

**ТЕОРИЯ ИЗБЫТОЧНЫХ И СВЕРХИЗБЫТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ:  
ФОРМАЛИЗОВАННОЕ ОПИСАНИЕ ТРЕТЬЕЙ ГРУППЫ ПРАВИЛ ВЫВОДА  
УРАВНЕНИЙ ИЗБЫТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ КРУТИЗНЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ.  
СООБЩЕНИЕ 7.2**

*В настоящем сообщении дальнейшее развитие получила теория избыточных и сверхизбыточных измерений в части исследования третьей группы правил вывода уравнений избыточных измерений крутизны преобразования с пространственно-временным усреднением и их частные случаи. Уточнено определение понятия «принцип эргодичности». Приведена классификация правил вывода уравнений избыточных измерений. Показана возможность получения большого числа уравнений избыточных измерений крутизны преобразования при использовании законов комбинаторики и правил усреднения физических величин.*

*Работа представляет интерес для ученых-метрологов, специалистов, магистров и аспирантов, изучающих избыточные и сверхизбыточные измерения.*

*Ключевые слова: правила вывода, уравнения избыточных измерений, формализованные описания, комбинаторные уравнений величин.*

V.T. KONDRATOV

V.M.Glushkov Institute of cybernetics of National academy of Science of Ukraine

**THE THEORY OF REDUNDANT AND SUPER-REDUNDANT MEASUREMENTS: A FORMALIZED  
DESCRIPTION OF THE THIRD GROUP OF DERIVATION RULES OF THE REDUNDANT MEASUREMENTS  
EQUATIONS OF THE STEEPNESS OF TRANSFORMATION  
THE MESSAGE 7.2**

*Abstract — In the message the further development was received the theory of redundant and super-redundant measurements in part of the research of the third group the derivation rules of the equations of redundant measurements of steepness of transformation with spatial-temporal averaging .*

*It is shown that to date the ergodic hypothesis has already exhausted its historical significance and was transformed into the principle of ergodicity due to new evidence discovered.*

*The postulate, consisting in the fact that each concrete structure of the equations of redundant measurements has extent as exists in space, and a condition changes over time which are united among themselves by the uniform stationary property depending on space and time only within small fluctuations of its values is formulated.*

*For the first time definition the principle of ergodicity for super-redundant measurements is made. This principle establishes interrelation of structure of the super-redundant measurements equation, which is characterized by certain stationary properties, with informative redundancy and a current condition of measuring system during the discrete moments of time. The condition of measuring system during the discrete moments of time is described, as is known, by system of the equations of communication between quantities.*

*Ergodicity principle became one of the main starting positions of the theory of super-redundant measurements. He enriched the well-known principles of the theory of redundant measurements and became an integral part of theory of measurements at all.*

*For the first time it is formalized the equations of redundant measurements of a steepness of transformation with averaging of output quantities for the third group of the derivation rules are described. Creation possibility all new ensembles of the equations of redundant measurements of a steepness of transformation is opened.*

*For the first time for a considered measuring problem (  $m = 6$  ,  $k = 2, \dots, 10$  ) it is allocated six the units of the derivation rules with the spatial-temporal averaging of the output quantities which are a part of the equations of redundant measurements. In their basis are put different combinatory the approaches (ways) when output quantities of the first group  $m_1$  are not averaged, and output quantities of the second group  $m_2$  are averaged combinatorially on 2, on 3, on 4, ..., on 10 quantities.*

*It is established, that the first units of the derivation rules unites nine blocks of combinatory rules of derivation of the formalized equations of redundant measurements of a steepness of transformation with the spatial-temporal averaging of repeatedly transformed input quantities for cases when the output quantities  $U'_{i1}$  not averaged (  $t = 1$  ), and the others are averaged — on 2, on 3, ..., on 10 quantities. Each of the allocated nine blocks consists of nine subblocks of private derivation rules.*

*It is shown, that each subblock unites 81 group of ways of averaging on 8 variants in group and consists of 648 combinatory ways of averaging; one block contains 5832 combinatory ways of averaging, and nine blocks of rules unite on 52488 combinatory variants of spatial and temporal averaging of output quantities. Taking into account 10 variants of the formalized equations of redundant measurements of a steepness of transformation, it is possible to receive 524.880 variants of the redundant measurements equations with of spatial-temporal averaging.*

*The received results testifies to possibility of obtain of result redundant measurements from the random component of the error reduced by two order and more that provides definition quasi-true and true values of physical quantities with the super-redundant measurements methods.*

*Choice of this or that the union of derivation rules or sub-blocks of rules allows you to manage the withdrawal process, to analyze and set the required number of redundant measurements of the steepness of transformation to obtain a normal distribution of random errors and to obtain the redundant measurements equations with specific statistical properties.association of rules of a conclusion or subblocks of rules*

*Results of researches testify of ample opportunities of spatial-temporal averagings at formation of ensembles of the equations of redundant measurements of quantities and parametres on the basis of repeated measuring transformations of output quantities.*

**Введение**

В работах [1 – 7] было положено начало развитию нового научного направления в теории

измерений — теории сверхизбыточных измерений и ее новому направлению — метрологической комбинаторики или комбинаторики уравнений величин, которое стало составной частью данной теории.

Разработана упрощенная классификация метрологической комбинаторики или комбинаторики уравнений величин. С позиции метрологии даны определения таким ее составным теориям, как теория конфигураций, теория перечислений и теория порядка. Все это свидетельствует о дальнейшем развитии данного научного направления в теории измерений. Было установлено, что вывод третьей группы уравнений избыточных измерений крутизны преобразования должен осуществляться путем поочередного вычитания одной суммы троек выходной величины из другой суммы неповторяющихся троек выходных величин с последующим делением полученных разностей на преобразуемые физические величины, — на одну или на несколько, сочетанных определенным способом.

Впервые получены и приведены обобщенные комбинаторные уравнения избыточных измерений крутизны преобразования для третьей группы правил вывода. Установлено наличие и формализовано описано шесть групп правил вывода уравнений избыточных измерений для третьей группы правил. В результате получено: 10 уравнений избыточных измерений по первой группе правил; 120 — по второй; 60 — по третьей; 360 — по четвертой; 120 — по пятой и 15 — по шестой, причем при однократных измерительных преобразованиях только шести входных физических величин. Получен ансамбль из 685 уравнений избыточных измерений крутизны преобразования.

**Объект исследований** — процессы вывода правил и уравнений избыточных измерений для решения метрологических задач.

**Предмет исследований** — формализованное описание частных случаев третьей группы правил вывода комбинаторных уравнений избыточных измерений крутизны преобразования при многократных измерительных преобразованиях  $m$  входных физических величин и линейной функции преобразования измерительного канала.

**Целью работы** является ознакомление ученых и специалистов с правилами вывода третьей группы уравнений избыточных измерений крутизны преобразования измерительного канала с пространственно-временным усреднением результатов многократных измерительных преобразованиях  $m$  входных физических величин и с формализованным описанием правил вывода.

Ниже рассматриваются вывод и формализованное описание уравнений избыточных измерений крутизны преобразования с пространственно-временным усреднением одноименных выходных величин, пути и методы получения ансамбля уравнений избыточных измерений крутизны преобразования в соответствие с первой группой правил вывода. Конечной целью является получение максимально возможного количества структур уравнений избыточных измерений крутизны преобразования при заданном числе  $m$  входных величин.

### **Результаты исследований**

#### **1. Философские аспекты комбинаторики уравнений величин: принцип эргодичности**

Комбинаторика уравнений величин — это научное направление или учение, состоящее из нескольких теорий, представляющая собой совокупность правил, подходов к изучению детерминированных и статистических свойств уравнений величин, свойств уравнений избыточных измерений величин и параметров, свойств системы уравнений величин, описывающей состояние измерительной систем в дискретные моменты времени, а также правила комбинаторики входных и выходных величин.

В основу данного учения положены: закон достижения нового качества, закон отрицания, закон больших чисел и т.д., принципы преемственности, достаточности, инвариантности, эргодичности и др., используемые при моделировании состояния измерительных систем, методы комбинаторики физических величин, входящих в состав уравнений избыточных измерений, методы статистики, методы формирования ансамблей уравнений избыточных измерений с заданными статистическими свойствами, методы комбинаторики уравнений величин с использованием пространственно-временного усреднения, метод аналогии, динамические и статистические закономерности, методология и виды группировки величин, а также методы определения законов распределения случайных погрешностей измерительного преобразования физических величин для ансамблей, полученных при разных существенных отличительных признаках, принципы и правила вывода ансамблей уравнений избыточных измерений физических величин и параметров.

#### **Постулат**

Уравнения избыточных измерений характеризуются закономерными связями между преобразованными физическими величинами и коэффициентами пропорциональности, т.е. структурой с определенными свойствами, а именно: математическое ожидание конечного результата преобразований (при избыточных измерениях) не зависит от времени, а дисперсия и корреляционная функция не зависят от начала отсчета.

Такая структура характеризуется конечным стационарным результатом и погрешностью преобразований. Количество структур с одними и теми же свойствами может быть увеличено путем расширения рядов преобразуемых физических величин, составления и решения комбинаторных вариантов математических моделей состояния измерительной системы и ее решения относительно одной и той же искомой величины или параметра функции преобразования.

Каждая конкретная структура имеет протяженность, поскольку существует в пространстве, и

характеризует состояние, связанное с течением времени, которые объединены между собой единым стационарным свойством, зависящим от пространства и времени только в пределах малых флуктуаций его значений. При наличии информативной избыточности структура может изменяться во времени и в пространстве, сохраняя свое свойство.

Временные изменения проявляются в результате изменений (флуктуаций) во времени значений физических величин при неизменной структуре, а пространственные изменения — в результате искусственного комбинаторного изменения структуры связей, числа физических величин и коэффициентов пропорциональности при сохранении общего свойства структуры неизменным в пределах значений среднеквадратической погрешности.

На сегодняшний день эргодическая гипотеза [8] уже исчерпала свое историческое значение и может быть представлена или трансформирована в принцип эргодичности в связи с вновь полученными доказательствами.

В работе [2] были приведены общее и частное определения принципа эргодичности:

*Определение 1* (общее)

Для стационарных случайных процессов усреднение во времени эквивалентно усреднению по ансамблю.

*Определение 2* (частное — для сверхизбыточных измерений)

Усреднение во времени ансамбля результатов многократных избыточных измерений, полученных по основному (базовому) уравнению избыточных измерений, может быть заменено усреднением по ансамблю результатов сверхизбыточных измерений.

Ранее описанный нами принцип эргодичности [2] может быть уточнен и сформулирован следующим образом.

*Определение*

Если известна структура закономерных связей между физическими величинами и коэффициентами пропорциональности, характеризующая определенными стационарными свойствами, то, при использовании расширенных рядов преобразуемых величин, обеспечивающих информативную избыточность, усреднение во времени может быть дополнено или заменено усреднением по ансамблю путем комбинаторного изменения структуры связей, числа усредняемых физических величин и коэффициентов пропорциональности при сохранении общего свойства структуры неизменным в пределах значений среднеквадратической погрешности.

Под стационарными свойствами мы понимаем получение результатов преобразований с одними и теми же вероятностными характеристиками, поскольку измерительное преобразование рядов физических величин осуществляется в весьма ограниченном интервале времени при воздействия на измерительный канал одной и той же группы случайных дестабилизирующих факторов.

## 2. Третья группа правил с пространственно-временным усреднением выходных величин

Анализ правил вывода уравнений избыточных измерений с комбинаторными вариантами пространственно-временного усреднения выходных величин показал, что эти правила могут быть обобщены, систематизированы и классифицированы по ряду признаков. На рис. 1 приведена разработанная нами классификация правил вывода уравнений избыточных измерений с пространственно-временным усреднением по состоянию развития, на сегодняшний день, комбинаторики уравнений величин.

Согласно классификации, описанные ниже правила вывода по признаку накопления делятся на правила, не предполагающие накопление и предполагающие накопление преобразованных (выходных) величин (рис. 1). Правила с

накоплением делятся, в свою очередь, на правила, в которых коэффициент  $k_2$  в комбинаторных уравнениях



Рис. 1. Классификация правил вывода уравнений избыточных измерений

величин трактуется двояко: 1) — как коэффициент пропорциональности  $k_2 = k_0$ , предполагающий использование в данной структуре одной и той же выходной величины, полученной в результате однократного измерительного преобразования соответствующей входной величины; 2) — как возможность использования двух или трех выходных величин ( $k_2 = k_M$ ), полученных в результате дву- или трехкратного измерительного преобразования соответствующей входной величины.

По признаку наличия усреднения различают правила вывода без усреднения и с комбинированным (пространственным и временным) усреднения выходных величин. В основу правил с усреднением положено шесть направлений комбинаторных способов усреднения. Каждое направление состоит из  $N_1$  блоков комбинаторных способов усреднения (рис. 1), отличающиеся между собой позиционным расположением выходных величин в структуре уравнений избыточных измерений, а также законом и числом усредняемых выходных величин.

Блоки комбинаторных способов усреднения делятся, в свою очередь, на  $N_2$  субблоков комбинаторных способов пространственно-временного усреднения, каждый из которых состоит из  $N_3$  групп комбинаторных способов усреднения. Приведенное иерархическое разделение способов усреднения позволило выделить  $n$  объединений правил вывода уравнений избыточных измерений крутизны преобразования.

Формализованное описание частных случаев третьей группы правил и их толкование и составляют предмет настоящего и последующих сообщений.

Как будет показано ниже, благодаря пространственно-временному усреднению не сложно увеличить число

уравнений избыточных измерений крутизны преобразования в усредняемом ансамбле до необходимого количества. Каждый блок комбинаторных способов усреднения отображает соответствующее объединение правил вывода формализованных уравнений избыточных измерений крутизны преобразования с пространственно-временным усреднением ограниченного числа многократно преобразованных входных величин. Так, например, первый блок отображает объединение правил 1 и их общие и частные свойства, второй — объединение правил 2 и т.д.

**2.1. Формализованное описание третьей группы правил вывода уравнений избыточных измерений при многократных измерительных преобразованиях расширенных рядов физических величин**

Задачей сверхизбыточных измерений является получение 2500, 3600, 4900, 6400, 8100, 10000 и более уравнений избыточных измерений крутизны преобразования с целью исследования метрологических характеристик полученных ансамблей и разработки статистических методов уменьшения случайной составляющей погрешности избыточных измерений в 50, 60, 70, 80, 90, 100 и более раз. Для этого в теории избыточных измерений дополнительно используются правила вывода, основанные на использовании операций пространственно-временного усреднения выходных величин, полученных при условии осуществления многократных, как правило от 2-х до 10-ти, измерительных преобразований конечного числа входных физических величин расширенных рядов.

Представим комбинаторное уравнение третьей группы правил в виде [7]:

$$R_{S_n^{(2/6)}}^{1 \times 1 \times 3} = R_{S_n^{(2/6)}}^{III-III} = \frac{1}{x^*} [(I_{i1} + I_{i2} + I_{i3}) - (I_{j1} + I_{j2} + I_{j3})], \tag{1}$$

где I — римская цифра один, которая характеризует наличие одной неповторяющейся выходной величины из заданного набора; индексы «i1», «i2», ..., «j3» указывают на позиционное расположение выходных величин.

Операция усреднения обозначается, как правило, нанесением риски над усредненной величиной. Такое обозначение нами используется и при формализованном описании третьей группы правил с усреднением в виде комбинаторного уравнения

$$R_{S_n^{(2/6)}}^{1 \times 1 \times 3} = R_{S_n^{(2/6)}}^{III-III} = \frac{1}{x^*} [(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}} + \overline{I_{i3}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}} + \overline{I_{j3}})]. \tag{2}$$

Нами получены и приведены в табл. 1 возможные комбинаторные варианты правил с пространственно-временным усреднением. При  $m = 6$  можно получить 62 варианта комбинаторных уравнений, а с использованием комбинаторных вариантов пространственно-временного усреднения еще больше. На основании (2), дадим следующие определения третьей группе правил вывода с усреднением выходных величин, полученных в результате многократного (не более 10 раз) измерительного преобразования входных величин.

*Определение 1*

Вывод уравнений избыточных измерений крутизны преобразования осуществляется путем поочередного вычитания одной суммы разноименных или одноименных троек по разному усредненным выходных величин (с индексом «j») из другой суммы неповторяющихся троек разноименных и/или

одноименных и по разному усредненных выходных величин (с индексом «i») с последующим делением полученных разностей на измеряемые физические величины, — на одну или на несколько, сочетанных определенным способом (например, суммо-разностным).

*Определение 2*

Вывод уравнений избыточных измерений крутизны преобразования следует начинать с перебора всех вариантов разности неповторяющихся сумм трех разноименных и/или одноименных выходных величин, усредненных по разным комбинаторным правилам.

Совокупность уравнений избыточных измерений крутизны преобразования третьей группы формализовано описывается следующим комбинаторным уравнением величин, предусматривающим проведение всевозможных операций пространственно-временного усреднения выходных величин ( $i \neq j \neq 0$ ):

$$\overline{S_{л1(3/6)}^{I \times I \times 3}} = \overline{S_{л1(3/6)}^{III-III}} = \frac{1}{x^*} \left[ \left( \frac{1}{n_1} \sum_{t=1}^{n_1} U'_{i1t} + \frac{1}{n_2} \sum_{t=1}^{n_2} U'_{i2t} + \frac{1}{n_3} \sum_{t=1}^{n_3} U'_{i3t} \right) - \left( \frac{1}{n_4} \sum_{t=1}^{n_4} U'_{j1t} + \frac{1}{n_5} \sum_{t=1}^{n_5} U'_{j2t} + \frac{1}{n_6} \sum_{t=1}^{n_6} U'_{j3t} \right) \right] = \frac{1}{x^*} [(\overline{U_{i1}} + \overline{U_{i2}} + \overline{U_{i3}}) - (\overline{U_{j1}} + \overline{U_{j2}} + \overline{U_{j3}})]. \tag{3}$$

где, в общем случае,  $n_1 \neq n_2 \neq n_3 \neq n_4 \neq n_5 \neq n_6$ .

Третья группа правил оперирует с десятью комбинаторными вариантами уравнений избыточных измерений крутизны преобразования, все многообразие которых приведено в табл. 2.

Комбинаторное уравнение величин (2) в общем виде описывает структуру пространственно-временных связей выходных величин с учетом их позиций<sup>1</sup>. Благодаря им не сложно понять сущность 62 комбинаторных вариантов усреднения или не усреднения одноименных выходных величин в формализованных уравнениях избыточных измерений крутизны преобразования (табл. 1). В приведенной табл. 1 используется позиционное усреднение или неусреднение сначала по одной из выходных величин, затем по две, по три, по четыре, по пять и по шесть.

В качестве примера, в табл. 2 приведены формализованные уравнения избыточных измерений крутизны преобразования с временным усреднением выходных величин для 62-го комбинаторного варианта (табл. 1), представляющие десять комбинаторных вариантов перестановок выходных величин в базовом уравнении.

Таблица 1

**Ансамбль комбинаторных уравнений, формализовано описывающий процесс пространственного усреднения**

№ п/п	Комбинаторные варианты пространственно-временного усреднения выходных величин для третьей группы правил вывода уравнений избыточных измерений /согласно (2)/				
1	2				
1	$[(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}} + \overline{I_{i3}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}} + \overline{I_{j3}})] / x^*$	22	$[(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}} + \overline{I_{i3}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}} + \overline{I_{j3}})] / x^*$	43	$[(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}} + \overline{I_{i3}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}} + \overline{I_{j3}})] / x^*$
2	$[(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}} + \overline{I_{i3}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}} + \overline{I_{j3}})] / x^*$	23	$[(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}} + \overline{I_{i3}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}} + \overline{I_{j3}})] / x^*$	44	$[(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}} + \overline{I_{i3}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}} + \overline{I_{j3}})] / x^*$
3	$[(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}} + \overline{I_{i3}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}} + \overline{I_{j3}})] / x^*$	24	$[(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}} + \overline{I_{i3}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}} + \overline{I_{j3}})] / x^*$	45	$[(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}} + \overline{I_{i3}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}} + \overline{I_{j3}})] / x^*$
4	$[(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}} + \overline{I_{i3}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}} + \overline{I_{j3}})] / x^*$	25	$[(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}} + \overline{I_{i3}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}} + \overline{I_{j3}})] / x^*$	46	$[(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}} + \overline{I_{i3}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}} + \overline{I_{j3}})] / x^*$
5	$[(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}} + \overline{I_{i3}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}} + \overline{I_{j3}})] / x^*$	26	$[(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}} + \overline{I_{i3}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}} + \overline{I_{j3}})] / x^*$	47	$[(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}} + \overline{I_{i3}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}} + \overline{I_{j3}})] / x^*$
6	$[(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}} + \overline{I_{i3}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}} + \overline{I_{j3}})] / x^*$	27	$[(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}} + \overline{I_{i3}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}} + \overline{I_{j3}})] / x^*$	48	$[(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}} + \overline{I_{i3}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}} + \overline{I_{j3}})] / x^*$
7	$[(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}} + \overline{I_{i3}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}} + \overline{I_{j3}})] / x^*$	28	$[(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}} + \overline{I_{i3}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}} + \overline{I_{j3}})] / x^*$	49	$[(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}} + \overline{I_{i3}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}} + \overline{I_{j3}})] / x^*$
8	$[(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}} + \overline{I_{i3}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}} + \overline{I_{j3}})] / x^*$	29	$[(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}} + \overline{I_{i3}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}} + \overline{I_{j3}})] / x^*$	50	$[(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}} + \overline{I_{i3}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}} + \overline{I_{j3}})] / x^*$
9	$[(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}} + \overline{I_{i3}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}} + \overline{I_{j3}})] / x^*$	30	$[(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}} + \overline{I_{i3}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}} + \overline{I_{j3}})] / x^*$	51	$[(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}} + \overline{I_{i3}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}} + \overline{I_{j3}})] / x^*$
10	$[(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}} + \overline{I_{i3}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}} + \overline{I_{j3}})] / x^*$	31	$[(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}} + \overline{I_{i3}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}} + \overline{I_{j3}})] / x^*$	52	$[(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}} + \overline{I_{i3}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}} + \overline{I_{j3}})] / x^*$
11	$[(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}} + \overline{I_{i3}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}} + \overline{I_{j3}})] / x^*$	32	$[(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}} + \overline{I_{i3}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}} + \overline{I_{j3}})] / x^*$	53	$[(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}} + \overline{I_{i3}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}} + \overline{I_{j3}})] / x^*$
12	$[(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}} + \overline{I_{i3}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}} + \overline{I_{j3}})] / x^*$	33	$[(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}} + \overline{I_{i3}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}} + \overline{I_{j3}})] / x^*$	54	$[(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}} + \overline{I_{i3}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}} + \overline{I_{j3}})] / x^*$

<sup>1</sup> Позиция — местоположение выходной величины в структуре уравнения избыточных измерений.

1	2				
13	$\left[ (\bar{I}_{11} + \bar{I}_{12} + \bar{I}_{13}) - (\bar{I}_{j1} + \bar{I}_{j2} + \bar{I}_{j3}) \right] / x^*$	34	$\left[ (I_{11} + \bar{I}_{12} + \bar{I}_{13}) - (I_{j1} + \bar{I}_{j2} + \bar{I}_{j3}) \right] / x^*$	55	$\left[ (\bar{I}_{11} + \bar{I}_{12} + \bar{I}_{13}) - (\bar{I}_{j1} + \bar{I}_{j2} + \bar{I}_{j3}) \right] / x^*$
14	$\left[ (\bar{I}_{11} + \bar{I}_{12} + \bar{I}_{13}) - (I_{j1} + \bar{I}_{j2} + \bar{I}_{j3}) \right] / x^*$	35	$\left[ (I_{11} + \bar{I}_{12} + \bar{I}_{13}) - (\bar{I}_{j1} + \bar{I}_{j2} + \bar{I}_{j3}) \right] / x^*$	56	$\left[ (\bar{I}_{11} + \bar{I}_{12} + \bar{I}_{13}) - (\bar{I}_{j1} + \bar{I}_{j2} + \bar{I}_{j3}) \right] / x^*$
15	$\left[ (\bar{I}_{11} + \bar{I}_{12} + \bar{I}_{13}) - (I_{j1} + \bar{I}_{j2} + \bar{I}_{j3}) \right] / x^*$	36	$\left[ (I_{11} + \bar{I}_{12} + \bar{I}_{13}) - (\bar{I}_{j1} + \bar{I}_{j2} + \bar{I}_{j3}) \right] / x^*$	57	$\left[ (I_{11} + \bar{I}_{12} + \bar{I}_{13}) - (\bar{I}_{j1} + \bar{I}_{j2} + \bar{I}_{j3}) \right] / x^*$
16	$\left[ (I_{11} + \bar{I}_{12} + \bar{I}_{13}) - (\bar{I}_{j1} + \bar{I}_{j2} + \bar{I}_{j3}) \right] / x^*$	37	$\left[ (I_{11} + \bar{I}_{12} + \bar{I}_{13}) - (I_{j1} + \bar{I}_{j2} + \bar{I}_{j3}) \right] / x^*$	58	$\left[ (\bar{I}_{11} + \bar{I}_{12} + \bar{I}_{13}) - (\bar{I}_{j1} + \bar{I}_{j2} + \bar{I}_{j3}) \right] / x^*$
17	$\left[ (I_{11} + \bar{I}_{12} + \bar{I}_{13}) - (I_{j1} + \bar{I}_{j2} + \bar{I}_{j3}) \right] / x^*$	38	$\left[ (I_{11} + \bar{I}_{12} + \bar{I}_{13}) - (\bar{I}_{j1} + \bar{I}_{j2} + \bar{I}_{j3}) \right] / x^*$	59	$\left[ (\bar{I}_{11} + \bar{I}_{12} + \bar{I}_{13}) - (\bar{I}_{j1} + \bar{I}_{j2} + \bar{I}_{j3}) \right] / x^*$
18	$\left[ (I_{11} + \bar{I}_{12} + \bar{I}_{13}) - (I_{j1} + \bar{I}_{j2} + \bar{I}_{j3}) \right] / x^*$	39	$\left[ (I_{11} + \bar{I}_{12} + \bar{I}_{13}) - (\bar{I}_{j1} + \bar{I}_{j2} + \bar{I}_{j3}) \right] / x^*$	60	$\left[ (\bar{I}_{11} + \bar{I}_{12} + \bar{I}_{13}) - (I_{j1} + \bar{I}_{j2} + \bar{I}_{j3}) \right] / x^*$
19	$\left[ (I_{11} + \bar{I}_{12} + \bar{I}_{13}) - (\bar{I}_{j1} + \bar{I}_{j2} + \bar{I}_{j3}) \right] / x^*$	40	$\left[ (I_{11} + \bar{I}_{12} + \bar{I}_{13}) - (I_{j1} + \bar{I}_{j2} + \bar{I}_{j3}) \right] / x^*$	61	$\left[ (\bar{I}_{11} + \bar{I}_{12} + \bar{I}_{13}) - (\bar{I}_{j1} + \bar{I}_{j2} + \bar{I}_{j3}) \right] / x^*$
20	$\left[ (I_{11} + \bar{I}_{12} + \bar{I}_{13}) - (I_{j1} + \bar{I}_{j2} + \bar{I}_{j3}) \right] / x^*$	41	$\left[ (I_{11} + \bar{I}_{12} + \bar{I}_{13}) - (\bar{I}_{j1} + \bar{I}_{j2} + \bar{I}_{j3}) \right] / x^*$	62	$\left[ (\bar{I}_{11} + \bar{I}_{12} + \bar{I}_{13}) - (\bar{I}_{j1} + \bar{I}_{j2} + \bar{I}_{j3}) \right] / x^*$
21	$\left[ (I_{11} + \bar{I}_{12} + \bar{I}_{13}) - (I_{j1} + \bar{I}_{j2} + \bar{I}_{j3}) \right] / x^*$	42	$\left[ (\bar{I}_{11} + \bar{I}_{12} + \bar{I}_{13}) - (\bar{I}_{j1} + \bar{I}_{j2} + \bar{I}_{j3}) \right] / x^*$		

Таблица 2

**Формализованные уравнения избыточных измерений крутизны преобразования с временным усреднением выходных величин ( $t = 2, 3, \dots, 10$ )**

Базовое комбинаторное уравнение величин $\left[ (U'_{i1} + U'_{i2} + U'_{i3}) - (U'_{j1} + U'_{j2} + U'_{j3}) \right] / x^*$ — первая группа			
Группа закономерностей 1 (10 вариантов)			
1	$\left[ (\bar{U}_{11} + \bar{U}_{12} + \bar{U}_{13}) - (\bar{U}_{14} + \bar{U}_{15} + \bar{U}_{16}) \right] / x^*$	5	$\left[ (\bar{U}_{11} + \bar{U}_{13} + \bar{U}_{14}) - (\bar{U}_{12} + \bar{U}_{15} + \bar{U}_{16}) \right] / x^*$
2	$\left[ (\bar{U}_{11} + \bar{U}_{12} + \bar{U}_{14}) - (\bar{U}_{13} + \bar{U}_{15} + \bar{U}_{16}) \right] / x^*$	6	$\left[ (\bar{U}_{11} + \bar{U}_{13} + \bar{U}_{15}) - (\bar{U}_{12} + \bar{U}_{14} + \bar{U}_{16}) \right] / x^*$
3	$\left[ (\bar{U}_{11} + \bar{U}_{12} + \bar{U}_{15}) - (\bar{U}_{13} + \bar{U}_{14} + \bar{U}_{16}) \right] / x^*$	7	$\left[ (\bar{U}_{11} + \bar{U}_{13} + \bar{U}_{16}) - (\bar{U}_{12} + \bar{U}_{14} + \bar{U}_{15}) \right] / x^*$
4	$\left[ (\bar{U}_{11} + \bar{U}_{12} + \bar{U}_{16}) - (\bar{U}_{13} + \bar{U}_{14} + \bar{U}_{15}) \right] / x^*$	8	$\left[ (\bar{U}_{11} + \bar{U}_{14} + \bar{U}_{15}) - (\bar{U}_{12} + \bar{U}_{13} + \bar{U}_{16}) \right] / x^*$

При последовательном использовании девяти подходов получим 90 (10 вариантов × 9 подходов = 90) вариантов уравнений избыточных измерений с временным усреднением одноименных выходных величин по 2, по 3, ..., по 10.

Для определения максимального количества формализованных уравнений величин, исследуем и пропишем возможные объединения правила пространственно-временного усреднения выходных величин в базовом комбинаторном уравнении величин (3).

**2.2. Первое объединение правил вывода уравнений избыточных измерений с пространственно-временным усреднением выходных величин**

Исследования показали существование шести объединений комбинаторных правил с пространственно-временным усреднением выходных величин, которые обеспечивают решение поставленной задачи. Для этого используют разные подходы к временному усреднению выходных величин. Прежде всего, осуществляется измерительное преобразование входных величин от 1-го до 10-ти раз. Затем выходные величины, входящие в базовые комбинаторные уравнения величин (см. табл. 2), представляют в виде двух групп с разным числом усредняемых величин. Первая группа содержит  $m_1$  разноименных выходных величин, а вторая —  $m_2$  не повторяющихся разноименных выходных величин ( $m_1 + m_2 = m$ ). Выходные величины первой и второй групп усредняются 9 раз в последовательности, показанной в табл. 1, по две, по три, ..., по десять одноименных величин. Число усредняемых одноименных величин во второй группе в большинстве случаев не равно числу усредняемых одноименных величин первой группы. Например, если в первой группе усредняются две одноименные выходные величины ( $m_1 = 2$ ), то во второй — по одной, по три, по четыре и т.д., — девять раз, т.е. усреднение по двум одноименным величинам во второй группе ( $m_2$ ) не осуществляется.

Исходя из изложенного, выделим подходы к временному усреднению одноименных выходных величин для всех выходных величин, входящих в структуру уравнений избыточных измерений:

- |   |       |
|---|-------|
| 1) при $m_1 = 1, m_2 = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ одноименных величин; | } (4) |
| 2) при $m_1 = 2, m_2 = 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ одноименных величин; |       |
| 3) при $m_1 = 3, m_2 = 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ одноименных величин; |       |
| 4) при $m_1 = 4, m_2 = 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ одноименных величин; |       |
| .....   |       |
| 10) при $m_1 = 10, m_2 = 0$ одноименных величин.                        |       |

В (4) первый ряд характеризует первый подход к временному усреднению одноименных выходных величин, второй ряд — второй подход и т.д. Всего выделено десять подходов к усреднению во времени конечного множества одноименных величин при установленных десятикратных измерительных преобразованиях шести входных величин ( $m = 6$ ). Число подходов может быть больше или меньше десяти в зависимости от решаемой метрологической задачи.

Выбор того или иного количества усредняемых одноименных величин будем связывать с переменной  $t$  (данный символ означает время), записываемой в виде нижнего индекса при усредняемых выходных величинах, т.е.  $\overline{U}'_{t1}, \overline{U}'_{t2}, \overline{U}'_{t3}, \overline{U}'_{t4}, \overline{U}'_{t5}, \overline{U}'_{t6}$  (табл. 2). Переменная  $t$  меняется дискретно от 1 до 10 (с шагом равным единице). Если, например, выбран первый подход, то первая выходная величина  $U'_{t1} = U'_{11}$  (при  $t = 1$ ) в первой группе записывается как неусредненная выходная величина  $U'_1$  или  $U'_{11}$ , а выходные величины  $U'_{t2}, \dots, U'_{t6}$  во второй группе — как усредненные (по 2, по 3, ..., по 10) выходные величины.

Условия (4) формулируются следующим образом:

- если в первой группе  $m_1$  выходных величин получено в результате однократного измерительного преобразования соответствующих входных величин, то во второй группе остальные  $m_2$  выходные величины ряда усредняются по две, по три, ..., по десять. Всего девять вариантов временного усреднения (см. табл. 2);

- если в первой группе усредненные выходные величины получают путем двукратного измерительного преобразования соответствующих входных величин, то во второй группе — путем однократного, трехкратного, четырехкратного, ..., десятикратного преобразования соответствующих входных величин. Получают девять вариантов временного усреднения;

- если в первой группе усредненные выходные величины получают в результате трехкратного измерительного преобразования соответствующей входной величины, то во второй группе — в результате однократного, двукратного, четырехкратного, ..., десятикратного преобразований соответствующих входных величин. Получают также девять вариантов временного усреднения;

- если в первой группе усредненные выходные величины получают путем, например, девятикратного измерительного преобразования соответствующей входной величины, то во второй группе — путем однократного, двукратного, трехкратного, четырехкратного, пятикратного, шестикратного, семикратного, восьмикратного и десятикратного преобразований соответствующих входных величин;

- если в первой группе усредненные выходные величины получают в результате, например, десятикратного измерительного преобразования соответствующей входной величины, то во второй группе выходные величины отсутствуют и преобразования не осуществляются.

Для каждого из десяти условий получают по девять вариантов временного усреднения одноименных величин. В целом, благодаря временному усреднению выходных величин, обеспечивается получение 90 вариантов уравнений избыточных измерений крутизны преобразования, причем только за счет перебора числа усредняемых одноименных величин.

В результате исследований выделено шесть базовых объединений правил вывода уравнений избыточных измерений крутизны преобразования с пространственно-временным усреднением выходных величин (табл. 3). В их основу положен подход, когда выходные величины первой группы  $m_1$  не усредняются, а выходные величины второй группы  $m_2$  усредняются комбинаторно по 2, по 3, по 4, ..., по 10 выходных величин.

Используя описанные выше девять подходов к усреднению выходных величин (без усреднения выходных величин выделенных групп, но с усреднением остальных выходных величин по 2, 3, 4, ..., по 10 величин) можно получить 559 вариантов (62 позиционные совокупности выходных величин  $\times$  9 подходов + 1 группа (63) = 559). Но это описано только один частный случай.

Рассмотрим объединение способов 1 и возможное количество получаемых уравнений избыточных измерений. Нами выделено и в табл. 4 приведено первое объединение правил вывода с комбинаторным пространственно-временным усреднением одноименных выходных величин для случаев, когда первая выходная величина первой группы ( $m_1 = 1$ ) не усредняется, а одноименные выходные величины второй группы ( $m_2$  величин) усредняются комбинаторно при разном и/или одинаковом количестве одноименных выходных величин (по 2, по 3, ..., по 10 величин).

**Объединения правил вывода с пространственно-временным усреднением многократно преобразованных входных величин**

Базовое комбинаторное уравнение величин $\left[ (U'_{i1} + U'_{i2} + U'_{i3}) - (U'_{j1} + U'_{j2} + U'_{j3}) \right] / x^*$					
№ п/п	Неусредняемые выходные величины	№ п/п	Неусредняемые выходные величины	№ п/п	Неусредняемые выходные величины
1-е объединение правил		3-е объединение правил		43	$U'_{i1}, U'_{i2}, U'_{i3}, U'_{i5}$
1	$U'_{i1}$	22	$U'_{i1}, U'_{i2}, U'_{i3}$	44	$U'_{i1}, U'_{i2}, U'_{i3}, U'_{i6}$
2	$U'_{i2}$	23	$U'_{i1}, U'_{i2}, U'_{i4}$	45	$U'_{i1}, U'_{i2}, U'_{i4}, U'_{i5}$
3	$U'_{i3}$	24	$U'_{i1}, U'_{i2}, U'_{i5}$	46	$U'_{i1}, U'_{i2}, U'_{i4}, U'_{i6}$
4	$U'_{i4}$	25	$U'_{i1}, U'_{i2}, U'_{i6}$	47	$U'_{i1}, U'_{i2}, U'_{i5}, U'_{i6}$
5	$U'_{i5}$	26	$U'_{i1}, U'_{i3}, U'_{i4}$	48	$U'_{i1}, U'_{i3}, U'_{i4}, U'_{i5}$
6	$U'_{i6}$	27	$U'_{i1}, U'_{i3}, U'_{i5}$	49	$U'_{i1}, U'_{i3}, U'_{i4}, U'_{i6}$
2-е объединение правил		28	$U'_{i1}, U'_{i3}, U'_{i6}$	50	$U'_{i1}, U'_{i3}, U'_{i5}, U'_{i6}$
7	$U'_{i1}$ и $U'_{i2}$	29	$U'_{i1}, U'_{i4}, U'_{i5}$	51	$U'_{i1}, U'_{i4}, U'_{i5}, U'_{i6}$
8	$U'_{i2}$ и $U'_{i3}$	30	$U'_{i1}, U'_{i4}, U'_{i6}$	52	$U'_{i2}, U'_{i3}, U'_{i4}, U'_{i5}$
9	$U'_{i3}$ и $U'_{i4}$	31	$U'_{i1}, U'_{i5}, U'_{i6}$	53	$U'_{i2}, U'_{i3}, U'_{i4}, U'_{i6}$
10	$U'_{i4}$ и $U'_{i5}$	32	$U'_{i2}, U'_{i3}, U'_{i4}$	54	$U'_{i2}, U'_{i3}, U'_{i5}, U'_{i6}$
11	$U'_{i5}$ и $U'_{i6}$	33	$U'_{i2}, U'_{i3}, U'_{i5}$	55	$U'_{i2}, U'_{i4}, U'_{i5}, U'_{i6}$
12	$U'_{i6}$ и $U'_{i1}$	34	$U'_{i2}, U'_{i3}, U'_{i6}$	56	$U'_{i3}, U'_{i4}, U'_{i5}, U'_{i6}$
13	$U'_{i1}$ и $U'_{i3}$	35	$U'_{i2}, U'_{i4}, U'_{i5}$	5-е объединение правил	
14	$U'_{i1}$ и $U'_{i4}$	36	$U'_{i2}, U'_{i4}, U'_{i6}$	57	$U'_{i1}, U'_{i2}, U'_{i3}, U'_{i4}, U'_{i5}$
15	$U'_{i2}$ и $U'_{i4}$	37	$U'_{i2}, U'_{i5}, U'_{i6}$	58	$U'_{i1}, U'_{i2}, U'_{i3}, U'_{i4}, U'_{i6}$
16	$U'_{i2}$ и $U'_{i5}$	38	$U'_{i3}, U'_{i4}, U'_{i5}$	59	$U'_{i1}, U'_{i2}, U'_{i3}, U'_{i5}, U'_{i6}$
17	$U'_{i3}$ и $U'_{i5}$	39	$U'_{i3}, U'_{i4}, U'_{i6}$	60	$U'_{i1}, U'_{i2}, U'_{i4}, U'_{i5}, U'_{i6}$
18	$U'_{i4}$ и $U'_{i6}$	40	$U'_{i3}, U'_{i5}, U'_{i6}$	61	$U'_{i1}, U'_{i3}, U'_{i4}, U'_{i5}, U'_{i6}$
19	$U'_{i5}$ и $U'_{i1}$	41	$U'_{i4}, U'_{i5}, U'_{i6}$	62	$U'_{i2}, U'_{i3}, U'_{i4}, U'_{i5}, U'_{i6}$
20	$U'_{i6}$ и $U'_{i2}$	4-е объединение правил		6-е объединение правил	
21	$U'_{i3}$ и $U'_{i6}$	42	$U'_{i1}, U'_{i2}, U'_{i3}, U'_{i4}$	63	Все от $U'_{i1}, \dots, \text{до } U'_{i6}$ .

Таблица 4

**Первое объединение правил вывода формализованных уравнений избыточных измерений крутизны преобразования с пространственно-временным усреднением многократно преобразованных входных величин**

Базовое комбинаторное уравнение величин $\left[ (U'_{i1} + U'_{i2} + U'_{i3}) - (U'_{j1} + U'_{j2} + U'_{j3}) \right] / x^*$		
Первая группа правил (объединяет девять блоков комбинаторных правил вывода) (не повторяющееся позиционное размещение одной не усредняемой выходной величины; $t = 2, \dots, 10$ )		
Объединение способов 1	Объединение способов 2	Объединение способов 3
$U'_{i1}, \overline{U'_{i2}}, \overline{U'_{i3}}, \overline{U'_{j1}}, \overline{U'_{j2}}, \overline{U'_{j3}}$	$\overline{U'_{i1}}, U'_{i2}, \overline{U'_{i3}}, \overline{U'_{j1}}, \overline{U'_{j2}}, \overline{U'_{j3}}$	$\overline{U'_{i1}}, \overline{U'_{i2}}, U'_{i3}, \overline{U'_{j1}}, \overline{U'_{j2}}, \overline{U'_{j3}}$
Объединение способов 4	Объединение способов 5	Объединение способов 6
$\overline{U'_{i1}}, U'_{i2}, \overline{U'_{i3}}, U'_{j1}, \overline{U'_{j2}}, \overline{U'_{j3}}$	$\overline{U'_{i1}}, U'_{i2}, \overline{U'_{i3}}, U'_{j1}, U'_{j2}, \overline{U'_{j3}}$	$\overline{U'_{i1}}, \overline{U'_{i2}}, \overline{U'_{i3}}, \overline{U'_{j1}}, \overline{U'_{j2}}, U'_{j3}$

Установлено, что первое объединение правил вывода состоит из шести объединений способов усреднения, отличающихся между собой позиционным размещением неусредняемой выходной величины (см. табл. 3). Каждое объединение насчитывает девять блоков комбинаторных правил вывода формализованных уравнений избыточных измерений крутизны преобразования с пространственно-временным усреднением многократно преобразованных входных величин, причем для случаев, когда выходная величина  $U'_{i1}$  не усредняется ( $t = 1$ ), а остальные комбинаторно усредняются — по 2, по 3, ..., по 10 величин (табл. 4). Всего выделено девять блоков, состоящих из девяти субблоков частных правил.



Каждый субблок объединяет 81 группу способов усреднения по 8 вариантов в группе (см. табл. 6 и табл. 7 для первого и второго субблоков). В целом один субблок объединяет 648 комбинаторных способов ( $81 \times 8 = 648$ ) с пространственно-временным усреднением; один блок содержит 5832 комбинаторных способов ( $648 \times 9 = 5832$ ) усреднения, а девять блоков правил объединяют по 52488 комбинаторных вариантов пространственно-временного усреднения выходных величин (9 блоков  $\times$  5832 варианта = 52488). С учетом 10 вариантов формализованных уравнений избыточных измерений крутизны преобразования, приведенных в табл. 2, получают 524.880 (пятьсот двадцать четыре тысячи восемьсот восемьдесят) вариантов формализованных уравнений избыточных измерений крутизны преобразования, полученных в результате пространственно-временного усреднения.

Таблица 5

**Девять блоков комбинаторных правил вывода формализованных уравнений избыточных измерений крутизны преобразования с пространственно-временным усреднением многократно преобразованных входных величин**

Базовое комбинаторное уравнение величин с усреднениями: $\left[ \frac{(\overline{U'_{i1}} + \overline{U'_{i2}} + \overline{U'_{i3}}) - (\overline{U'_{j1}} + \overline{U'_{j2}} + \overline{U'_{j3}})}{x^*} \right]$	
Девять блоков правил объединяют по 52488 комбинаторных способов с пространственно-временным усреднением (9 блоков $\times$ 5832 варианта = 52488) /вар. — сокращенно «вариантов»/ (Выходная величина $U'_{i1}$ не усредняется ( $t = 1$ ), а остальные усредняются — $t = 2, \dots, 10$ )	
1-й блок ( $t = 2, 2, 2, 2, 3; \dots; 2, 10, 10, 10, 10$ ) (9 субблоков $\times$ 648 вариантов усреднения = 5832 вар. 1-й субблок: $2, 2, 2, 2, 3; \dots; 2, 10, 2, 10, 10; \rightarrow 648$ вар. 2-й субблок: $2, 2, 3, 3, 3; \dots; 2, 10, 3, 10, 10; \rightarrow 648$ вар. 3-й субблок: $2, 2, 4, 3, 3; \dots; 2, 10, 4, 10, 10; \rightarrow 648$ вар. 4-й субблок: $2, 2, 5, 3, 3; \dots; 2, 10, 5, 10, 10; \rightarrow 648$ вар. 5-й субблок: $2, 2, 6, 3, 3; \dots; 2, 10, 6, 10, 10; \rightarrow 648$ вар. 6-й субблок: $2, 2, 7, 3, 3; \dots; 2, 10, 7, 10, 10; \rightarrow 648$ вар. 7-й субблок: $2, 2, 8, 3, 3; \dots; 2, 10, 8, 10, 10; \rightarrow 648$ вар. 8-й субблок: $2, 2, 9, 3, 3; \dots; 2, 10, 9, 10, 10; \rightarrow 648$ вар. 9-й субблок: $2, 2, 10, 3, 3; \dots; 2, 10, 10, 10, 10; \rightarrow 648$ вар.	2-й блок ( $t = 3, 2, 2, 2, 3; \dots; 3, 10, 10, 10, 10$ ) (9 субблоков $\times$ 648 вариантов усреднения = 5832 вар. 1-й субблок: $3, 2, 2, 2, 3; \dots; 3, 10, 2, 10, 10; \rightarrow 648$ вар. 2-й субблок: $3, 2, 3, 3, 3; \dots; 3, 10, 3, 10, 10; \rightarrow 648$ вар. 3-й субблок: $3, 2, 4, 3, 3; \dots; 3, 10, 4, 10, 10; \rightarrow 648$ вар. 4-й субблок: $3, 2, 5, 3, 3; \dots; 3, 10, 5, 10, 10; \rightarrow 648$ вар. 5-й субблок: $3, 2, 6, 3, 3; \dots; 3, 10, 6, 10, 10; \rightarrow 648$ вар. 6-й субблок: $3, 2, 7, 3, 3; \dots; 3, 10, 7, 10, 10; \rightarrow 648$ вар. 7-й субблок: $3, 2, 8, 3, 3; \dots; 3, 10, 8, 10, 10; \rightarrow 648$ вар. 8-й субблок: $3, 2, 9, 3, 3; \dots; 3, 10, 9, 10, 10; \rightarrow 648$ вар. 9-й субблок: $3, 2, 10, 3, 3; \dots; 3, 10, 10, 10, 10; \rightarrow 648$ вар.
8-й блок ( $t = 9, 2, 2, 2, 3; \dots; 9, 10, 10, 10, 10$ ) (9 субблоков $\times$ 648 вариантов усреднения = 5832 вар. 1-й субблок: $9, 2, 2, 2, 3; \dots; 9, 10, 2, 10, 10; \rightarrow 648$ вар. 2-й субблок: $9, 2, 3, 3, 3; \dots; 9, 10, 3, 10, 10; \rightarrow 648$ вар. 3-й субблок: $9, 2, 4, 3, 3; \dots; 9, 10, 4, 10, 10; \rightarrow 648$ вар. 4-й субблок: $9, 2, 5, 3, 3; \dots; 9, 10, 5, 10, 10; \rightarrow 648$ вар. 5-й субблок: $9, 2, 6, 3, 3; \dots; 9, 10, 6, 10, 10; \rightarrow 648$ вар. 6-й субблок: $9, 2, 7, 3, 3; \dots; 9, 10, 7, 10, 10; \rightarrow 648$ вар. 7-й субблок: $9, 2, 8, 3, 3; \dots; 9, 10, 8, 10, 10; \rightarrow 648$ вар. 8-й субблок: $9, 2, 9, 3, 3; \dots; 9, 10, 9, 10, 10; \rightarrow 648$ вар. 9-й субблок: $9, 2, 10, 3, 3; \dots; 9, 10, 10, 10, 10; \rightarrow 648$ вар.	9-й блок ( $t = 10, 2, 2, 2, 3; \dots; 10, 10, 10, 10, 10$ ) (9 субблоков $\times$ 648 вариантов усреднения = 5832 вар. 1-й субблок: $10, 2, 2, 2, 3; \dots; 10, 10, 2, 10, 10; \rightarrow 648$ вар. 2-й субблок: $10, 2, 3, 3, 3; \dots; 10, 10, 3, 10, 10; \rightarrow 648$ вар. 3-й субблок: $10, 2, 4, 3, 3; \dots; 10, 10, 4, 10, 10; \rightarrow 648$ вар. 4-й субблок: $10, 2, 5, 3, 3; \dots; 10, 10, 5, 10, 10; \rightarrow 648$ вар. 5-й субблок: $10, 2, 6, 3, 3; \dots; 10, 10, 6, 10, 10; \rightarrow 648$ вар. 6-й субблок: $10, 2, 7, 3, 3; \dots; 10, 10, 7, 10, 10; \rightarrow 648$ вар. 7-й субблок: $10, 2, 8, 3, 3; \dots; 10, 10, 8, 10, 10; \rightarrow 648$ вар. 8-й субблок: $10, 2, 9, 3, 3; \dots; 10, 10, 9, 10, 10; \rightarrow 648$ вар. 9-й субблок: $10, 2, 10, 3, 3; \dots; 10, 10, 10, 10, 10; \rightarrow 648$ вар.

С целью уплотнения записи полученных данных и упрощения процедуры составления субблоков правил, в качестве примера в табл. 6 и табл. 7 приведены, соответственно, подробно расписанные по числу усредняемых величин, первый и второй субблоки правил вывода формализованных уравнений избыточных измерений крутизны преобразования с пространственно-временным усреднением многократно преобразованных входных величин. Причем, в данных таблицах приведены только числа усредняемых одноименных выходных величин (при  $t$  равном 2, 2, 2, 2, 3 ... 2, 10, 2, 10, 10 — для первого субблока и  $t$  равном 2, 2, 3, 3, 3, ... ..., 2, 10, 3, 10, 10 — для второго субблока) при позиционном расположении выходных величин, указанных в базовом комбинаторном уравнении величин с усреднением. Для третьего – девятого субблоков первой группы правил сохраняется та же логическая закономерность написания формализованных уравнений избыточных измерений, что и для первой (или второй).

При написании аналитических выражений для третьего – девятого субблоков особое внимание следует уделять корректной записи усредняемых выходных величин вычитаемого (последние три числа в

каждой группе из пяти чисел), а также уменьшаемого (первые два числа в группе) в базовом комбинаторном уравнении величин.

Таблица 6

**Первый субблок комбинаторных правил вывода формализованных уравнений избыточных измерений крутизны преобразования с пространственно-временным усреднением многократно преобразованных входных величин**

Базовое комбинаторное уравнение величин с усреднениями: $\left[ (\overline{U'_{i1}} + \overline{U'_{i2}} + \overline{U'_{i3}}) - (\overline{U'_{j1}} + \overline{U'_{j2}} + \overline{U'_{j3}}) \right] / x^*$ .					
Субблок правил объединяет 81 групп способов по 8 вариантов, что дает 648 комбинаторных способов с пространственно-временным усреднением ( $t = 2, 2, 2, 2, 3 \dots 2, 10, 2, 10, 10$ ) (Выходная величина $U'_{i1}$ не усредняется ( $t = 1$ ), а остальные усредняются — $t = 2, \dots, 10$ )					
1 гр. способов	2 гр. способов	3 гр. способов	4 гр. способов	8 гр. способов	9 гр. способов
1) 2,2,2,2,3;	1) 2,2,2,3,3;	1) 2,2,2,4,3;	1) 2,2,2,5,3;	1) 2,2,2,9,3;	1) 2,2,2,10,3;
2) 2,2,2,2,4;	2) 2,2,2,3,4;	2) 2,2,2,4,4;	2) 2,2,2,5,4;	2) 2,2,2,9,4;	2) 2,2,2,10,4;
3) 2,2,2,2,5;	3) 2,2,2,3,5;	3) 2,2,2,4,5;	3) 2,2,2,5,5;	3) 2,2,2,9,5;	3) 2,2,2,10,5;
4) 2,2,2,2,6;	4) 2,2,2,3,6;	5) 2,2,2,4,6;	4) 2,2,2,5,6;	... 4) 2,2,2,9,6;	4) 2,2,2,10,6;
5) 2,2,2,2,7;	5) 2,2,2,3,7;	6) 2,2,2,4,7;	5) 2,2,2,5,7;	5) 2,2,2,9,7;	5) 2,2,2,10,7;
6) 2,2,2,2,8;	6) 2,2,2,3,8;	7) 2,2,2,4,8;	6) 2,2,2,5,8;	6) 2,2,2,9,8;	6) 2,2,2,10,8;
7) 2,2,2,2,9;	7) 2,2,2,3,9;	7) 2,2,2,4,9;	7) 2,2,2,5,9;	7) 2,2,2,9,9;	7) 2,2,2,10,9;
8) 2,2,2,2,10;	8) 2,2,2,3,10;	8) 2,2,2,4,10;	8) 2,2,2,5,10;	8) 2,2,2,9,10;	8) 2,2,2,10,10;
10 гр. способов	11 гр. способов	12 гр. способов	13 гр. способов	17 гр. способов	18 гр. способов
1) 2,3,2,2,3;	1) 2,3,2,3,3;	1) 2,3,2,4,3;	1) 2,3,2,5,3;	1) 2,3,2,9,3;	1) 2,3,2,10,3;
2) 2,3,2,2,4;	2) 2,3,2,3,4;	2) 2,3,2,4,4;	2) 2,3,2,5,4;	2) 2,3,2,9,4;	2) 2,3,2,10,4;
3) 2,3,2,2,5;	3) 2,3,2,3,5;	3) 2,3,2,4,5;	3) 2,3,2,5,5;	3) 2,3,2,9,5;	3) 2,3,2,10,5;
4) 2,3,2,2,6;	5) 2,3,2,3,6;	5) 2,3,2,4,6;	4) 2,3,2,5,6;	... 4) 2,3,2,9,6;	4) 2,3,2,10,6;
6) 2,3,2,2,7;	6) 2,3,2,3,7;	6) 2,3,2,4,7;	5) 2,3,2,5,7;	5) 2,3,2,9,7;	5) 2,3,2,10,7;
7) 2,3,2,2,8;	6) 2,3,2,3,8;	7) 2,3,2,4,8;	6) 2,3,2,5,8;	6) 2,3,2,9,8;	6) 2,3,2,10,8;
7) 2,3,2,2,9;	7) 2,3,2,3,9;	7) 2,3,2,4,9;	7) 2,3,2,5,9;	7) 2,3,2,9,9;	7) 2,3,2,10,9;
8) 2,3,2,2,10;	8) 2,3,2,3,10;	8) 2,3,2,4,10;	8) 2,3,2,5,10;	8) 2,3,2,9,10;	8) 2,3,2,10,10;
19 гр. способов	20 гр. способов	21 гр. способов	22 гр. способов	26 гр. способов	27 гр. способов
1) 2,4,2,2,3;	1) 2,4,2,3,3;	1) 2,4,2,4,3;	1) 2,4,2,5,3;	1) 2,4,2,9,3;	1) 2,4,2,10,3;
2) 2,4,2,2,4;	2) 2,4,2,3,4;	2) 2,4,2,4,4;	2) 2,4,2,5,4;	2) 2,4,2,9,4;	2) 2,4,2,10,4;
3) 2,4,2,2,5;	3) 2,4,2,3,5;	3) 2,4,2,4,5;	3) 2,4,2,5,5;	3) 2,4,2,9,5;	3) 2,4,2,10,5;
4) 2,4,2,2,6;	4) 2,4,2,3,6;	4) 2,4,2,4,6;	4) 2,4,2,5,6;	... 4) 2,4,2,9,6;	4) 2,4,2,10,6;
5) 2,4,3,2,7;	5) 2,4,2,3,7;	5) 2,4,2,4,7;	5) 2,4,2,5,7;	5) 2,4,2,9,7;	5) 2,4,2,10,7;
6) 2,4,2,2,8;	6) 2,4,2,3,8;	6) 2,4,2,4,8;	6) 2,4,2,5,8;	7) 2,4,2,9,8;	6) 2,4,2,10,8;
7) 2,4,2,2,9;	7) 2,4,2,3,9;	7) 2,4,2,4,9;	7) 2,4,2,5,9;	7) 2,4,2,9,9;	7) 2,4,2,10,9;
8) 2,4,2,2,10;	8) 2,4,2,3,10;	8) 2,4,2,4,10;	8) 2,4,2,5,10;	8) 2,4,2,9,10;	8) 2,4,2,10,10;
73 гр. способов	74 гр. способов	75 гр. способов	76 гр. способов	80 гр. способов	81 гр. способов
1) 2,10,2,2,3;	1) 2,10,2,3,3;	1) 2,10,2,4,3;	1) 2,10,2,5,3;	1) 2,10,2,9,3;	1) 2,10,2,10,3;
2) 2,10,2,2,4;	2) 2,10,2,3,4;	2) 2,10,2,4,4;	2) 2,10,2,5,4;	2) 2,10,2,9,4;	2) 2,10,2,10,4;
3) 2,10,2,2,5;	3) 2,10,2,3,5;	3) 2,10,2,4,5;	3) 2,10,2,5,5;	3) 2,10,2,9,5;	3) 2,10,2,10,5;
4) 2,10,2,2,6;	4) 2,10,2,3,6;	4) 2,10,2,4,6;	4) 2,10,2,5,6;	... 4) 2,10,2,9,6;	4) 2,10,2,10,6;
5) 2,10,2,2,7;	5) 2,10,2,3,7;	5) 2,10,2,4,7;	5) 2,10,2,5,7;	5) 2,10,2,9,7;	6) 2,10,2,10,7;
6) 2,10,2,2,8;	6) 2,10,2,3,8;	6) 2,10,2,4,8;	6) 2,10,2,5,8;	6) 2,10,2,9,8;	6) 2,10,2,10,8;
7) 2,10,2,2,9;	7) 2,10,2,3,9;	7) 2,10,2,4,9;	7) 2,10,2,5,9;	7) 2,10,2,9,9;	7) 2,10,2,10,9;
8) 2,10,2,2,10;	8) 2,10,2,3,10;	8) 2,10,2,4,10;	8) 2,10,2,5,10;	8) 2,10,2,9,10;	8) 2,10,2,10,10;

**Второй субблок комбинаторных правил вывода формализованных уравнений избыточных измерений крутизны преобразования с пространственно-временным усреднением многократно преобразованных входных величин**

Базовое комбинаторное уравнение величин с усреднениями: $\left[ (\overline{U'_{i1}} + \overline{U'_{i2}} + \overline{U'_{i3}}) - (\overline{U'_{j1}} + \overline{U'_{j2}} + \overline{U'_{j3}}) \right] / x^*$ .					
Субблок правил объединяет 81 групп способов по 8 вариантов = 648 комбинаторных способов с пространственно-временным усреднением ( $t = 2, 2, 3, 3, 3 \dots 2, 10, 3, 10, 10$ ) (Выходная величина $U'_{i1}$ не усредняется ( $t = 1$ ), а остальные усредняются — $t = 2, \dots, 10$ )					
1 гр. способов	2 гр. способов	3 гр. способов	4 гр. способов	7 гр. способов	8 гр. способов
1) 2,2,3,3,3;	1) 2,2,3,4,3;	1) 2,2,3,5,3;	1) 2,2,3,6,3;	1) 2,2,3,9,3;	1) 2,2,3,10,3;
2) 2,2,3,3,4;	2) 2,2,3,4,4;	2) 2,2,3,5,4;	2) 2,2,3,6,4;	2) 2,2,3,9,4;	2) 2,2,3,10,4;
3) 2,2,3,3,5;	3) 2,2,3,4,5;	3) 2,2,3,5,5;	3) 2,2,3,6,5;	3) 2,2,3,9,5;	3) 2,2,3,10,5;
4) 2,2,3,3,6;	4) 2,2,3,4,6;	4) 2,2,3,5,6;	4) 2,2,3,6,6;	... 4) 2,2,3,9,6;	4) 2,2,3,10,6;
5) 2,2,3,3,7;	5) 2,2,3,4,7;	5) 2,2,3,5,7;	5) 2,2,3,6,7;	5) 2,2,3,9,7;	5) 2,2,3,10,7;
6) 2,2,3,3,8;	6) 2,2,3,4,8;	6) 2,2,3,5,8;	6) 2,2,3,6,8;	6) 2,2,3,9,8;	6) 2,2,3,10,8;
7) 2,2,3,3,9;	7) 2,2,3,4,9;	7) 2,2,3,5,9;	7) 2,2,3,6,9;	7) 2,2,3,9,9;	7) 2,2,3,10,9;
8) 2,2,3,3,10;	8) 2,2,3,4,10;	8) 2,2,3,5,10;	8) 2,2,3,6,10;	8) 2,2,3,9,10;	8) 2,2,3,10,10;
9 гр. способов	10 гр. способов	11 гр. способов	12 гр. способов	15 гр. способов	16 гр. способов
1) 2,3,3,3,3;	1) 2,3,3,4,3;	1) 2,3,3,5,3;	1) 2,3,3,6,3;	1) 2,3,3,9,3;	1) 2,3,3,10,3;
2) 2,3,3,3,4;	2) 2,3,3,4,4;	2) 2,3,3,5,4;	2) 2,3,3,6,4;	2) 2,3,3,9,4;	2) 2,3,3,10,4;
3) 2,3,3,3,5;	3) 2,3,3,4,5;	3) 2,3,3,5,5;	3) 2,3,3,6,5;	3) 2,3,3,9,5;	3) 2,3,3,10,5;
4) 2,3,3,3,6;	4) 2,3,3,4,6;	4) 2,3,3,5,6;	4) 2,3,3,6,6;	... 4) 2,3,3,9,6;	4) 2,3,3,10,6;
5) 2,3,3,3,7;	5) 2,3,3,4,7;	5) 2,3,3,5,7;	5) 2,3,3,6,7;	5) 2,3,3,9,7;	5) 2,3,3,10,7;
6) 2,3,3,3,8;	6) 2,3,3,4,8;	6) 2,3,3,5,8;	6) 2,3,3,6,8;	6) 2,3,3,9,8;	6) 2,3,3,10,8;
7) 2,3,3,3,9;	7) 2,3,3,4,9;	7) 2,3,3,5,9;	7) 2,3,3,6,9;	7) 2,3,3,9,9;	7) 2,3,3,10,9;
8) 2,3,3,3,10;	8) 2,3,3,4,10;	8) 2,3,3,5,10;	8) 2,3,3,6,10;	8) 2,3,3,9,10;	8) 2,3,3,10,10;
17 гр. способов	18 гр. способов	19 гр. способов	20 гр. способов	23 гр. способов	24 гр. способов
1) 2,4,3,3,3;	1) 2,4,3,4,3;	1) 2,4,3,5,3;	1) 2,4,3,6,3;	1) 2,4,3,9,3;	1) 2,4,3,10,3;
2) 2,4,3,3,4;	2) 2,4,3,4,4;	2) 2,4,3,5,4;	2) 2,4,3,6,4;	2) 2,4,3,9,4;	2) 2,4,3,10,4;
3) 2,4,3,3,5;	3) 2,4,3,4,5;	3) 2,4,3,5,5;	3) 2,4,3,6,5;	3) 2,4,3,9,5;	3) 2,4,3,10,5;
4) 2,4,3,3,6;	4) 2,4,3,4,6;	4) 2,4,3,5,6;	4) 2,4,3,6,6;	... 4) 2,4,3,9,6;	4) 2,4,3,10,6;
5) 2,4,3,3,7;	5) 2,4,3,4,7;	6) 2,4,3,5,7;	6) 2,4,3,6,7;	5) 2,4,3,9,7;	5) 2,4,3,10,7;
6) 2,4,3,3,8;	6) 2,4,3,4,8;	6) 2,4,3,5,8;	6) 2,4,3,6,8;	6) 2,4,3,9,8;	6) 2,4,3,10,8;
7) 2,4,3,3,9;	7) 2,4,3,4,9;	7) 2,4,3,5,9;	7) 2,4,3,6,9;	7) 2,4,3,9,9;	7) 2,4,3,10,9;
8) 2,4,3,3,10;	8) 2,4,3,4,10;	8) 2,4,3,5,10;	8) 2,4,3,6,10;	8) 2,4,3,9,10;	8) 2,4,3,10,10;
73 гр. способов	74 гр. способов	75 гр. способов	76 гр. способов	80 гр. способов	81 гр. способов
1) 2,10,3,3,3;	1) 2,10,3,4,3;	1) 2,10,3,5,3;	1) 2,10,3,6,3;	1) 2,10,3,9,3;	1) 2,10,3,10,3;
2) 2,10,3,3,4;	2) 2,10,3,4,4;	2) 2,10,3,5,4;	2) 2,10,3,6,4;	2) 2,10,3,9,4;	2) 2,10,3,10,4;
3) 2,10,3,3,5;	3) 2,10,3,4,5;	3) 2,10,3,5,5;	3) 2,10,3,6,5;	3) 2,10,3,9,5;	3) 2,10,3,10,5;
4) 2,10,3,3,6;	4) 2,10,3,4,6;	4) 2,10,3,5,6;	4) 2,10,3,6,6;	... 4) 2,10,3,9,6;	4) 2,10,3,10,6;
5) 2,10,3,3,7;	5) 2,10,3,4,7;	5) 2,10,3,5,7;	5) 2,10,3,6,7;	5) 2,10,3,9,7;	5) 2,10,3,10,7;
6) 2,10,3,3,8;	6) 2,10,3,4,8;	6) 2,10,3,5,8;	6) 2,10,3,6,8;	6) 2,10,3,9,8;	6) 2,10,3,10,8;
7) 2,10,3,3,9;	7) 2,10,3,4,9;	7) 2,10,3,5,9;	7) 2,10,3,6,9;	7) 2,10,3,9,9;	7) 2,10,3,10,9;
8) 2,10,3,3,10;	8) 2,10,3,4,10;	8) 2,10,3,5,10;	8) 2,10,3,6,10;	8) 2,10,3,9,10;	8) 2,10,3,10,10.

Полученные ансамбли комбинаторных уравнений величин записываются в полном виде, ранжируются (группируются) по входным величинам в знаменателе и по законам распределения,

анализируются и используются для вывода уравнений избыточных и сверхизбыточных измерений искомой физической величины.

В связи с созданием и развитием теории избыточных и сверхизбыточных измерением актуальной является задача выбора оптимальной стратегии оценивания результатов измерительного преобразования рядов физических величин и обработки результатов преобразований согласно уравнениям избыточных измерений. В отличие от одномерной математической задачи прямых измерений, данная задача — это многомерная задача, поскольку связана с оценкой  $m$ -мерного вектора состояния используемой математической модели избыточных измерений. Особенностью данной задачи является то, что, с одной стороны, точность получаемых результатов существенно зависит от продолжительности временного интервала проведения измерений, а с другой стороны, — определенностью (адекватностью) алгоритма обработки результатов измерительных преобразований рядов физических величин. Данная задача обусловлена недостаточной точностью прямых измерений, переходом к избыточным измерениям и невозможностью описания последних простой математической моделью.

Предстоит большая работа по практическому определению законов распределения вероятностей случайных величин, полученных по комбинаторным уравнениям избыточных измерений с пространственно-временным усреднением, по выделению ансамблей с законами распределения погрешностей, близкими к нормальному и т.п. При этом следует учитывать плюсы и минусы закона больших чисел, парадоксы математической статистики, например, парадокс «чем больше данных, тем хуже выводы», исследовать белые пятна в определении значений физических величин методами избыточных измерений II-го и III-го родов, а также другие проблемы статистической обработки данных при сверхизбыточных измерениях.

Ниже приводится девять примеров записи комбинаторных уравнений величин для вывода уравнений избыточных измерений крутизны преобразования, — по одному для первого субблока каждого из девяти блоков:

$$\begin{aligned}
 & \text{1-й блок: } \left[ (U'_{i1} + \overline{U'_{2i2}} + \overline{U'_{2i3}}) - (\overline{U'_{2j1}} + \overline{U'_{2j2}} + \overline{U'_{3j3}}) \right] / x^* \dots \left[ (U'_{i1} + \overline{U'_{ii2}} + \overline{U'_{10i3}}) - (\overline{U'_{2j1}} + \overline{U'_{10j2}} + \overline{U'_{10j3}}) \right] / x^* ; \\
 & \text{2-й блок: } \left[ (U'_{i1} + \overline{U'_{3i2}} + \overline{U'_{2i3}}) - (\overline{U'_{2j1}} + \overline{U'_{2j2}} + \overline{U'_{3j3}}) \right] / x^* \dots \left[ (U'_{i1} + \overline{U'_{3i2}} + \overline{U'_{10i3}}) - (\overline{U'_{2j1}} + \overline{U'_{10j2}} + \overline{U'_{10j3}}) \right] / x^* ; \\
 & \text{3-й блок: } \left[ (U'_{i1} + \overline{U'_{4i2}} + \overline{U'_{2i3}}) - (\overline{U'_{2j1}} + \overline{U'_{2j2}} + \overline{U'_{3j3}}) \right] / x^* \dots \left[ (U'_{i1} + \overline{U'_{4i2}} + \overline{U'_{10i3}}) - (\overline{U'_{2j1}} + \overline{U'_{10j2}} + \overline{U'_{10j3}}) \right] / x^* ; \\
 & \text{4-й блок: } \left[ (U'_{i1} + \overline{U'_{5i2}} + \overline{U'_{2i3}}) - (\overline{U'_{2j1}} + \overline{U'_{2j2}} + \overline{U'_{3j3}}) \right] / x^* \dots \left[ (U'_{i1} + \overline{U'_{5i2}} + \overline{U'_{10i3}}) - (\overline{U'_{2j1}} + \overline{U'_{10j2}} + \overline{U'_{10j3}}) \right] / x^* ; \\
 & \text{5-й блок: } \left[ (U'_{i1} + \overline{U'_{6i2}} + \overline{U'_{2i3}}) - (\overline{U'_{2j1}} + \overline{U'_{2j2}} + \overline{U'_{3j3}}) \right] / x^* \dots \left[ (U'_{i1} + \overline{U'_{6i2}} + \overline{U'_{10i3}}) - (\overline{U'_{2j1}} + \overline{U'_{10j2}} + \overline{U'_{10j3}}) \right] / x^* ; \\
 & \text{6-й блок: } \left[ (U'_{i1} + \overline{U'_{7i2}} + \overline{U'_{2i3}}) - (\overline{U'_{2j1}} + \overline{U'_{2j2}} + \overline{U'_{3j3}}) \right] / x^* \dots \left[ (U'_{i1} + \overline{U'_{7i2}} + \overline{U'_{10i3}}) - (\overline{U'_{2j1}} + \overline{U'_{10j2}} + \overline{U'_{10j3}}) \right] / x^* ; \\
 & \text{7-й блок: } \left[ (U'_{i1} + \overline{U'_{8i2}} + \overline{U'_{2i3}}) - (\overline{U'_{2j1}} + \overline{U'_{2j2}} + \overline{U'_{3j3}}) \right] / x^* \dots \left[ (U'_{i1} + \overline{U'_{8i2}} + \overline{U'_{10i3}}) - (\overline{U'_{2j1}} + \overline{U'_{10j2}} + \overline{U'_{10j3}}) \right] / x^* ; \\
 & \text{8-й блок: } \left[ (U'_{i1} + \overline{U'_{9i2}} + \overline{U'_{2i3}}) - (\overline{U'_{2j1}} + \overline{U'_{2j2}} + \overline{U'_{3j3}}) \right] / x^* \dots \left[ (U'_{i1} + \overline{U'_{9i2}} + \overline{U'_{10i3}}) - (\overline{U'_{2j1}} + \overline{U'_{10j2}} + \overline{U'_{10j3}}) \right] / x^* ; \\
 & \text{9-й блок: } \left[ (U'_{i1} + \overline{U'_{10i2}} + \overline{U'_{2i3}}) - (\overline{U'_{2j1}} + \overline{U'_{2j2}} + \overline{U'_{3j3}}) \right] / x^* \dots \left[ (U'_{i1} + \overline{U'_{10i2}} + \overline{U'_{10i3}}) - (\overline{U'_{2j1}} + \overline{U'_{10j2}} + \overline{U'_{10j3}}) \right] / x^* .
 \end{aligned}$$

Подставив в комбинаторные уравнения величин выражения для  $x^*$ , получим соответствующие уравнения избыточных измерений крутизны преобразования.

По образу и подобию можно составить таблицы и для других субблоков комбинаторных правил вывода.

**Выводы**

На сегодняшний день эргодическая гипотеза уже исчерпала свое историческое значение и трансформирована в принцип эргодичности в связи с новыми открывшимися доказательствами.

Сформулирован постулат, заключающийся в том, что каждая конкретная структура уравнений избыточных измерений имеет протяженность, поскольку существует в пространстве, и состояние, связанное с течением времени, которые объединены между собой единым стационарным свойством, зависящим от пространства и времени только в пределах малых флуктуаций его значений.

Впервые дано определение принципа эргодичности для сверхизбыточных измерений, устанавливающее взаимосвязь структуры уравнения (сверх)избыточных измерений, характеризующегося определенными стационарными свойствами, с информативной избыточностью и текущим состоянием измерительной системы в дискретные моменты времени, описываемым системой линейных или нелинейных уравнений связи между величинами.

Принцип эргодичности стал одним из основных исходных положений теории сверхизбыточных измерений. Он обогатил известные принципы теории избыточных измерений и стал неотъемлемой частью теории измерений вообще.

Разработана классификация правил вывода уравнений избыточных измерений с пространственно-временным усреднением, что расширяет наши знания о новом направлении в метрологии — комбинаторики

уравнений величин.

Впервые формализовано описаны уравнения избыточных измерений крутизны преобразования с усреднением выходных величин для третьей группы правил вывода. Открыта возможность создания все новых ансамблей уравнений избыточных измерений крутизны преобразования с разными статистическими свойствами.

Впервые для рассматриваемой измерительной задачи ( $m=6$ ,  $k=2, \dots, 10$ ) выделено шесть объединений правил вывода с пространственно-временным усреднением выходных величин, входящих в состав уравнений избыточных измерений крутизны преобразования. В их основу положены разные комбинаторные подходы (способы), основанные на выделении двух групп, в которых  $m_1$  выходных величин первой группы не усредняются, а  $m_2$  выходных величин второй группы усредняются комбинаторно по 2, по 3, по 4, ..., по 10 одноименных величин.

Установлено, что первое объединение правил объединяет девять блоков комбинаторных правил вывода формализованных уравнений избыточных измерений крутизны преобразования с пространственно-временным усреднением многократно преобразованных входных величин, причем для случаев, когда выходная величина  $U'_1$  не усредняется ( $t=1$ ), а остальные усредняются — по 2, по 3, ..., по 10 величин. Каждый из выделенных девяти блоков состоит из девяти субблоков частных правил вывода.

Показано, что каждый субблок объединяет 81 группу способов усреднения по 8 вариантов в группе и состоит из 648 комбинаторных способов усреднения; один блок содержит 5832 комбинаторных способов усреднения, а девять блоков правил объединяют по 52488 комбинаторных вариантов пространственно-временного усреднения выходных величин. С учетом 10 вариантов формализованных уравнений избыточных измерений крутизны преобразования, получено 524.880 вариантов формализованных уравнений избыточных измерений крутизны преобразования с пространственно-временным усреднением.

Результаты теоретических исследований свидетельствуют о возможности получения значения искомой физической величины со случайной составляющей погрешности, уменьшенной на два порядка и более.

Установлено, что выбор того или иного объединения правил вывода или субблоков правил дает возможность управлять процессом вывода, анализировать и задавать требуемое количество уравнений избыточных измерений крутизны преобразования для получения нормального или близкого к нему закона распределения случайных погрешностей и обеспечить, в конечном счете, получение уравнений избыточных измерений с определенными статистическими свойствами.

Подчеркивается необходимость проведения большой работы по практическому определению законов распределения вероятностей случайных величин, полученных по комбинаторным уравнениям избыточных измерений с пространственно-временным усреднением, по выделению ансамблей уравнений избыточных измерений крутизны преобразования с законами распределения погрешностей, близкими к нормальному, по установлению соответствующих критериев по их определению и т.п.

Результаты исследований свидетельствуют о широких возможностях пространственно-временного усреднения при формировании ансамблей уравнений избыточных измерений величин и параметров на базе многократных измерительных преобразований входных величин.

## Литература

1. Кондратов В.Т. Теория избыточных измерений: сверхизбыточные измерения — второй качественный скачок в фундаментальной метрологии. Сообщение 1 / В. Т. Кондратов // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. — 2013. — № 3. — С. 225-235.
2. Кондратов В.Т. Теория избыточных и сверхизбыточных измерений: философские аспекты сверхизбыточных измерений. Сообщение 2 / В. Т. Кондратов // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. — 2013. — № 4. — С. 217-226.
3. Кондратов В.Т. Теория избыточных и сверхизбыточных измерений: сущность сверхизбыточных измерений. Сообщение 3 / В. Т. Кондратов // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. — 2013. — № 5. — С. 233-242.
4. Кондратов В.Т. Теория избыточных и сверхизбыточных измерений: формализованное описание общих правил вывода уравнений избыточных измерений крутизны преобразования. Сообщение 4 / В. Т. Кондратов // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. — 2013. — № 4. — С. 3-17.
5. Кондратов В.Т. Теория избыточных и сверхизбыточных измерений: формализованное описание первой группы правил вывода уравнений избыточных измерений крутизны преобразования. Сообщение 5 / В. Т. Кондратов // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. — 2013. — № 4. — С. 115-128.
6. Кондратов В.Т. Теория избыточных и сверхизбыточных измерений: формализованное описание второй группы правил вывода уравнений избыточных измерений крутизны преобразования. Сообщение 6 / В. Т. Кондратов // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. — 2013. — № 4. — С. 134-147.
7. Кондратов В.Т. Теория избыточных и сверхизбыточных измерений: формализованное описание

третьей группы правил вывода уравнений избыточных измерений крутизны преобразования. Сообщение 7.1 / В. Т. Кондратов // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. — 2014. — № 1. — С. 223-236.

8. Эргодическая гипотеза. Режим доступа: [http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%AD%D1%80%D0%B3%D0%BE%D0%B4%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F\\_%D0%B3%D0%B8%D0%BF%D0%BE%D1%82%D0%B5%D0%B7%D0%B0](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%AD%D1%80%D0%B3%D0%BE%D0%B4%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D0%B3%D0%B8%D0%BF%D0%BE%D1%82%D0%B5%D0%B7%D0%B0)

#### References

1. Kondratov V.T. Teorija izbytochnykh izmerenij: sverkhizbytochnye izmerenija — vtoroj kachestvennyj skachok v fundamentalnoj metrologii. Soobshhenie 1 / V. T. Kondratov // Visnyk Khmelniczkogo naczionalnoho universitetu. Tekhnichni nauky. — 2013.— № 3. — С. 222-235.

2. Kondratov V.T. Teorija izbytochnykh i sverkhizbytochnykh izmerenij: filosofskie aspekty sverkh-izbytochnykh izmerenij. Soobshhenie 2. Philisifskie aspekty / V. T. Kondratov // Visnyk Khmelniczkogo naczionalnoho universitetu. Tekhnichni nauky. — 2013.— № 4. — С. 217-226.

3. Kondratov V.T. Teorija izbytochnykh i sverkhizbytochnykh izmerenij: sushhnost sverkhizbytochnykh izmerenij. Soobshhenie 3 / V. T. Kondratov // Visnyk Khmelniczkogo naczionalnoho universitetu. Tekhnichni nauky. — 2013.— № 5. — С. 233-242.

4. Kondratov V.T. Teorija izbytochnykh i sverkhizbytochnykh izmerenij: formalizevanoe opisanie obschikh pravil vyvoda uravnenij izbytochnykh izmerenij krutizny preobrazovanij. Soobshhenie 4 / V. T. Kondratov // // Vymiruvalna ta obchysluvalna tekhnika v tekhnologichnykh protsesakh. — 2013. — № 4. — С. 3-17.

5. Kondratov V.T. Teorija izbytochnykh i sverkhizbytochnykh izmerenij: formalizevanoe opisanie pervoj grupy pravil vyvoda uravnenij izbytochnykh izmerenij krutizny preobrazovanij. Soobshhenie 5 / V. T. Kondratov // Vymiruvalna ta obchysluvalna tekhnika v tekhnologichnykh protsesakh. — 2013. — № 4. — С. 115-128.

6. Kondratov V.T. Teorija izbytochnykh i sverkhizbytochnykh izmerenij: formalizevanoe opisanie vtoroj grupy pravil vyvoda uravnenij izbytochnykh izmerenij krutizny preobrazovanij. Soobshhenie 6 / V. T. Kondratov // Vymiruvalna ta obchysluvalna tekhnika v tekhnologichnykh protsesakh. — 2013. — № 4. — С. 134-147.

7. Kondratov V.T. Teorija izbytochnykh i sverkhizbytochnykh izmerenij: formalizevanoe opisanie tretej grupy pravil vyvoda uravnenij izbytochnykh izmerenij krutizny preobrazovanij. Soobshhenie 7.1 / V. T. Kondratov // Vymiruvalna ta obchysluvalna tekhnika v tekhnologichnykh protsesakh. — 2014. — № 1. — С. 223-236.

8. Ergodicheskaja gipoteza. Rezhim dostupa: [http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%AD%D1%80%D0%B3%D0%BE%D0%B4%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F\\_%D0%B3%D0%B8%D0%BF%D0%BE%D1%82%D0%B5%D0%B7%D0%B0](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%AD%D1%80%D0%B3%D0%BE%D0%B4%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D0%B3%D0%B8%D0%BF%D0%BE%D1%82%D0%B5%D0%B7%D0%B0)

Рецензія/Peer review : 13.1.2014 р.

Надрукована/Printed : 8.4.2014 р.

Рецензент: Троцишин І.В., д.т.н., проф.

УДК 681.586.773

О.І. ШАПОВАЛОВ

Технологічний інститут Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля, м.Севєродонецьк

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ МАГНІТОДИНАМІЧНОГО ПОТОКУ В ЗОНІ РЕОЛОГІЧНОГО ПЕРЕХОДУ МАГНІТОСТРИКЦІЙНОГО ПЕРЕТВОРЮВАЧА

**Анотація.** На основі результатів теоретичних досліджень магнітних потоків первинного вимірювального перетворювача (ПВП) магнітострикційного засобу контролю рівня рідинних середовищ, принципів реологічних переходів магнітної енергії розроблена математична модель магнітодинамічного процесу в зоні перетворення магнітного потоку в ультразвуковий сигнал. Показані причини зміни магнітодинамічного поля провідника ПВП. На амплітуду зміни магнітного потоку чинять вплив такі фактори як: діаметр ПВП, його опір, кількість доменів в одиниці об'єму магнітострикційного матеріалу, власна частота коливань і стала часу електродимічного перетворення.

**Ключові слова:** струм, імпульс, амплітуда, швидкість, магнітна індукція, магнітне поле, електромагнітна індукція, реологічний перехід, магнітна енергія.

A.I. SHAPOVALOV

Institute of Technology East Ukrainian National University named after Volodymyr Dahl, Severodonetsk

## MATHEMATICAL MODEL OF FLOW NEAR MAGNETODYNAMIC REOLOGICAL TRANSITION IN MAGNETOSTRICTIVE TRANSDUCERS

**Abstract.** Based on the results of theoretical studies of magnetic fluxes primary measuring transducer ( PVP) magnetostrictive means of controlling the level of liquid media , principles of rheological transitions of magnetic energy magnetodynamic the mathematical model of the process of transformation in the area of the magnetic flux in the ultrasonic signal. The reasons for the changes magnetodynamic field conductor PVP . The amplitude change of the magnetic flux influencing factors such as the diameter of PVP, its resistance , the number of domains per unit volume magnetostrictive material, the natural frequency of vibration and time constant elektrodymichnoho transformation.

**Keywords:** current pulse amplitude, speed, magnetic induction, magnetic field, electromagnetic induction, flow switch, magnetic energy.

### Вступ

У хімічній та нафтопереробній промисловості використовуються засоби контролю рівня рідинних середовищ, побудованих на різних методах, серед яких є й магнітострикційний [1-4]. Такі засоби мають