1980. – S. 339-342.
2. Reshetov D.N. Detali mashin. Uchebnik dlja vuzov. Izd. 3-e, ispr. i pererab., M. : «Mashinostroenie», 1974. – S. 273-276.
3. Judenich V.A., Petrokas L.V. Laboratornyj praktikum po teorii mehanizmov i mashin. – M.: Fizmatshz, 1960. – 172 s.
4. Bolotovskij I.A., Gur'ev B.I., Smirnov V.Je., Shepderej B.I. Cilindricheskie evol'ventnye zubchatye peredachi vneshnego zacepljenja. M. : «Mashinostroenie», 1974. S. 60-81.

Рецензія/Peer review : 8.5.2013 р. Надрукована/Printed :16.6.2013 р.  
Статтю представляє: д.т.н., проф. Костогриз С.Г.