

УДК 004

В.В. ГРИЦИК, О.А. ПАСТУХ, В.В. ЯЦИШИН

Тернопільський національний технічний університет імені І. Пулюя

І.М. МАЙКІВ

Тернопільський національний економічний університет

КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ СПОТВОРЕНЬ КВАНТОВОЇ ІНФОРМАЦІЇ ПРИ ПЕРЕДАЧІ ПО КВАНТОВОМУ КАНАЛУ ЗВ'ЯЗКУ З ШУМОМ

У статті розглянуто формально-математичний підхід до оцінювання спотворень квантової інформації при її передачі по квантовому каналу зв'язку з шумом.

Ключові слова: квантова інформація, квантовий канал зв'язку.

V.V. HRYTSYK, O.A. PASTUKH, V.V. YATCYSHYN

Ternopil Ivan Pul'uj National Technical University

I.M. MAYKIV

Ternopil National Economic University

CRITERIONS OF ESTIMATION OF DISTORTION OF QUANTUM INFORMATION TRANSFERRED VIA QUANTUM COMMUNICATION CHANNEL WITH NOISE

Abstract – The formal-mathematics approach for estimation of distortion of quantum information, transferred through quantum communication channel with noise, is considered.

Metrics of complex functional spaces of wave functions are proposed: $dist_1$, $dist_2$, $dist_3$ as criterions for the determination of measure of the distortion of quantum information transferred through quantum communication channel with noise. These metrics can be used in the development of quantum communication channels for minimization of distortion of quantum information.

Keywords: quantum information, quantum communication channel.

Вступ

Важливим аспектом у розбудові інформаційних інфраструктур є розвиток інформаційно-комунікаційних систем, оскільки вони реалізують процеси прийому і передачі інформації між інформаційними системами. Успішний розвиток інформаційно-комунікаційних систем залежить від багатьох факторів, серед яких важливим є використання нових каналів зв'язку. До нових каналів зв'язку відносяться квантові канали зв'язку, які призначені для передачі квантової інформації.

Квантові канали зв'язку є ефективнішими у порівнянні з класичними, але в них також наявні шуми, що спричиняють спотворення квантової інформації.

Існуючі критерії для визначення спотворень квантової інформації є недостатньо чутливими, оскільки вони базуються на порівнянні ймовірнісних мір, що одержуються з хвильових функцій або операторів щільності, які безпосередньо описують квантову інформацію. Тому пошук нових кількісних критеріїв для оцінювання спотворення квантової інформації шумами при її передачі по квантових каналах зв'язку є актуальною науково-прикладною задачею. Вирішення даної задачі надасть можливість розробляти квантові канали зв'язку таким чином, щоб спотворення квантової інформації були мінімальними.

Огляд існуючих відомостей

Основні – ідея та результати даної статті ґрунтуються на наукових дослідженнях [1–4] у яких розвинено томографічну парадигму квантової фізики.

Мета

Запропонувати нові критерії для порівняння квантової інформації.

Постановка задачі

Запропонувати нові кількісні критерії для оцінювання спотворення квантової інформації при передачі по квантовому каналу зв'язку з шумом.

Основна частина

Як відомо [1], існують різні кількісні критерії для порівняння квантової інформації (для визначення міри спотворення квантової інформації шумами):

$$dist_1(\rho, \sigma) = \frac{1}{2} Tr |\rho - \sigma|,$$

де ρ , σ – оператори щільності, що математично описують квантову інформацію;

$$dist_2(\rho, \sigma) = \max_P Tr(P(\rho - \sigma)),$$

де ρ , σ – оператори щільності, що математично описують квантову інформацію,

P – проєктор тощо.

Але, як видно, ці критерії є недостатньо чутливими, оскільки базуються на порівнянні ймовірнісних мір, що одержуються з хвильових функцій або операторів щільності, які безпосередньо описують квантову інформацію.

Пошук нових кількісних критеріїв для оцінювання спотворень квантової інформації шумами при її передачі по квантових каналах зв'язку зручно розпочати з формального опису квантової інформації та квантового каналу зв'язку із шумом (рис. 1).

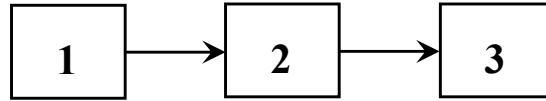


Рис. 1. Загальна схема передачі квантової інформації по квантовому каналу зв'язку із шумом: 1 – вхідна квантова інформація, 2 – квантовий канал зв'язку із шумом, 3 – вихідна квантова інформація

Вхідна та вихідна квантова інформації, а також шум описуються за допомогою хвильових функцій $|\psi\rangle$ або операторів щільності $\rho = |\psi\rangle\langle\psi|$. Квантовий канал зв'язку із шумом описується за допомогою унітарного оператора, який діє на тензорний добуток квантових станів носія квантової інформації та зовнішнього середовища (рис.2).

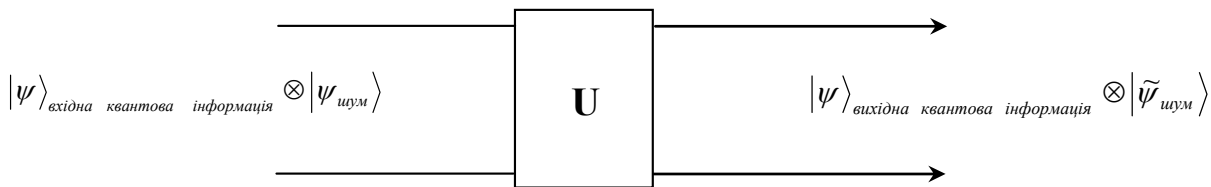


Рис. 2. Квантово-логічна схема, яка зображає квантовий канал зв'язку із шумом:
 \otimes – тензорний добуток, U – унітарний оператор

Таким чином:

$$|\psi_{\text{вихідна квантова інформація}}\rangle \otimes |\tilde{\psi}_{\text{шум}}\rangle = U(|\psi_{\text{вхідна квантова інформація}}\rangle \otimes |\psi_{\text{шум}}\rangle),$$

де $|\psi_{\text{вихідна квантова інформація}}\rangle$ – хвильова функція, що описує вихідну квантову інформацію (кінцевий стан квантового носія);

\otimes – тензорний добуток;

$|\tilde{\psi}_{\text{шум}}\rangle$ – хвильова функція, що описує вихідний (кінцевий) стан зовнішнього середовища;

$|\psi_{\text{вхідна квантова інформація}}\rangle$ – хвильова функція, що описує вхідну квантову інформацію (початковий стан квантового носія);

$|\psi_{\text{шум}}\rangle$ – хвильова функція, що описує вхідний (початковий) стан зовнішнього середовища;

U – унітарний оператор, що описує квантовий канал зв'язку.

Також все це можна описати за допомогою операторів щільності:

$$\rho_{\text{вихідна квантова інформація}} \otimes \tilde{\rho}_{\text{шум}} = U(\rho_{\text{вхідна квантова інформація}} \otimes \rho_{\text{шум}}), \quad (1)$$

де $\rho_{\text{вихідна квантова інформація}}$ – оператор щільності, що описує вихідну квантову інформацію (кінцевий стан квантового носія);

\otimes – тензорний добуток;

$\tilde{\rho}_{\text{шум}}$ – оператор щільності, що описує вихідний (кінцевий) стан зовнішнього середовища;

$\rho_{\text{вхідна квантова інформація}}$ – оператор щільності, що описує вхідну квантову інформацію (початковий стан квантового носія);

$\rho_{\text{шум}}$ – оператор щільності, що описує вхідний (початковий) стан зовнішнього середовища;

U – унітарний оператор, що описує квантовий канал зв'язку.

Як видно з (1), вихід квантового каналу зв'язку представляє собою тензорний добуток операторів щільності відповідно вихідного стану квантового носія та вихідного стану зовнішнього середовища, тобто

$$\rho_{\text{вихідна квантова інформація}} \otimes \tilde{\rho}_{\text{шум}}.$$

Для того, щоб одержати вихідний стан квантового носія (оператор щільності $\rho_{\text{вихідна квантова інформація}}$) окремо від вихідного стану зовнішнього середовища (оператора щільності

$\tilde{\rho}_{шум}$), потрібно обчислити частковий слід за зовнішнім середовищем, тобто

$$\rho_{\text{вихідна квантова інформація}} = \text{Tr}_{\tilde{\rho}_{шум}} (\rho_{\text{вихідна квантова інформація}} \otimes \tilde{\rho}_{шум}),$$

де $\text{Tr}_{\tilde{\rho}_{шум}}$ – частковий слід по зовнішньому середовищу.

Поряд з цим вхідна та вихідна квантова інформації можуть описуватися за допомогою томограм [2-4]. Опис квантової інформації за допомогою томограм є більш повним у порівнянні з хвильовим та операторним описами, оскільки він дає змогу визначити модуль та фазу стану квантового носія. Також необхідно відзначити, що хвильовий, операторний та томографічний описи є ізоморфними між собою [2-4]. Таким чином, використовуючи томограми (які є експериментальними даними), можна у повній мірі визначити оператор щільності, або хвильову функцію (зокрема її модуль та фазу). Це у свою чергу спонукає до ідеї – використати метрики комплексних функціональних просторів хвильових функцій як критерії для визначення міри спотворення квантової інформації при її передачі по квантовому каналу зв'язку з шумом.

Таким чином, критеріями спотворення квантової інформації можуть бути такі метрики комплексних функціональних просторів хвильових функцій:

$$\text{dist}_1(\rho, \sigma) = \sqrt{\sum (\rho - \sigma)^2},$$

$$\text{dist}_2(\rho, \sigma) = \sum |\rho - \sigma|,$$

$$\text{dist}_3(\rho, \sigma) = \sup |\rho - \sigma|,$$

де ρ, σ – оператори щільності.

Висновки

Запропоновано метрики комплексних функціональних просторів хвильових функцій: $\text{dist}_1, \text{dist}_2, \text{dist}_3$ як критерії для визначення міри спотворення квантової інформації при її передачі по квантовому каналу зв'язку з шумом. Ці метрики можуть бути використані для розробки квантових каналів зв'язку таким чином, щоб спотворення квантової інформації були мінімальними.

Література

1. Nielsen M. Quantum computation and quantum information / M.Nielsen, I.Chuang.– Cambridge Univ. Press, 2001.– 816p.
2. Bertrand J. A tomographic approach to Wigner's function / J.Bertrand, P.Bertrand // Foundations of Physics.- 1987.- Vol.17, Issue 4.- P.397-405.
3. Mancini S. Symplectic tomography as classical approach to quantum systems / S.Mancini, V.I.Manko, P.Tombesi // Phys. Lett. A.- 1996.- Vol.213, Issue 1-2.- P.1-6.
4. Mancini S. Classical-like description of quantum dynamics by means of symplectic tomography / S.Mancini, V.I.Manko, P.Tombesi // Foundations of Physics.- 1997.- Vol.27, Issue 6.- P.801-824.

References

1. Nielsen M. Quantum computation and quantum information / M.Nielsen, I.Chuang.– Cambridge Univ. Press, 2001.– 816p.
2. Bertrand J. A tomographic approach to Wigner's function / J.Bertrand, P.Bertrand // Foundations of Physics.- 1987.- Vol.17, Issue 4.- P.397-405.
3. Mancini S. Symplectic tomography as classical approach to quantum systems / S.Mancini, V.I.Manko, P.Tombesi // Phys. Lett. A.- 1996.- Vol.213, Issue 1-2.- P.1-6.
4. Mancini S. Classical-like description of quantum dynamics by means of symplectic tomography / S.Mancini, V.I.Manko, P.Tombesi // Foundations of Physics.- 1997.- Vol.27, Issue 6.- P.801-824.

Рецензія/Peer review : 10.9.2013 р. Надрукована/Printed :24.11.2013 р.
Рецензент: Пулька І.В., д.т.н.