УДК 691.32

О.А. КУВШИНОВА, Е.С. СТЕЦУРИНА
Пензенский государственный университет архитектуры и строительства

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КИНЕТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ТВЕРДЕНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ В СТРОИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЕ

Рассмотрены вопросы моделирования кинетических процессов, направленные на оптимизацию параметров прочности конструкций при строительстве и эксплуатации. Экспериментальные исследования были произведены на основе процессов твердения цементно-песчаного раствора с добавками.

Ключевые слова: кинетические процессы, прочность, стабилизация, физико-механические свойства материалов, качество.

O.A. KUVSHINOVA, E.S. STETSURINA
Penza State University of Architecture and Construction

MATHEMATICAL MODELING OF KINETIC PROCESSES HARDENING FOR SOLVING THE QUALITY MANAGEMENT SYSTEM IN THE BUILDING

Problems of modeling of kinetic processes aimed at optimizing the parameters of the strength of structures during construction and operation . Experimental studies have been made on the basis of the processes of hardening cement-sand mortar with additives.

Keywords: kinetic processes , strength , stabilization, physical and mechanical properties of materials, quality.

Основная часть

Кинетические процессы имеют большое значение, как при производстве строительных изделий, так и при их эксплуатации. В практике эксплуатации они проявляются в виде ползучести, релаксации, усадки, набухания, коррозии и т.п. Как правило, технические материалы являются гетерогенными системами и включают несколько фаз, разделенных выраженной границей раздела. [1, 2].

Произведем модельный анализ процесса кинетики с асимптотическим приближением, например, процесса изменения прочности материала при его твердения. Для этого воспользуемся методом возмущений, который заключается в следующем. Если стабилизированный параметр x_m изменить на величину $\Delta x = x - x_m$, за счет внешнего возмущающего воздействия, а затем снять это возмущение, то параметр x с течением времени самопроизвольно вновь вернется к своему асимптотическому пределу, соответствующему кинетически стабилизированному значению x_m. В соответствии с этой моделью динамическое уравнение запишется в виде

$$dx / dt = -k\left(x - x_m\right) \quad (1).$$

С целью упрощения расчетов введем новую переменную $z = x - x_m$. В начальный момент времени выполняется условие $t_0 = 0$, $x_0 = 0$, $z_0 = -x_m$. Значение x_m является величиной постоянной, поскольку соответствует пределу кинетической асимптотики $x = f(t)$. Согласно этому имеем $dz = dx$. Произведенные упрощения позволяют записать зависимость (1) в классической форме $dz / dt = -kz$. В результате разделения переменных получим $d \ln z = -kdt$. Интегрируя найденное уравнение в пределах $(t_0 ... t)$ и $(z_0 ... z)$ находим

$$x = x_m\left(1 - e^{-kt}\right) \quad (2).$$

Полученное уравнение является общеизвестной формой кинетических закономерностей с асимптотическим приближением исследуемого параметра и правомерно для однородных (гомогенных) систем, где проявление отдельных структурных элементов либо подавлено глобальными процессами, либо влияние элементов на систему незначительно. Использование лишь одной зависимости (1) не позволяет произвести в равной степени удачное описание значительно отличающихся друг от друга кинетических кривых. Для этих кривых, уравнение (2) дает лишь приблизительное описание. При этом весьма часто расчетные значения имеют недопустимо большое отклонение от опытных данных.

С целью получения более адекватных расчетных результатов используются более сложные эмпирические зависимости вида

$$x = x_m\left(1 - e^{-kt^n}\right), \quad (3)$$

где n – постоянный эмпирический коэффициент. Несоответствие базового (2) и эмпирического (3) уравнений, свидетельствует о том, что начальная кинетическая модель, приводящая к эмпирическому равенству (3), является несовершенной применительно к гетерогенным системам.

В исходном равенстве (1) не учтено то весьма важное обстоятельство, что скорость изменения параметра x пропорциональна не только величине самого параметра, но и характерному структурному размеру композитного материала (КМ). По существу сделанное предположение явилось базовым при разработке новой модели.

Согласно изложенному, начальное динамическое равенство (1) приобретает более общий вид

$$dx/dt = -kxl_i, \quad (4)$$

где l_i – характерный структурный относительный размер композитной системы, являющийся геометрическим показателем, выраженным через размерность системы и зависящий от аргументного параметра.

При l_i =1 зависимость (4) принимает классическую форму (1), что отвечает принципу преемственности. Причем, в качестве размера l_i могут выступать показатели линейных поверхностных или объемных структур, либо аналогичные показатели фрактальных образований [3].

Поскольку композитные гетерогенные системы имеют несколько фаз, соотношение (4) не приводит к очевидному выводу – размер, какой из них должен учитываться. Для выяснения этого перепишем кинетическую зависимость с асимптотическим приближением (1), с учетом условия (4), в виде

$$dx/dt = k\left(x_m - x\right)l_i. \quad (5)$$

По отношению к исследуемому параметру смысл уравнения не теряется, поскольку с ростом x скорость изменения параметра падает. Представленная форма равенства позволяет дать характеристику структурному размеру l_i. Из (5) следует, что в данном уравнении должен учитываться тот структурный размер, рост которого приводит к увеличению скорости изменения изучаемого параметра x.

$$r = \sum_i^N r_i/N \propto t^H, \quad (6)$$

где H – показатель Херста, $1 \geq H \geq 0$, которое справедливо для задач, как на плоскости, так и в объеме. При неизменной средней скорости перемещений активных частиц, время блужданий t пропорцонально объему V_i, откуда имеем

$$l_i \propto V_i^H, \quad (7)$$

где $l_i \approx 2r$. Величины l_i и V_i связаны между собой в натуральном измерении зависимостью

$$l_i^{D_i} = V_i, \quad (8)$$

где D_i – внутренняя размерность системы. В общем случае для фрактала можно записать $l_i^{D_i} \propto F_i$.

Согласно (7) и (8) внутренняя размерность фрактальной кривой в пространстве составляет

$$D_i = 1/H \quad (9)$$

и определяется в интервале $\infty > D_i > 1$, который не укладывается в представление о физическом пространстве, тем не менее, находится в допустимом интервале значений размерности.

Сравнительный анализ формул D_e=3-2H и (9) показывает, что внешняя D_e и внутренняя D_i размерности совпадают с топологической размерностью d для нефрактальных линий $D_e = D_i = d = 1$ (H=1) и гладких поверхностных объектов $D_e = D_i = d = 2$ (H=0,5). В свою очередь, для объемных гладких областей они расходятся: $D_e = d = 3$ (H=0), тогда, как $D_i = \infty$ (H=0).

Поскольку для размерностей D_e и D_i показатель Херста является инвариантом, то имеем

$$D_e = 3 - \left(2/D_i\right) \text{ или } D_i = 2/\left(3 - D_e\right) \quad (10).$$

Рассмотрим динамику фазового перехода на модели заполнения внешней кривой L_e представительского объема V_m. Темп заметания объема кривой L_e определяется выражением

$$dV/dL_e = q(V_m - V)\theta \quad (11).$$

где V – объем с завершенным фазовым переходом (заполненный кривой L_e), q – постоянный коэффициент. В свою очередь, ε- разрешение с течением времени гиперболически снижается, поскольку заполняющая кривая становится все более извилистой на мелких масштабах

$$\varepsilon = bt^{-1} \quad (12).$$

где b – постоянная величина. Подстановка $L_e = a\varepsilon^{H-1}$ и (12) в (13) дает динамическую зависимость

$$dV/d(t^{1-H}) = k(V_m - V), \quad (13)$$

где $k = qab^{H-1}$. Решение (13) приводит к кинетическому уравнению фазового перехода с внешним асимптотическим ограничением V_m

$$V = V_m\left[1 - \exp(-kt^{1-H})\right]. \quad (14)$$

Сравнение (3) с (14) показывает, что $n = 1 - H$. Таким образом, конкретный вид кинетической функции непосредственно определяется топологическим состоянием и изменчивостью фаз в гетерогенных системах. В исходных предпосылках представленной модели заложено начальное условие образования перколирующего массива новой (внешней) фазы. Поэтому в целом уравнение (14) оценивает кинетические процессы за порогом перколяции твердообразной фазы ($3 \ge D_e \ge 1, \quad +\infty \ge D_i \ge 1$). К последним в первую очередь следует отнести кинетические процессы изменения физико-механических свойств материалов при фазовых переходах жидкость $\to$ твердое тело. В целом, обобщенное уравнение (14) характеризует не только кинетику фазовых переходов в твердеющих композитных системах, но и отражает топологические особенности фазового состояния, непосредственно влияющие на эволюцию процессов.

Экспериментально были произведены исследования изменения прочности в процессе твердения цементно-песчаного раствора с добавками: отработанный нативный раствор леворина (ОНРЛ), Sica Viscocrete и Sica Viscocrete +ОНРЛ. Результаты эксперимента представлены на рис. 1.

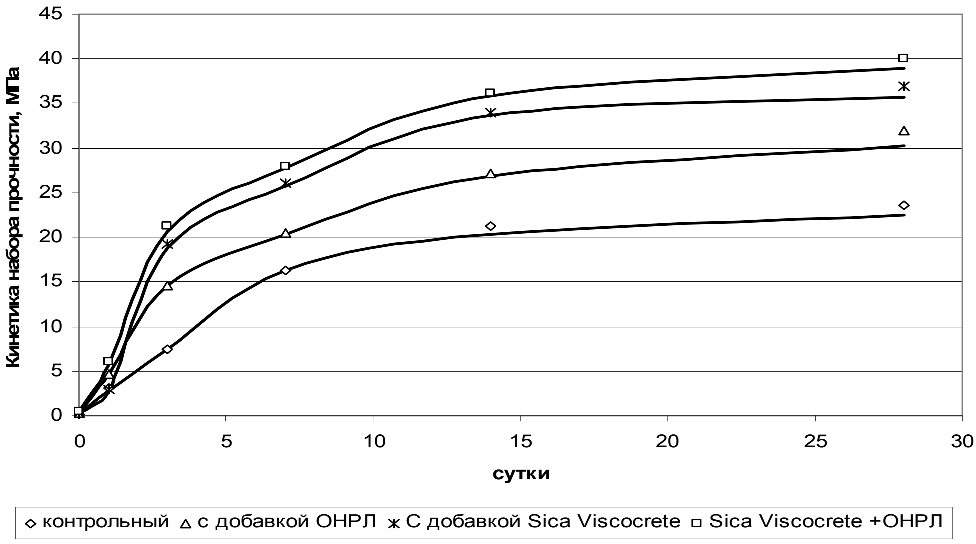

Рис. 1. Кинетика набора прочности старооскольского цемента М500

Проверка экспериментов по зависимостям (3) и n=1–H показало, что величина для контрольного состава n=0.472, для состава с добавкой ОНРЛ n=0.423, для состава с добавкой Sica Viscocrete n=0.31, для состава с добавкой Sica Viscocrete +ОНРЛ n=0.439. В соответствии с зависимостью 1–H=(D_e–1)/2 составляет D_e=1.944 для контрольного состава, D_e=1.846 для состава с добавкой ОНРЛ, D_e=1.62 для состава с добавкой Sica Viscocrete, D_e=1.868 для состава с добавкой Sica Viscocrete +ОНРЛ.

Согласно сделанным расчетам твердофазные новообразования преимущественно имеют пластинчатую форму.

Выводы

Таким образом, в представленной модели заложено начальное условие образования перколирующего массива новой (внешней) фазы. Поэтому уравнение ($V = V_m\left[1 - \exp(-kt^{1-H})\right]$) оценивает кинетические процессы за порогом перколяции твердообразной фазы ($3 \ge D_e \ge 1, \quad +\infty \ge D_i \ge 1$). К последним в первую очередь следует отнести кинетические процессы изменения физико-механических свойств материалов при фазовых переходах жидкость $\to$ твердое тело. В целом, обобщенное уравнение (14) характеризует не только кинетику фазовых переходов в твердеющих композитных системах, но и отражает топологические особенности фазового состояния, непосредственно влияющие на эволюцию процессов.

Литература

1. Постников В.С. Физика и химия твердого состояния / В.С. Постников. – М.: Металлургия, – 1978. – 543 с.

2. Бобрышев А.Н. Физико-механика долговечности и прочности композитных материалов / А.Н. Бобрышев, А.Ф.Гумеров, Д.Е.Жарин, Р.Л.Биктимиров, А.А.Бобрышев, П.В.Воронов, А.А.Валюхов // М.: Академия, – 2007. – 225 с.

References

1. Postnikov VS Physics and chemistry of the solid state / VS Fasters. - Moscow: Metallurgy - 1978. - 543 p.

2. Bobrishev AN Physical and mechanical durability and strength of composite materials / AN Bobrishev, A.F.Gumerov, D.E.Zharin, R.L.Biktimirov, A.A.Bobryshev, P.V.Voronov, A.A.Valyuhov / / Moscow: Academy - 2007. - 225 .

Рецензія/Peer review : 24.4.2014 р. Надрукована/Printed : 20.5.2014 р.