

**ТЕОРИЯ ИЗБЫТОЧНЫХ И СВЕРХИЗБЫТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ:
ФОРМАЛИЗОВАННОЕ ОПИСАНИЕ ТРЕТЬЕЙ ПОДГРУППЫ ТРЕТЬЕЙ
ГРУППЫ ПРАВИЛ ВЫВОДА УРАВНЕНИЙ ИЗБЫТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ
КРУТИЗНЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ
СООБЩЕНИЕ 7.4.1**

В настоящем сообщении дальнейшее развитие получила теория избыточных и сверхизбыточных измерений в части разработки третьей подгруппы третьей группы правил вывода уравнений избыточных измерений крутизны преобразования. Рассмотрены правила вывода с использованием первой и второй групп комбинаторных способов пространственно-временного усреднения результатов многократных измерительных преобразований m входных физических величин. Рассмотрено и описано 108 комбинаторных способов усреднения выходных величин, входящих в состав базового комбинаторного уравнения величин. Показана возможность получения двадцати тысяч пятьсот двадцати трех уравнений избыточных измерений крутизны преобразования.

Работа представляет интерес для ученых-метрологов, специалистов, магистров и аспирантов, изучающих избыточные и сверхизбыточные измерения.

Ключевые слова: правила вывода, уравнения избыточных измерений, формализованные описания, комбинаторные уравнения величин, комбинаторные способы усреднения.

V.T. KONDRATOV, YU.T. KONDRATOV
V.M.Glushkov Institute of cybernetics of National academy of Science of Ukraine

**THE THEORY OF REDUNDANT AND SUPER-REDUNDANT MEASUREMENTS: THE FORMALIZED
DESCRIPTION OF THE THIRD SUBGROUP OF THE THIRD GROUP OF DERIVATION RULES OF THE
REDUNDANT MEASUREMENTS EQUATIONS OF THE STEEPNESS OF TRANSFORMATION
THE MESSAGE 7.4.1**

Abstract — In the message the combinatory equations of quantities for the third (from six) subgroups of the third group of rules of a conclusion of the equations of redundant measurements without averaging are described.

It is established, that at measurements of six input physical quantities probably reception of fifty seven variants of the equations of redundant measurements of a steepness of transformation. And everyone output quantity in structure of the equations of redundant measurements can represent nonaveraged quantity or average output quantities with different quantity of averaged of the same name quantities and in any combinations.

Definitions of the third subgroup of the third group of rules with averaging of the output quantities received as a result of repeated (no more than 10 times) measuring transformation of input quantities that has enriched metrological combinatorics with newly introduced definitions are given.

The first and second groups of combinatory ways of spatio-temporal averaging of results of repeated measuring transformations of m input physical quantities are considered.

It is shown, that the first group of combinatory ways of averaging provides reception of 2052 formalized combinatory equations of quantities, and the second — 18741. And first three combinatory ways of the second group give the chance to receive 12312 not repeating variants of the formalized combinatory equations of quantities with averaging, and second three ways — 6156 variants as for first two combinatory ways 72 variants of averagings are used all, and for second three combinatory ways — only 36 variants.

It is established, that all combinatory ways of averaging provide reception 20523 formalized the equations of redundant measurements of a steepness of transformation.

The research problem of statistical properties of ensembles of the equations of quantities measurements of a steepness of the transformation is actual.

Введение

В работах [1 – 6] положено начало и развивается новое научное направление в теории избыточных и сверхизбыточных измерений — метрологическая комбинаторика или комбинаторика уравнений величин. Это направление стало составной частью данной теории и направлено на получение конечного множества ансамблей уравнений избыточных измерений без и с комбинаторно усредняемыми одноименными величинами. Последние получают путем многократного, но не более 10 раз, измерительного преобразования расширенного ряда входных величин.

Получение конечного множества ансамблей уравнений избыточных измерений заданных объемов достигается благодаря свойству эргодичности сверхизбыточных измерений [7]. Это дает возможность формировать ансамбли уравнений избыточных измерений с прогнозируемыми метрологическими и вероятностными характеристиками благодаря возможности управления как количеством усредняемых выходных величин, а, следовательно, и значением случайной составляющей погрешности измерений, так и структурой уравнений избыточных измерений. Версия прогнозируемости характеристик еще подлежит глубокому анализу и изучению.

В настоящей и ранее опубликованных статьях изучается и показывается возможность получения максимального количества уравнений избыточных измерений путем использования комбинаторных уравнений величин и методов комбинаторного усреднения конечного числа одноименных величин. Данные подходы описываются впервые.

Объект исследований — процессы вывода правил и уравнений избыточных измерений для реше-

ния метрологических задач с усреднением результатов многократных измерительных преобразований входных величин.

Предмет исследований — формализованное описание третьей подгруппы третьей группы правил вывода комбинаторных уравнений избыточных измерений крутизны преобразования при многократных измерительных преобразованиях m входных физических величинах ($m = 6$) и линейной функции преобразования измерительного канала.

Целью работы является ознакомление ученых и специалистов с десятью группами комбинаторных способов усреднения выходных величин, входящих в базовое комбинаторное уравнение величин, и обеспечивающих вывод третьей подгруппы третьей группы уравнений избыточных измерений крутизны преобразования измерительного канала, с определением и с формализованным описанием правил вывода с временным усреднением и с пространственно-временным усреднением результатов многократных измерительных преобразований m входных физических величин.

Ниже и в последующих трех сообщениях (7.4.2, 7.4.3, 7.4.4) рассматриваются вопросы формализованного описания уравнений избыточных измерений крутизны преобразования с пространственно-временным усреднением одноименных выходных величин, пути и методы получения ансамбля уравнений избыточных измерений крутизны преобразования в соответствие с третьей подгруппой третьей группы правил вывода без и с усреднением одноименных выходных величин. Конечной целью работы является доказательство получения максимально возможного количества распределенных в пространстве структур уравнений избыточных измерений крутизны преобразования при заданном числе входных величин $m = 6$ и числе измерительных преобразований этих величин, не превышающем десяти.

Результаты исследований

Третья подгруппа третьей группы правил вывода уравнений избыточных без усреднения

Третья (из шести) подгруппа третьей группы правил вывода уравнений избыточных без усреднения описывается комбинаторным уравнением вида

$$R_{S_n^{III-III}(3/6)} = \frac{1}{x^*} [(I_{i1} + I_{i2} + I_{i3}) - k_3 I_{j1}] \tag{1}$$

где римская единица «I» характеризует количество i -х и j -х выходных величин; k_3 — коэффициент, характеризующий число одних и тех же выходных величин ($k_3 = 3$).

Совокупность уравнений избыточных измерений крутизны преобразования для рассматриваемого случая формализовано описывается следующим комбинаторным уравнением величин ($i \neq j \neq 0$):

$$\overline{S_{n(3/6)}^{III-III}} = \frac{1}{x^*} [(U'_{i1} + U'_{i2} + U'_{i3}) - k_3 U'_{j1}] \tag{2}$$

Комбинаторное уравнение величин (2) в общем виде описывает структуру пространственно-временных связей выходных величин и их соответствующие позиции в данной структуре величин. В результате исследований установлено, что при измерениях шести входных физических величин возможно получение пятидесяти семи вариантов уравнений избыточных измерений крутизны преобразования (см. табл. 1), которые являются базовыми для дальнейшего формирования ансамблей уравнений избыточных измерений крутизны преобразования.

Все они отличаются между собой неповторяющимися совокупностями выходных физических величин.

Третья подгруппа третьей группы правил вывода уравнений избыточных на основе пространственно-временного усреднения выходных величин

Третья из шести комбинаторная подгруппа третьей группы правил вывода уравнений избыточных измерений с пространственно-временным усреднением формализовано описывается комбинаторным уравнением вида

$$R_{S_n^{III-III}(3/6)} = \frac{1}{x^*} [(\overline{I_{t_1 i1}} + \overline{I_{t_2 i2}} + \overline{I_{t_3 i3}}) - k_3 \overline{I_{t_4 j1}}] \tag{3}$$

где I и III — римские числа один и три; t_1, \dots, t_4 — число усредняемых одноименных величин (в общем случае $t_1 \neq t_2 \neq t_3 \neq t_4$).

В (1), (2) и (3) индексы «i» и «j» характеризуют те или иные выходные величины, полученные в результате многократного измерительного преобразования шести входных величин.

На основании (3), определение третьей подгруппы третьей группы правил с усреднением одноименных величин, полученных в результате многократного (не более 10 раз) измерительного преобразования входных величин, может быть сформулировано следующим образом.

Определение 1

Вывод уравнений избыточных измерений крутизны преобразования осуществляется путем поочередного вычитания из суммы трех разноименных усредненных выходных величин (с индексом «i») утроенной по значению неповторяющейся усредненной выходной величины (вычитаемое с индексом «j») с последующим делением полученных разностей на измеряемые физические величины, — на одну или на несколько, сочетанных определенным способом (например, суммо-разностным).

Напомним, что усредняются разные количества одноименных величин, под которыми понимаются выходные величины, размеры которых отличаются между собой только значениями погрешности.

Определение 2

Вывод уравнений избыточных измерений крутизны преобразования следует начинать с перебора всех вари-

антов разности суммы трёх усредненных по разным правилам неповторяющихся разноименных выходных величин и одной утроенной (по значению) усредненной выходной величины.

Таблица 1

Третья подгруппа формализованных уравнений избыточных измерений крутизны преобразования третьей группы правил вывода

Базовое комбинаторное уравнение величин $[(U'_{i1}+U'_{i2}+U'_{i3})-(k_3U'_{j1})]/x^*$ — третья подгруппа					
Группа закономерностей 1 (57 вариантов)					
1	$[(U'_1+U'_2+U'_3)-k_3U'_{i4}]/x^*$	20	$[(U'_1+U'_3+U'_6)-k_3U'_4]/x^*$	39	$[(U'_2+U'_3+U'_6)-k_3U'_5]/x^*$
2	$[(U'_1+U'_2+U'_3)-k_3U'_5]/x^*$	21	$[(U'_1+U'_3+U'_6)-k_3U'_5]/x^*$	40	$[(U'_2+U'_4+U'_5)-k_3U'_1]/x^*$
3	$[(U'_1+U'_2+U'_3)-k_3U'_6]/x^*$	22	$[(U'_1+U'_4+U'_5)-k_3U'_2]/x^*$	41	$[(U'_2+U'_4+U'_5)-k_3U'_3]/x^*$
4	$[(U'_1+U'_2+U'_{i4})-k_3U'_3]/x^*$	23	$[(U'_1+U'_4+U'_5)-k_3U'_3]/x^*$	42	$[(U'_2+U'_4+U'_5)-k_3U'_6]/x^*$
5	$[(U'_{i1}+U'_{i2}+U'_{i4})-k_3U'_5]/x^*$	24	$[(U'_1+U'_4+U'_5)-k_3U'_6]/x^*$	43	$[(U'_2+U'_4+U'_6)-k_3U'_1]/x^*$
6	$[(U'_1+U'_2+U'_4)-k_3U'_6]/x^*$	25	$[(U'_1+U'_4+U'_6)-k_3U'_2]/x^*$	44	$[(U'_2+U'_4+U'_6)-k_3U'_3]/x^*$
7	$[(U'_1+U'_2+U'_5)-k_3U'_3]/x^*$	26	$[(U'_1+U'_4+U'_6)-k_3U'_3]/x^*$	45	$[(U'_2+U'_4+U'_6)-k_3U'_5]/x^*$
8	$[(U'_1+U'_2+U'_5)-k_3U'_4]/x^*$	27	$[(U'_1+U'_4+U'_6)-k_3U'_5]/x^*$	46	$[(U'_2+U'_5+U'_6)-k_3U'_1]/x^*$
9	$[(U'_1+U'_2+U'_5)-k_3U'_6]/x^*$	28	$[(U'_1+U'_5+U'_6)-k_3U'_2]/x^*$	47	$[(U'_2+U'_5+U'_6)-k_3U'_3]/x^*$
10	$[(U'_1+U'_2+U'_6)-k_3U'_3]/x^*$	29	$[(U'_1+U'_5+U'_6)-k_3U'_3]/x^*$	48	$[(U'_2+U'_5+U'_6)-k_3U'_4]/x^*$
11	$[(U'_1+U'_2+U'_6)-k_3U'_4]/x^*$	30	$[(U'_1+U'_5+U'_6)-k_3U'_4]/x^*$	49	$[(U'_3+U'_4+U'_5)-k_3U'_1]/x^*$
12	$[(U'_1+U'_2+U'_6)-k_3U'_5]/x^*$	31	$[(U'_2+U'_3+U'_4)-k_3U'_1]/x^*$	50	$[(U'_3+U'_4+U'_5)-k_3U'_2]/x^*$
13	$[(U'_1+U'_3+U'_4)-k_3U'_{i2}]/x^*$	32	$[(U'_2+U'_3+U'_4)-k_3U'_5]/x^*$	51	$[(U'_3+U'_4+U'_5)-k_3U'_6]/x^*$
14	$[(U'_1+U'_3+U'_4)-k_3U'_5]/x^*$	33	$[(U'_2+U'_3+U'_4)-k_3U'_6]/x^*$	52	$[(U'_3+U'_5+U'_6)-k_3U'_1]/x^*$
15	$[(U'_1+U'_3+U'_4)-k_3U'_6]/x^*$	34	$[(U'_2+U'_3+U'_5)-k_3U'_1]/x^*$	53	$[(U'_3+U'_5+U'_6)-k_3U'_2]/x^*$
16	$[(U'_1+U'_3+U'_5)-k_3U'_2]/x^*$	35	$[(U'_2+U'_3+U'_5)-k_3U'_4]/x^*$	54	$[(U'_3+U'_5+U'_6)-k_3U'_4]/x^*$
17	$[(U'_1+U'_3+U'_5)-k_3U'_4]/x^*$	36	$[(U'_2+U'_3+U'_5)-k_3U'_6]/x^*$	55	$[(U'_4+U'_5+U'_6)-k_3U'_1]/x^*$
18	$[(U'_1+U'_3+U'_5)-k_3U'_6]/x^*$	37	$[(U'_2+U'_3+U'_6)-k_3U'_1]/x^*$	56	$[(U'_4+U'_5+U'_6)-k_3U'_2]/x^*$
19	$[(U'_1+U'_3+U'_6)-k_3U'_2]/x^*$	38	$[(U'_2+U'_3+U'_6)-k_3U'_4]/x^*$	57	$[(U'_4+U'_5+U'_6)-k_3U'_3]/x^*$

Для определения всевозможного количества неповторяющихся формализованных уравнений величин будем использовать всевозможные комбинаторные правила усреднения выходных величин.

Усреднение во времени или «временное усреднение» и усреднение по пространству (по множеству) или «пространственное усреднение»

При избыточных измерениях может быть использовано [6]:

1) усреднение одноименных выходных величин во времени до их обработки согласно уравнению избыточных измерений;

2) обработка каждой группы из многократно преобразованных (не более 10 раз) входных величин по уравнению избыточных измерений с последующим пространственным усреднением полученных результатов;

3) усреднение массива преобразованных входных величин как во времени, так и в пространстве, т.е. реализация пространственно-временного усреднения выходных величин.

Для проведения исследований совокупность позиционно расположенных выходных величин, входящих в структуру уравнений избыточных измерений, делится на две группы [5]. Первая группа состоит из m_1 усредняемых или неусредняемых разноименных выходных величин, а вторая — из m_2 усредняемых или неусредняемых выходных величин, разноименных по отношению к первой группе. Для рассматриваемой ниже задачи $m_1 + m_2 = m - k_2$, где $k_2 = 2$, или $m_1 = 3$, $m_2 = 1$.

Усреднениям подлежат выходные величины 57 комбинаторных вариантов структур формализованных уравнений избыточных измерений крутизны преобразования, приведенные в табл. 1. Причем каждая усредняемая величина может представлять собой неусредненную величину или усредненные по два, по три, ..., по десять одноименных величин в любых их сочетаниях (см. табл. 2).

Установлено четыре возможных позиционных расположений усредняемых выходных величин в структуре базового комбинаторного уравнения величин. Каждое позиционное расположение усредняемых выходных величин будем рассматривать как соответствующие группы комбинаторных способов усреднения.

Первая группа комбинаторных способов усреднения

Сущность первой группы комбинаторных способов усреднения, используемых для получения третьей подгруппы правил вывода формализованных уравнений избыточных измерений, состоит в том, что одна из выходных величин в структуре базового комбинаторного уравнения величин является результатом усреднения по 2, по 3, ..., по 10 одноименных величин. Остальные три выходные величины не усредняются. Сущность первой группы комбинаторных способов усреднения формализовано представлено в табл. 2. Усреднение по каждой подгруппе способов осуществляется для всех всех 57 формализованных уравнений величин, приведенных в табл. 1.

Таблица 2

Формализованное представление второй группы комбинаторных способов усреднения

Усредняемые последовательности выходных величин по первой группе комбинаторных способов для $[(U'_{i1}+U'_{i2}+U'_{i3})-(k_3U'_{j1})]/x^*$ при $m_2 = 1$			
Способ 1	Способ 2	Способ 3	Способ 4
$\overline{U'_{i1}}, U'_{i2}, U'_{i3}, U'_{j1}$	$U'_{i1}, \overline{U'_{i2}}, U'_{i3}, U'_{j1}$	$U'_{i1}, U'_{i2}, \overline{U'_{i3}}, U'_{j1}$	$U'_{i1}, U'_{i2}, U'_{i3}, \overline{U'_{j1}}$
Цикл усреднений каждой последовательности по возрастающей: по 2, по 3, по 4, по 5, по 6, по 7, по 8, по 9, по 10 величин.			

Первая группа комбинаторных способов усреднения формализовано может быть записана в общем виде следующей системой комбинаторных уравнений величин (способ 1, ..., способ 4) при $k_2 = 2, k_3 = 3$:

По первому способу — 513 вариантов ... По четвертому способу — 513 вариантов

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[\left(\frac{1}{k_2} \sum_{t=1}^{t=2} U'_{it1} + U'_{i2} + U'_{i3} \right) - k_3 U'_{j1} \right] / x^*, \\ \dots \\ \left[\left(\frac{1}{k_{10}} \sum_{t=1}^{t=10} U'_{it1} + U'_{i2} + U'_{i3} \right) - k_3 U'_{j1} \right] / x^*. \end{array} \right\} \dots \left\{ \begin{array}{l} \left[(U'_{i1} + U'_{i2} + U'_{i3}) - \frac{k_3}{k_2} \sum_{j=1}^2 U'_{tj1} \right] / x^*, \\ \dots \\ \left[(U'_{i1} + U'_{i2} + U'_{i3}) - \left(\frac{k_3}{k_{10}} \sum_{j=1}^{10} U'_{tj1} \right) \right] / x^*. \end{array} \right\} \quad (4)$$

Всего первая группа комбинаторных способов усреднения обеспечивает получение 2052 ($9 \times 57 \times 4 = 2052$) варианта формализованных комбинаторных уравнений величин. Эти варианты целесообразно записывать через усредненные величины:

По первому способу — 513 вариантов ... По четвертому способу — 513 вариантов

$$\left\{ \begin{array}{l} 1. \left[(\overline{U'_{21}} + U'_{i2} + U'_{i3}) - k_3 U'_{i4} \right] / x^*, \\ \dots \\ 57. \left[(\overline{U'_{24}} + U'_{i5} + U'_{i6}) - k_3 U'_{i3} \right] / x^*, \\ 58. \left[(\overline{U'_{31}} + U'_{i2} + U'_{i3}) - k_3 U'_{i4} \right] / x^*, \\ \dots \\ 114. \left[(\overline{U'_{34}} + U'_{i5} + U'_{i6}) - k_3 U'_{i3} \right] / x^*, \\ \dots \\ 513. \left[(\overline{U'_{104}} + U'_{i5} + U'_{i6}) - k_3 U'_{i3} \right] / x^* \end{array} \right\} \dots \left\{ \begin{array}{l} 1. \left[(U'_{i1} + U'_{i2} + U'_{i3}) - k_3 \overline{U'_{24}} \right] / x^*, \\ \dots \\ 57. \left[(U'_{i4} + U'_{i5} + U'_{i6}) - k_3 \overline{U'_{23}} \right] / x^*, \\ 58. \left[(U'_{i1} + U'_{i2} + U'_{i3}) - k_3 \overline{U'_{34}} \right] / x^*, \\ \dots \\ 114. \left[(U'_{i4} + U'_{i5} + U'_{i6}) - k_3 U'_{33} \right] / x^*, \\ \dots \\ 513. \left[(U'_{i4} + U'_{i5} + U'_{i6}) - k_3 \overline{U'_{103}} \right] / x^* \end{array} \right\}, \quad (5)$$

При реализации первой группы комбинаторных способов усреднения затраты времени на обработку данных минимальны, поскольку усредняется только одна выходная величина.

Для рассмотренного случая дадим обобщенное определение правил вывода уравнений избыточных измерений крутизны преобразования.

Определение

Вывод уравнений избыточных измерений крутизны преобразования осуществляется путем поочередного вычитания из суммы трех разноименных выходных величин, одна из которых является усредненной по 2, по 3, ..., по 10 (или неусредненных), утроенной по значению неповторяющейся неусредненной (усредненной) выходной величины с последующим делением полученной разности на измеряемые величины, — на одну или несколько, сочетанных определенным способом.

Вторая группа комбинаторных способов усреднения

Вторая группа комбинаторных способов усреднения, используемых для получения третьей подгруппы правил вывода формализованных уравнений избыточных измерений, предполагает попарное усреднение выходных величин в структуре комбинаторного уравнения величин. Установлено существование шести комбинаторных вариантов позиционного расположения выходных величин в структуре комбинаторного уравнения величин, что соответствует шести подгруппам способов усреднения (см. табл. 3).

Сущность второй группы комбинаторных способов усреднения состоит в том, что одна комбинаторная пара выходных величин в структуре базового комбинаторного уравнения величин усредняется циклически в априори установленной последовательности (закономерности), приведенной в табл. 3 для каждого из шести комбинаторных способов усреднения, а вторая пара не усредняется.

Шесть способов группирования выходных величин обеспечивают получение, при 72 неповторяющихся вариантов усреднения, 57 комбинаторных уравнений величин (см. табл. 3).

Таблица 3

Формализованное представление второй группы комбинаторных способов усреднения

Усредняемые последовательности выходных величин по второй группе комбинаторных способов ($m_2 = 1$).									
Базовое комбинаторное уравнение величин — $\left[(\overline{U'_{i1}} + \overline{U'_{i2}} + \overline{U'_{i3}}) - (k_3 \overline{U'_{j1}}) \right] / x^*$ при разных t .									
Способ 1	Способ 2	Способ 3	Способ 4	Способ 5	Способ 6				
$\overline{U'_{i1}}, \overline{U'_{i2}}, \overline{U'_{i3}}, \overline{U'_{j1}}$	$U'_{i1}, \overline{U'_{i2}}, U'_{i3}, \overline{U'_{j1}}$	$U'_{i1}, U'_{i2}, \overline{U'_{i3}}, \overline{U'_{j1}}$	$U'_{i1}, \overline{U'_{i2}}, \overline{U'_{i3}}, U'_{j1}$	$\overline{U'_{i1}}, U'_{i2}, \overline{U'_{i3}}, U'_{j1}$	$\overline{U'_{i1}}, \overline{U'_{i2}}, U'_{i3}, U'_{j1}$				
1-й этап	2-й этап	3-й этап	4-й этап	5-й этап	6-й этап	7-й этап	8-й этап	9-й этап	10-й этап
1) 2,3;	2) 3,2;								
2) 2,4;	2) 4,2;	2) 3,4;	1) 4,3;						
3) 2,5;	3) 5,2;	2) 3,5;	2) 5,3;	1) 4,5;	1) 5,4;				
4) 2,6;	4) 6,2;	3) 3,6;	3) 6,3;	2) 4,6;	2) 6,4;	1) 5,6;	1) 6,5;		
5) 2,7;	5) 7,2;	4) 3,7;	4) 7,3;	3) 4,7;	3) 7,4;	2) 5,7;	2) 7,5;	1) 6,7;	1) 7,6;
6) 2,8;	6) 8,2;	5) 3,8;	5) 8,3;	4) 4,8;	4) 8,4;	3) 5,8;	3) 8,5;	2) 6,8;	2) 8,6;
7) 2,9;	7) 9,2;	6) 3,9;	6) 9,3;	5) 4,9;	5) 9,4;	4) 5,9;	4) 9,5;	3) 6,9;	3) 9,6;
8) 2,10.	8) 10,2.	7) 3,10.	7) 10,3.	6) 4,10.	6) 10,4.	5) 5,10.	5) 10,5.	4) 6,10.	4) 10,6.
		11-й этап	12-й этап	13-й этап	14-й этап	15-й этап	16-й этап		
		1) 7,8;	1) 8,7;						
		2) 7,9;	2) 9,7;	1) 8,9;	1) 9,8;				
		3) 7,10.	3) 10,7.	2) 8,10.	2) 10,8.	1) 9,10.	1) 10,9.		

Из табл. 3 видно, что внутри каждого этапа и при переходе от одного нечетного (четного) этапа усреднения к последующему нечетному (четному) этапам существуют определенные комбинаторные закономерности. Образно усреднение осуществляется слева на право по вертикали ансамбля комбинаторных уравнений величин, приведенных в табл. 1. Согласно табл. 3, цикл усреднений по t одноименных величин для каждой последовательности (или способа) включает 16 этапов. Для первых трех комбинаторных способов используются все 72 варианта усреднений, а для вторых трех комбинаторных способов — только 36 вариантов, причем используются только четные или нечетные столбцы.

Первые три комбинаторных способа второй группы дают возможность получить 12312 неповторяющихся вариантов (3 способа \times (8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1) \times 2 \times 57 вариантов = 12312) формализованных комбинаторных уравнений величин с усреднением, а вторые три способа — 6156 (3 способа \times (8 + 7 + 6 + 5 + 4 +

+ 3 + 2 + 1) \times 57 = 6156) вариантов.

Следовательно, все шесть комбинаторных способов усреднения второй группы обеспечивают получение 18468 уравнений избыточных измерений крутизны преобразования.

Для наглядности, в качестве примера, формализовано запишем по пять вариантов комбинаторных уравнений величин для способа 1 (7-й этап) и способа 6 (8-й этап) (см. аналитические выражения (7)):

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{Для способа 1} \\
 1. \left[\frac{1}{k_5} \sum_{i=1}^{t=5} U'_{ii1} + U'_{i2} + U'_{i3} - \frac{k_3}{k_6} \sum_{i=1}^{t=6} U'_{ij1} \right] / x^*, \\
 2. \left[\frac{1}{k_5} \sum_{i=1}^{t=5} U'_{ii1} + U'_{i2} + U'_{i3} - \frac{k_3}{k_7} \sum_{i=1}^{t=7} U'_{ij1} \right] / x^*, \\
 3. \left[\frac{1}{k_5} \sum_{i=1}^{t=5} U'_{ii1} + U'_{i2} + U'_{i3} - \frac{k_3}{k_8} \sum_{i=1}^{t=8} U'_{ij1} \right] / x^*, \\
 4. \left[\frac{1}{k_5} \sum_{i=1}^{t=5} U'_{ii1} + U'_{i2} + U'_{i3} - \frac{k_0}{k_6} \sum_{i=1}^{t=9} U'_{ij1} \right] / x^*, \\
 5. \left[\frac{1}{k_5} \sum_{i=1}^{t=5} U'_{ii1} + U'_{i2} + U'_{i3} - \frac{k_3}{k_{10}} \sum_{i=1}^{t=10} U'_{ij1} \right] / x^*.
 \end{array} \right\} \begin{array}{l}
 \text{Для способа 6} \\
 1. \left[\frac{1}{k_6} \sum_{i=1}^{t=6} U'_{ii1} + \frac{1}{k_5} \sum_{i=1}^{t=5} U'_{ii2} + U'_{i3} - k_3 U'_{1j1} \right] / x^*, \\
 2. \left[\frac{1}{k_7} \sum_{i=1}^{t=7} U'_{ii1} + \frac{1}{k_5} \sum_{i=1}^{t=5} U'_{ii2} + U'_{i3} - k_3 U'_{1j1} \right] / x^*, \\
 \dots \\
 3. \left[\frac{1}{k_8} \sum_{i=1}^{t=8} U'_{ii1} + \frac{1}{k_5} \sum_{i=1}^{t=5} U'_{ii2} + U'_{i3} - k_3 U'_{1j1} \right] / x^*, \\
 4. \left[\frac{1}{k_9} \sum_{i=1}^{t=9} U'_{ii1} + \frac{1}{k_5} \sum_{i=1}^{t=5} U'_{ii2} + U'_{i3} - k_3 U'_{1j1} \right] / x^*, \\
 5. \left[\frac{1}{k_{10}} \sum_{i=1}^{t=10} U'_{ii1} + \frac{1}{k_5} \sum_{i=1}^{t=5} U'_{ii2} + U'_{i3} - k_3 U'_{1j1} \right] / x^*.
 \end{array} \quad (6)$$

где $k_5 = 5, k_6 = 6, k_7 = 7, k_8 = 8, k_9 = 9, k_{10} = 10$.

Для первого варианта первого этапа первой из шести подгрупп комбинаторных способов усреднения (по 2 и по 3) формализовано может быть записан ансамбль комбинаторных уравнений величин, состоящий из 57 вариантов формализованных уравнений избыточных измерений крутизны преобразования в виде формализованных уравнений избыточных измерений крутизны преобразования (см. табл. 4). Ввиду ограничений по объему статьи, приведем аналитические выражения только для 1, 19, 20, 38, 39 и 57 формализованных уравнений величин.

Таблица 4

Формализованные уравнения избыточных измерений крутизны преобразования с усреднением разного количества одноименных выходных величин

Базовое комбинаторное уравнение величин с усреднением — $\left[(\overline{U'_{ii1}} + U'_{i2} + U'_{i3}) - (k_3 \overline{U'_{ij1}}) \right] / x^*$ для первого варианта первого этапа второй группы комбинаторных способов ($t = 2, 3$)					
Группа закономерностей 2 (57 вариантов) по 72 варианта усреднения					
1	$\left[(\overline{U'_{21}} + U'_{12} + U'_{13}) - k_3 \overline{U'_{34}} \right] / x^*$	20	$\left[(\overline{U'_{21}} + U'_{12} + U'_{16}) - k_3 \overline{U'_{34}} \right] / x^*$	39	$\left[(\overline{U'_{22}} + U'_{13} + U'_{16}) - k_3 \overline{U'_{35}} \right] / x^*$
2	$\left[(\overline{U'_{21}} + U'_{12} + U'_{13}) - k_3 \overline{U'_{35}} \right] / x^*$	21	$\left[(\overline{U'_{21}} + U'_{13} + U'_{16}) - k_3 \overline{U'_{35}} \right] / x^*$	40	$\left[(\overline{U'_{22}} + U'_{14} + U'_{15}) - k_3 \overline{U'_{31}} \right] / x^*$
...
19	$\left[(\overline{U'_{21}} + U'_{13} + U'_{16}) - k_3 \overline{U'_{32}} \right] / x^*$	38	$\left[(\overline{U'_{22}} + U'_{13} + U'_{16}) - k_3 \overline{U'_{34}} \right] / x^*$	57	$\left[(\overline{U'_{23}} + U'_{15} + U'_{16}) - k_3 \overline{U'_{33}} \right] / x^*$

Для рассмотренного случая дадим следующее определение правила вывода уравнений избыточных измерений.
Определение

Вывод уравнений избыточных измерений крутизны преобразования осуществляется путем поочередного вычитания из суммы трех разноименных выходных величин с индексом «i», одна или две из которых получены путем усреднения по 2, по 3, ..., по 10 одноименных величин, утроенной (по значению) неповторяющейся усредненной или неусредненной выходной величины с индексом «j» с последующим делением полученной разности на измеряемые величины, — на одну или несколько, сочетанных определенным способом. Причем усредняются только две из четырех выходных величин.

Таким образом, благодаря принципу эргодичности и свойствам метрологической комбинаторики, возможно получение ансамблей уравнений избыточных измерений крутизны преобразования с априори заданными комбинаторными вариантами пространственно-временного усреднения выходных величин в заданной структуре комбинаторного уравнений величин.

Выводы

Формализовано описаны комбинаторные уравнения величин для третья (из шести) подгруппы третьей группы правил вывода уравнений избыточных измерений без усреднения.

Установлено, что при измерениях шести входных физических величин возможно получение пятидесяти семи вариантов уравнений избыточных измерений крутизны преобразования. Причем каждая выходная величина в структуре уравнений избыточных измерений может представлять собой неусредненную величину или усредненные выходные величины с разным количеством усредняемых одноименных величин и в любых сочетаниях.

Даны определения третьей подгруппы третьей группы правил с усреднением выходных величин, полученных в результате многократного (не более 10 раз) измерительного преобразования входных величин, что обогатило метрологическую комбинаторику нововведенными определениями.

Рассмотрены первая и вторая группы комбинаторных способов пространственно-временного усреднения результатов многократных измерительных преобразований m входных физических величин.

Показано, что первая группа комбинаторных способов усреднения обеспечивает получение 2052 формализованных комбинаторных уравнения величин, а вторая — 18741. Причем первые три комбинаторных способа второй группы дают возможность получить 12312 неповторяющихся вариантов формализованных комбинаторных уравнений величин с усреднением, а вторые три способа — 6156 вариантов, так как для первых двух комбинаторных способов используются все 72 варианта усреднений, а для вторых трех комбинаторных способов — только 36 вариантов.

Установлено, что все комбинаторные способы усреднения обеспечивают получение 20523 формализованных уравнений избыточных измерений крутизны преобразования.

Актуальной является задача исследований статистических свойств ансамблей уравнений избыточных измерений крутизны преобразования, выведенных с использованием описанных разновидностей третьей группы комбинаторных способов пространственно-временного усреднения выходных величин.

Литература

1. Кондратов В.Т. Теория избыточных и сверхизбыточных измерений: формализованное описание общих правил вывода уравнений избыточных измерений крутизны преобразования. Сообщение 4 / В. Т. Кондратов // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. — 2013. — № 4. — С. 3-17.
2. Кондратов В.Т. Теория избыточных и сверхизбыточных измерений: формализованное описание первой группы правил вывода уравнений избыточных измерений крутизны преобразования. Сообщение 5 / В. Т. Кондратов // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. — 2013. — № 4. — С. 115-128.
3. Кондратов В.Т. Теория избыточных и сверхизбыточных измерений: формализованное описание второй группы правил вывода уравнений избыточных измерений крутизны преобразования. Сообщение 6 / В. Т. Кондратов // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. — 2013. — № 4. — С. 134-147.
4. Кондратов В.Т. Теория избыточных и сверхизбыточных измерений: формализованное описание третьей группы правил вывода уравнений избыточных измерений крутизны преобразования. Сообщение 7.1 / В. Т. Кондратов // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. — 2014. — № 1. — С. 165-178.
5. Кондратов В.Т. Теория избыточных и сверхизбыточных измерений: формализованное описание третьей группы правил вывода уравнений избыточных измерений крутизны преобразования. Сообщение 7.2 / В. Т. Кондратов // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. — 2014. — № 1. — С. 3-17.
6. Кондратов В.Т. Теория избыточных и сверхизбыточных измерений: формализованное описание третьей группы правил вывода уравнений избыточных измерений крутизны преобразования. Сообщение 7.3 / В. Т. Кондратов // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. — 2014. — № 1. — С. 7-23.
7. Кондратов В.Т. Теория избыточных и сверхизбыточных измерений: философские аспекты сверхизбыточных измерений. Сообщение 2 / В. Т. Кондратов // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. — 2013. — № 5. — С. 185-193.

References

1. Kondratov V.T. Teorija izbytochnykh i sverkhizbytochnykh izmerenij: formalizovannoe opisanie obschikh pravil vyvoda uravnenij izbytochnykh izmerenij krutizny preobrazovanij. Soobschenie 4 / V. T. Kondratov
2. // Vymiruvalna ta obchysluvna tekhnika v tekhnologichnykh protsesakh. — 2013. — № 4. — С. 3-17.
3. Kondratov V.T. Teorija izbytochnykh i sverkhizbytochnykh izmerenij: formalizovannoe opisanie pervoj grupy pravil vyvoda uravnenij izbytochnykh izmerenij krutizny preobrazovanij. Soobschenie 5 / V. T. Kondratov // Vymiruvalna ta obchysluvna tekhnika v tekhnologichnykh protsesakh. — 2013. — № 4. — С. 115-128.
4. Kondratov V.T. Teorija izbytochnykh i sverkhizbytochnykh izmerenij: formalizovannoe opisanie vtoroj grupy pravil vyvoda uravnenij izbytochnykh izmerenij krutizny preobrazovanij. Soobschenie 6 / V. T. Kondratov //
5. Vymiruvalna ta obchysluvna tekhnika v tekhnologichnykh protsesakh. — 2013. — № 4. — С. 134-147.
6. Kondratov V.T. Teorija izbytochnykh i sverkhizbytochnykh izmerenij: formalizovannoe opisanie tretej grupy pravil vyvoda uravnenij izbytochnykh izmerenij krutizny preobrazovanij. Soobschenie 7.1 / V. T. Kondratov // Visnyk Khmelniczkoogo naczionalnogo universitetu. Tekhnichni nauky. — 2014. — № 1. — С. 165-178.
7. Kondratov V.T. Teorija izbytochnykh i sverkhizbytochnykh izmerenij: formalizovannoe opisanie tretej grupy pravil vyvoda uravnenij izbytochnykh izmerenij krutizny preobrazovanij. Soobschenie 7.2 / V. T. Kondratov // Vymiruvalna ta obchysluvna tekhnika v tekhnologichnykh protsesakh. — 2014. — № 1. — С. 3-17.
8. Kondratov V.T. Teorija izbytochnykh i sverkhizbytochnykh izmerenij: formalizovannoe opisanie tretej grupy pravil vyvoda uravnenij izbytochnykh izmerenij krutizny preobrazovanij. Soobschenie 7.3 / V. T. Kondratov // Vymiruvalna ta obchysluvna tekhnika v tekhnologichnykh protsesakh. — 2014. — № 1. — С. 7-23.
9. Kondratov V.T. Teorija izbytochnykh i sverkhizbytochnykh izmerenij: filosofskie aspekty sverkh-izbytochnykh izmerenij. Soobschenie 2 / V. T. Kondratov // Visnyk Khmelniczkoogo naczionalnogo universitetu. Tekhnichni nauky. — 2013. — № 5. — С. 185-193.