УДК 677.047.622.112.2

М.О. КУЩЕВСЬКИЙ, Ю.В. КОШЕВКО
Хмельницький національний університет

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ПРОЦЕСУ ДЕФОРМАЦІЇ ТКАНИН ПРИ ДИНАМІЧНИХ НАВАНТАЖЕННЯХ В РІДИННОМУ РОБОЧОМУ СЕРЕДОВИЩІ

Розроблено фізичну модель процесу деформації тканин при динамічних навантаженнях. Отримана модель дає змогу більш глибоко вивчити процеси, що відбуваються при деформаціях текстильних матеріалів та теоретично вирахувати оптимальні умови деформації тканин з різним сировинним складом та структурою.

Ключові слова: деформація, формування, полімер, складові деформації, динамічне навантаження.

N.O. KUSHEVSKIY, Y.V. KOSHEVKO
Khmelnytsky National University

PHYSICAL MODEL OF PROCESS OF DEFORMATION OF FABRICS IS AT STATIC AND DYNAMIC LOADINGS

Annotation: The article of research is a study of influence of the dynamic loadings on forming properties of textile materials. The purpose of work is development of physical model of process of deformation of fabrics at the dynamic loadings. In this work influence of the dynamic loading is studied in to liquid-active working environment which is created the appendix of force of batch-type. Such force causes the forced vibrations of the system, in particular to the load, which suspended to the body and creates the additional loading.

The scientific novelty of the got results consists in presented physical model of process of deformation of fabrics at the dynamic loading. The got model gives an opportunity in more depth to learn processes that take place at deformations of textile materials and in theory to calculate the optimal terms of deformation of fabrics with different raw material composition and structure.

Keywords: deformation, forming, polymer, component deformations, dynamic loading.

Постановка проблеми.

Процеси формоутворення деталей одягу з полімерних матеріалів багато в чому зумовлюються деформаційно-релаксаційним процесами, що відбуваються в матеріалі під впливом різних зовнішніх факторів, включаючи механічні навантаження. При цьому величина деформації полімерного матеріалу може бути досягнута розтягом, стиском, згином, зсувом.

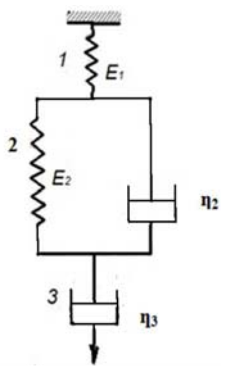

Рис. 1. Модельне зображення деформації

Деформаційні властивості текстильних матеріалів зазвичай представляють механічними моделями, в яких відображені з відомими допущеннями спектри властивостей. В основі вивчення механічної поведінки матеріалів лежать різні типи моделей: Л. Больцмана, У. Кельвіна, Д. Максвелла, Освальда де-Вейла. На основі отриманих математичних моделей опису механічної поведінки полімерних матеріалів, можливо краще представити якісну картину подій і процесів, що дуже важливо при створенні ресурсозберігаючих технологій формування деталей одягу [30].

Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Процеси, що відбуваються в лінійному полімері при його деформації при постійному навантаженні, можливо описати за допомогою механічної моделі (рис. 1).

Оскільки усі три елементи моделі з'єднані послідовно, то навантаження на кожному з них дорівнюватиме прикладеному. Впродовж усього періоду дії сили загальна деформація буде складатися з трьох складових [30]:

$$\varepsilon_{пов} = \varepsilon_{пр} + \varepsilon_{в.ел.} + \varepsilon_{пл}, \quad (1)$$

де $\varepsilon_{пр}$ – пружна деформація пружини E_1; $\varepsilon_{в.ел.}$ – високоеластична деформація пружини E_2; $\varepsilon_{пл}$ – незворотна деформація в'язкого елемента η_3.

Така модель достатньо повно описує в'язко-пружний стан полімеру, та дозволяє аналізувати характер, що виникає в даній системі при статичному навантаженні. Проте в останні роки є актуальним вивчення формувальних властивостей текстильних матеріалів у рідинному робочому середовищі при динамічних навантаженнях, що потребує більш детального опису процесу деформації.

Формулювання цілей статті. Метою роботи є розробка фізичної моделі процесу деформації тканин при динамічних навантаженнях в рідинному робочому середовищі. Отримана модель дасть змогу більш глибоко вивчити процеси, що відбуваються при деформаціях текстильних матеріалів та теоретично вирахувати оптимальні умови деформації тканин з різним сировинним складом та структурою.

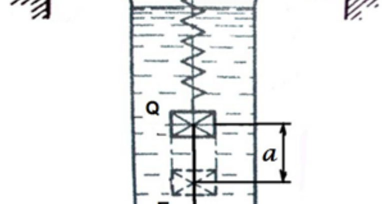

Рис. 2. Розподіл сил при динамічному навантаженні

Виклад основного матеріалу досліджень.

В даній роботі вивчається вплив динамічного навантаження в рідинно-активному робочому середовищі, що забезпечується прикладанням збурювальної сили періодичної дії.

Така сила викликає змушені коливання системи, зокрема вантажу, що підвішений до тіла та створює додаткове навантаження (рис. 2). Про те слід врахувати, що крім збурювальної сили на тіло діє сила опору рідини в якій воно знаходиться. Тому для опису процесу, що відбувається під час деформації тканини у РАРС при динамічному навантаженні необхідно знайти силу опору води при русі зануреного тіла.

Якщо врахувати, що на систему крім сили опору $S=\alpha\dot{x}$ на вантаж Q у вертикальному напрямі діє будь-яка періодична сила $P\sin pt$, то позначивши $q = gP/Q$, дістанемо рівняння коливання для даної системи, додаючи в праву частину рівняння вільних коливань із згасанням член $q\sin pt$ [31]. При цьому

$$\ddot{x}+2n\dot{x}+\omega^2 x=q\sin pt \tag{2}$$

Загальний розв'язок цього рівняння знайдемо, якщо до розв'язку однорідного рівняння додамо частковий розв'язок

$$x=e^{-nt}\left(A\sin\omega_1 t+B\cos\omega_1 t\right)$$

$$x = K\sin pt + L\cos pt .$$

Тоді, маючи на увазі, що

$$\dot{x}=Kp\cos pt-Lp\sin pt;$$

$$\ddot{x}=-Kp^2\sin pt-Lp^2\cos pt,$$

Підставляючи вирази x, $\dot{x}$ та $\ddot{x}$ в диференційне рівняння (2), а потім прирівнюючи коефіцієнти при $\sin pt$ та $\cos pt$ правої та лівої частин, отримаємо

$$-Lp^2+2Kpn+L\omega^2=0;$$

$$-Kp^2+2Lpn+K\omega^2=q.$$

Розв'язавши разом отриману систему двох рівнянь відносно невідомих постійних K та L, знайдемо, що

$$K=\frac{q\left(\omega^2-p^2\right)}{\left(\omega^2-p^2\right)^2+4p^2n^2};$$

$$L=-\frac{2qpn}{\left(\omega^2-p^2\right)^2+4p^2n^2}.$$

Тоді загальний розв'язок рівняння (2) може бути представленим у вигляді

$$x=e^{-nt}\left(A\sin\omega_1 t+B\cos\omega_1 t\right)-\frac{2qpn}{\left(\omega^2-p^2\right)^2+4p^2n^2}\cos pt+ \\ +\frac{q(\omega^2-p^2)}{\left(\omega^2-p^2\right)^2+4p^2n^2}\sin pt \tag{3}$$

Перші доданки, що мають множник e^{-nt}, з часом зменшуються (згасають), два інших доданки, що пропорційні q, характеризують вимушені коливання; вони з часом не згасають.

Період незгасаючих коливань рівний періоду збурювальної сили:

$$T_1=\frac{2\pi}{p},$$

а амплітуда пропорційна величині збурювальної сили. Ця амплітуда залежить також від характеристики n згасання, а також від відповідності періоду незалежних коливань

$$T=\frac{2\pi}{\omega}$$

і періоду T_1 збурювальної сили.

Якщо ввести заміну:

$$\frac{2qpn}{\left(\omega^2-p^2\right)^2+4p^2n^2}=\psi\sin\alpha; \tag{4}$$

$$\frac{q\left(\omega^2-p^2\right)}{\left(\omega^2-p^2\right)^2+4p^2n^2}=\psi\cos\alpha, \tag{5}$$

то змушені коливання можна представити дещо простіше:

$$x=\psi(\cos\alpha\sin pt-\sin\alpha\cos pt)=\psi\sin(pt-\alpha). \tag{6}$$

Амплітуда ψ вимушених коливань на основі рівнянь (4, 5) та (6) визначається із виразів

$$\frac{4q^2p^2n^2}{\left[\left(\omega^2-p^2\right)^2+4p^2n^2\right]^2}=\psi^2\sin^2\alpha;$$

$$\frac{q^2(\omega^2-p^2)^2}{\left[\left(\omega^2-p^2\right)^2+4p^2n^2\right]^2}=\psi^2\cos^2\alpha,$$

з’єднуючи, які і розв’язуючи відносно ψ, знайдемо

$$\psi=\frac{\sqrt{4q^2p^2n^2+q^2\left(\omega^2-p^2\right)^2}}{\left(\omega^2-p^2\right)^2+4p^2n^2}=\frac{q}{\sqrt{\left(\omega^2-p^2\right)^2+4p^2n^2}} \qquad (7)$$

Кут зсуву фаз α на основі рівнянь (4) та (5) можна визначити поділивши перше з них на друге:

$$tg\alpha=\frac{2pn}{\omega^2-p^2} \qquad (8)$$

Аналізуючи вираз для амплітуди вимушених коливань, маючи на увазі, що

$$q=\frac{gP}{Q};\qquad \omega^2=\frac{cg}{Q},$$

знаходимо

$$\frac{q}{\omega^2}=\frac{gPQ}{Qcg}=\frac{P}{c}=\delta_{cm}, \qquad (9)$$

де δ_{cm} – переміщення, яке виникло б при статичному прикладені максимального амплітудного значення збурювальної сили.

Маючи на увазі формулу (9) та поділивши чисельник та знаменник виразу (7) для амплітуди на квадрат колової частоти коливань ω^2, отримаємо [3]:

$$\psi=\frac{\delta_{cm}}{\sqrt{\left(1-\frac{p^2}{\omega^2}\right)^2+\frac{4p^2n^2}{\omega^4}}}=\frac{\delta_{cm}}{\sqrt{\left(1-\frac{T^2}{T_1^2}\right)^2+\frac{T^2\gamma^2}{T_1^2}}}, \qquad (10)$$

де $\gamma=\frac{2n}{\omega}$ – коефіцієнт, що залежить від величини сили опору.

У сучасній гідромеханіці аналітичний вираз для визначення сили повного опору руху тіла в повітряному або водному середовищі, що відповідає принципам гідродинаміки, має вигляд [3]:

$$R=\zeta\times\Omega\frac{\rho\upsilon^2}{2}, \qquad (11)$$

де R – повна сила опору води руху тіла;
ζ – безрозмірний коефіцієнт опору;
ρ – густина середовища;
Ω – характерна площа тіла;
υ – відносна швидкість руху тіла.

Для визначення сили опору руху тіла потрібно встановити залежність, використовуючи метод показників.

1. Записуємо функціональну залежність для визначення сили опору

$$R=f(\rho,\ l,\ \upsilon,\ \mu,\ g), \qquad (12)$$

де l – довжина тіла;
μ – динамічна в'язкість;
g – прискорення вільного падіння.

Розмірність параметрів, що входять в залежність (12) є поєднанням трьох основних одиниць вимірювання [M], [L] та [T].

2. Зведемо у відповідний ступінь кожен з визначальних параметрів залежності (12)

$$R=k\rho^x l^y\upsilon^x\mu^u g^W, \qquad (13)$$

де k – безрозмірний коефіцієнт пропорційності;
x, y, z, u, w – п'ять невідомих показників степеня.

3. Підставимо розмірності, що входять в рівність параметрів, користуючись прийнятої системою основних одиниць виміру

$$\frac{[\mathrm{M}]\times[L]}{[\mathrm{T}]^2}=k\left(\frac{[\mathrm{M}]}{[L]^3}\right)^x[L]^y\left(\frac{[L]}{[\mathrm{T}]}\right)^z\left(\frac{\mathrm{M}}{[L]\times[\mathrm{T}]}\right)^u\left(\frac{[L]}{[\mathrm{T}]^2}\right)^w \qquad (14)$$

4. Незалежно від системи одиниць вимірювання, в якій виражено всі вхідні в рівняння (14) параметри, розмірність лівої частини і підсумкова розмірність похідної у правій частині рівняння (14) повинна бути однією і тією ж.

Умова однорідності вимагає, щоб показники ступеня для кожної з трьох одиниць виміру [M], [L], [T] були однакові і в лівій і в правій частинах рівняння (14), тобто

$$\begin{array}{r} \text{для маси [M]} \\ \text{для довжини [L]} \\ \text{для часу [T]} \end{array} \left.\begin{array}{l} 1 = \chi + u \\ 1 = -3\chi + y + z + u + w \\ -2 = -z - u - 2w \end{array}\right\} \qquad (15)$$

Із системи рівнянь (15) отримаємо:

$x = 1\text{-}u; \quad y = 2\text{-}u + w; \quad z = 2\text{-}u\ \text{-}3w.$

Підставивши знайдені значення показників x, y, z в формулу (13), отримаємо

$$R = k\rho^{1-u} l^{2-u+w} \upsilon^{2-u-2w} \mu^{u} g^{w}$$

Провівши перегрупування множників за показниками, отримаємо

$$R = kpl^2 \times V^2 \left(\frac{\mu}{pl\upsilon}\right)^u \left(\frac{gl}{\upsilon^2}\right)^w \qquad (16)$$

У цій формулі

$$\left(\frac{\mu}{pl\upsilon}\right)^u = \left(\frac{v}{l\upsilon}\right)^u = \mathrm{Re}^{-u} \qquad \left(\frac{gl}{\upsilon^2}\right)^w = \left(\frac{\sqrt{gl}}{\upsilon}\right)^w = Fr^{-w}$$

де Re – число Рейнольдса;

Fr – число Фруда.

У формулі (16) множники Re^{-u}, Fr^{-w} можна записати у вигляді деякої функції *f*(Re, *Fr*), тоді остаточний вираз для визначення опору води руху тіла набуде вигляду

$$R = (\mathrm{Re}, Fr) k\rho l^2 \upsilon^2$$

Позначимо *f*(Re, *Fr*) = ζ, $l^2 = \Omega$, приймаючи значення до *k*=0,5, отримаємо

$$R = \zeta \times \Omega \frac{\rho \upsilon^2}{2}$$

Загальний вигляд формули для визначення сил опору, отриманої на основі теорії розмірності, ідентичний залежності, що відповідає принципам гідродинамічної подібності (11). У цих формулах безрозмірний коефіцієнт ζ називається коефіцієнтом опору тіла.

Таким чином, величина повної гідродинамічної сили, що діє на тіло, тобто сили опору води руху тіла, пропорційна безрозмірному коефіцієнту опору ζ, швидкісного напору $\rho\upsilon^2/2$ і характерною площі тіла Ω [32].

Висновок. Розроблено фізичну модель процесу деформації тканин при динамічних навантаженнях. Отримана модель дає змогу більш глибоко вивчити процеси, що відбуваються при деформаціях текстильних матеріалів та теоретично вирахувати оптимальні умови деформації тканин з різним сировинним складом та структурою.

Література

1. Анохин В.В. Химия и физико-химия полимеров / Анохин В.В. – К. : Вища школа, 1987. – 399 с.
2. Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Справочник по сопротивлению материалов. – К.: Наукова думка, 1988. – 734 с.
3. Определение общего вида формулы сопротивления воды движению полупогруженного тела // http://www.rae.ru/monographs/52-2046

References

1. *Anoxin V.* Ximiua I fizukoximiua polimerov / *Anoxin V.* – K. : Vuchca chkola, 1987. – 399 c.
2. *Pusarenko G., Uakovlev A., Matveev V.* Spravochnik po soprotivleniuy materialov. – K.: Naykova dymka, 1988. – 734 c.
3. Opredilenie obchego vida formylu soprotivleniua vodu dvijeniy polypogryjonogo tela // http://www.rae.ru/monographs/52-2046

Рецензія/Peer review : 15.10.2013 р. Надрукована/Printed :24.11.2013 р.
Рецензент: Шалапко Ю.І., д.т.н., проф.