УДК 621.83.062

Г.В. АРХАНГЕЛЬСКИЙ, С.А. РОМАШКЕВИЧ
Одесская национальная академия пищевых технологий

ДИНАМИКА ДВИЖЕНИЯ СЕПАРАТОРА МЕХАНИЗМА СВОБОДНОГО ХОДА ОТНОСИТЕЛЬНО ЗВЕЗДОЧКИ

Составлено дифференциальное уравнение динамики движения системы сепаратора с роликами относительно звездочки в свободном ходе механизма свободного хода. Найдены решения дифференциального уравнения, что позволяет определить угол относительного поворота сепаратора с роликами.

Ключевые слова: механизм свободного хода, сепаратор с роликами, колебательное движение сепаратора, относительный угол поворота сепаратора.

GEORGY VLADIMIROVICH ARCHANGELSKY, SERGEY ALEKSANDROVICH ROMASHKEVICH
Odessa national academy of food technologies

THE DYNAMICS OF MOVEMENT OF THE SEPARATOR OF THE FREE-WHEELING MECHANISM CONCERNING THE SPROCKET

Abstract – The differential equation of the dynamics of movement of the separator with rollers system concerning the sprocket in the free-wheeling mechanism has been composed. It's very important for the practical calculation that the solution of the differential equation, which allows to determine the angle of the relative turning of the separator with rollers and its largest meaning, have been found.

Keywords: free-wheeling mechanism, separator with rollers, oscillating movement of the separator, relative angle of the turning of the separator.

Работа механизма свободного хода (МСХ) характеризуется следующими процессами: заклиниванием, расклиниванием и свободным ходом. После расклинивания МСХ сепаратор с телами заклинивания может совершать вращательное движение относительно звездочки, с которой он связан упругим звеном – пружиной кручения либо линейной. МСХ бывают с внутренней либо внешней звездочкой.

При относительном движении сепаратора в МСХ с внутренней звездочкой ролики отрываются от звездочки и под действием центробежных сил прижимаются к обойме. В МСХ с наружной звездочкой центробежные силы отрывают тела заклинивания от внутренней обоймы и прижимают их к рабочей поверхности звездочки.

В работе [1] рассмотрено движение только ролика в период свободного хода и решения, определяющие движение не получены.

МСХ с сепараторами широко используются в технике, поэтому целесообразно изучить движение сепараторов с роликами в период свободного хода и оценить его перемещение, что необходимо иметь для выбора параметров МСХ при проектировании.

Для описания относительного движения сепаратора с роликами составим математическое описание МСХ в период свободного хода. При составлении модели системы производят упрощения, которые зависят от того, какой из динамических процессов исследуется. Относительное движение сепаратора с роликами представляет собой колебательный переходный процесс весьма кратковременный. В системах с колеблющейся звездочкой он составляет сотые доли секунды. Для определения положения системы: звездочка, сепаратор, ролик необходимо задать три обобщенных координаты. В качестве обобщенных координат можно принять: j – угол поворота звездочки; x_c – угол поворота сепаратора относительно звездочки или относительный угол поворота сепаратора; j_p – угол поворота ролика относительно его оси или относительно сепаратора. Таким образом, движение системы звездочки с сепаратором будет описываться тремя дифференциальными уравнениями. Так как относительная скорость $w_p = {dj_p}/{dt}$ ролика мала по сравнению с переносной $w_n = {d(j + x_c)}/{dt}$, то для практических расчетов ролик в сепараторе можно считать неподвижным. В этом случае движение системы звездочки с сепаратором будет описываться двумя дифференциальными уравнениями для обобщенных координат j и x_c, что позволит получить более простое и наглядное решение, описывающее движение сепаратора и показывающее влияние параметров МСХ на это движение.

Для обеспечения функционирования МСХ в свободном ходе угловая скорость наружной обоймы $\dot{j}_1$ должна быть больше угловой скорости звездочки $\dot{j}$.

Для получения дифференциальных уравнений, описывающих движение звездочки и сепаратора с роликами, воспользуемся уравнениями Лагранжа II рода.

Запишем кинетическую энергию рассматриваемой системы

$$T = \frac{1}{2}I\dot{j}^2 + \frac{1}{2}I_c\left(\dot{j} + \dot{x}_c\right)^2 + \frac{1}{2}zml^2\left(\dot{j} + \dot{x}_c\right)^2, \qquad (1)$$

где I – приведенный момент инерции звездочки и связанных с ним элементов;

I_c – момент инерции сепаратора;

z – число роликов;

m – масса ролика;

l – расстояние от оси МСХ до центра ролика O_1, $l = R - r$,

R – радиус обоймы;

r – радиус ролика (рис. 1).

Будем считать, что пружина кручения, связывающая сепаратор и звездочку имеет упругую линейную характеристику

$$M_n = c\xi_c, \qquad (2)$$

где c – крутильная жесткость пружины.

Если пружина линейная, то, зная усилие, создаваемое пружиной, можно записать момент усилия пружины относительно оси МСХ.

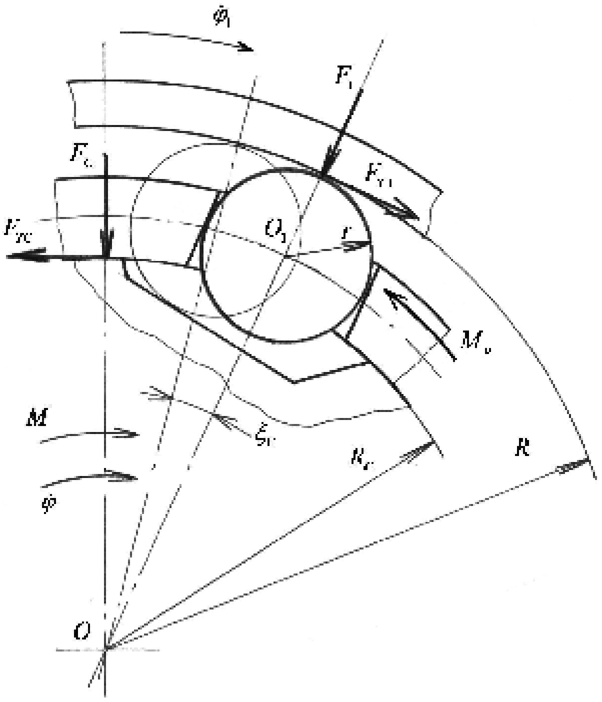

Рис. 1. Схема сепараторного механизма свободного хода с цилиндрическими роликами

Между звездочкой и сепаратором имеет место трение скольжения. Сепаратор совершает малые колебательные движения. При колебаниях силы трения выражают линейной функцией от скорости, либо квадратичной, либо силу трения считают постоянной. Вид смазки влияет на величину коэффициента поглощения. Поэтому при расчетах будем считать силы трения постоянными. Сила трения между сепаратором и звездочкой F_{Tc} всегда будет силой сопротивления, а вот сила трения F_{T1} между обоймой и роликом может выполнять функцию, как сопротивления, так и движущей. Когда идет обгон обоймы звездочки, то F_{T1} будет играть роль движущей.

Обобщенные силы Q_φ и Q_ξ найдем из условий равенства виртуальных работ. Момент M, приложенный к звездочке, является приведенным и может слагаться из движущего M_∂ и момента сил сопротивления M_c. Поэтому M представим

$$M = M_\partial - M_c. \qquad (3)$$

Запишем виртуальную работу внешних сил

$$\delta W = M\delta\varphi + M_{T1}\delta\xi_c - M_{Tc}\delta\xi_c = Q_\varphi \delta\varphi + Q_\xi \delta\xi_c, \qquad (4)$$

где $M_{T1} = F_{T1}R$, $M_{Tc} = F_{Tc}R_c$,

R_c – радиус поверхности на звездочке, по которой перемещается сепаратор.

Из выражения (4) получаем

$$Q_\varphi = M;$$

$$Q_\xi = M_{T1} - M_{Tc}.$$

В рассматриваемом случае кинетическая энергия T не зависит от углов поворота φ и ξ_c. Поэтому $\partial T/\partial\varphi = 0$, $\partial T/\partial\xi_c = 0$ и уравнения Лагранжа II рода представятся

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_i} = Q_i, \qquad (5)$$

где $i = 1,2$, $\varphi_1 = \varphi$, $\varphi_2 = \xi_c$.

На основе уравнений (5) с учетом выше изложенного получаем

$$\begin{aligned} &\ddot{\varphi}\left(I + I_c + zml^2\right) + \ddot{\xi}_c\left(I_c + zml^2\right) = M_\partial - M_c; \\ &\ddot{\varphi}\left(I_c + zml^2\right) + \ddot{\xi}_c\left(I_c + zml^2\right) + c\xi_c = M_{T1} - M_{Tc}. \end{aligned} \qquad (6)$$

Для упрощения записи системы (6) обозначим $I_c + zml^2 = I_0$, тогда будет, $I + I_c + zml^2 = I + I_0$ и дифференциальные уравнения примут вид

$$\begin{aligned} &\ddot{\varphi}(I + I_0) + \ddot{\xi}_c I_0 = M_\partial - M_c; \\ &\ddot{\varphi} I_0 + \ddot{\xi}_c I_0 + c\xi_c = M_{T1} - M_{Tc}. \end{aligned} \qquad (7)$$

Разрешим систему (7) относительно вторых производных $\ddot{\varphi}$ и $\ddot{\xi}_c$

$$\ddot{x}_c + p^2 x_c = p^2 \frac{M_{T1} - M_{Tc}}{c} - \frac{M_\partial - M_c}{I};$$
$$\dot{\omega} = \frac{(M_\partial - M_c) - (M_{T1} - M_{Tc})}{I} + \frac{c}{I} x_c, \tag{8}$$

где $\quad p^2 = c\frac{I + I_0}{II_0}$.

Так как рассматривается весьма кратковременный процесс изменения x_c от 0 до $x_{c\max}$ либо от 0 до $x_{c\max}$ и до 0, в последнем случае это период колебания сепаратора, то для практических расчетов можно принять $M_\partial = const$ и $M_c = const$. Тогда не представляет труда записать решение первого уравнения системы (8). Представим правую часть первого уравнения системы (8) в виде

$$p^2 \frac{M_{T1} - M_{Tc}}{c} - \frac{M_\partial - M_c}{I} = p^2 \left(\frac{M_{T1} - M_{Tc}}{c} - \frac{M_\partial - M_c}{Ip^2} \right). \tag{9}$$

Обозначим

$$\frac{M_{T1} - M_{Tc}}{c} - \frac{M_\partial - M_c}{Ip^2} = l \; . \tag{10}$$

Отношение $\frac{M_{T1} - M_{Tc}}{c} = l_1$ представляет деформации. Второй член выражения (10) так же представляет деформацию

$$\frac{M_\partial - M_c}{Ip^2} = \frac{M_\partial - M_c}{c(I + I_0)/I_0} = l_2$$

С учетом выражений (9) и (10) уравнение для x_c примет вид

$$\ddot{x}_c + p^2 x_c = p^2 l \tag{11}$$

и его частное решение представится

$$x_{cn} = \frac{1}{p}\int_0^t p^2 l \sin p(t - t)dt \; . \tag{12}$$

После взятия интеграла получим

$$x_{cn}(t) = l\,(1 - \cos pt). \tag{13}$$

В момент начала свободного хода $t = 0$, $x_c(0) = x_{c0}$,

где $\quad x_{c0}$ – деформация предварительного натяжения пружины.

В момент начала свободного хода можно принять $\dot{x}_c(0) = 0$.

Тогда с учетом начальных условий решения x_c представится

$$x_c(t) = l + (x_{c0} - l)\cos pt \; . \tag{14}$$

Нетрудно заметить, что $x_c = x_{c\max}$ при $pt = p$

$$x_{c\max} = 2l - x_{c0}. \tag{15}$$

Таким образом, зная $x_{c\max}$ можно приступить к рабочему проекту звездочки МСХ.

Литература

1. Мальцев В.Ф. Роликовые механизмы свободного хода / Мальцев В.Ф. – М. : Машиностроение, 1968. – 416 с.

References

1. Maltsev V.F. Roller free-wheeling mechanisms / Maltsev V.F. – Machinebuilding, 1968. – 416 p.

Рецензія/Peer review : 13.5.2013 р. Надрукована/Printed :16.6.2013 р.
Рецензент: д.т.н., проф. Гросул Л.И.