

АПРОКСИМАЦІЯ ЗАЛЕЖНОСТІ ВОЛЬТ-АМПЕРНОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДІОДА ШОТКІ ВІД ТЕМПЕРАТУРИ

Стаття присвячена дослідженню впливу температури на параметри надвисокочастотних малопотужних діодів з бар'єром Шоткі. Розглянуто та проаналізовано дані двофакторного експерименту, що описують залежність вихідного струму від вхідної напруги та температури. Розглянуто методику отримання аналітичних залежностей для вольт-амперних характеристик діодів Шоткі з врахуванням температури. Для окремого діода Шоткі виконано апроксимацію сімейства прямих та зворотних вольт-амперних характеристик. Прямі характеристики апроксимовані поліномом шостого порядку із коефіцієнтами у вигляді поліномів третього порядку. Для знаходження параметрів поліноміальної регресії було використано алгоритм Левенберга-Марквардта. Сімейство зворотних апроксимоване кусково-лінійною функцією з коефіцієнтами у вигляді поліномів шостого порядку. Отримані похибки апроксимації підтверджують ефективність методики.

Ключові слова: діод, температура, напруга, струм, апроксимація.

A.S. KASHTALIAN

Khmelnitsky National University, Khmelnytsky, Ukraine

APPROXIMATION OF THE DEPENDENCE OF THE SCHOTTKY DIODE IV CURVES VS TEMPERATURE

Abstract. Schottky diodes find the place in measuring equipment as detectors and measuring converters of ultrahigh frequency electromagnetic fields among other applications. Temperature has essential influence on Schottky diode's parameters therefore dependence of the diode's IV characteristics on temperature should be considered in devices developing and functioning. The data analysis of two-factorial experiments of ultrahigh frequency low power diode is implemented. Approximation of forward and reverse IV curves sets are accomplished for Schottky separate diode taking into account temperature. Forward characteristics are approximated by a polynomial of the sixth order with coefficients in the form of polynomials of the third order. Levenberg-Marquardt algorithm was applied to finding of polynomial regression parameters. Reverse characteristics set is approximated by piecewise linear function with coefficients in the form of sixth order polynomials. Thus the technique of obtaining of analytical dependences of output current vs. input voltage and temperature is received. These relations allow to consider temperature factor already at a development stage and also to correct an additional temperature error in the process of device functioning.

Key words: diode, temperature, voltage, current, approximation.

Постановка задачі, аналіз досліджень та публікацій. Діоди з бар'єром Шоткі виготовляють на основі структури метал-напівпровідник, такий електричний перехід має ряд відмінностей від напівпровідникового p-n переходу. За рахунок технології виготовлення в діодах Шоткі гранична частота значно вища, ніж у діодів на p-n переходах. Тому діоди Шоткі використовуються для випрямлення малих напруг високої частоти, в високочастотних змішувачах, в швидкодіючих імпульсних колах, а також у вимірювальній техніці у якості детекторів та вимірювальних перетворювачів параметрів електромагнітних полів надвисокої частоти [1].

Таблиця 1

Параметри діода HSMS2800 при температурі 25°C

Напруга пробою, V_{BR} (В)	70
Максимальна пряма напруга, V_F (В)	1,0
Максимальний прямий струм, I_F (мА)	15
Максимальна зворотна напруга, V_R (В)	50
Максимальний зворотний струм, I_R (µА)	200
Максимальна ємність, C_T (пФ)	2,0
Типовий динамічний опір, R_D (Ом)	35

Вольт-амперна характеристика (ВАХ) є найважливішим параметром напівпровідникових діодів, в тому числі надвисокочастотних детекторних діодів з бар'єром Шоткі. Як і інші параметри напівпровідникових діодів ВАХ залежить від температури. Ця залежність є нелінійною, і на сьогоднішній день прийнято в технічних даних надавати ВАХ за нормальної температури та/або ще за декількох попередньо визначених значень (звичайно, при 25°C, 75°C і 125°C). Криві при цьому визначаються дослідним шляхом, проводячи випробування при вказаних температурах. Якщо ж виникне необхідність використовувати діод за інших температур, то доводиться проводити додаткові випробування, задовольнятися інтерполяцією наявних кривих або враховувати додаткову похибку, що виникне при зміні температури. Для деяких інших типів напівпровідникових пристроїв, зокрема таких як силові діоди та тиристри, розглядаються аналітичні моделі із врахуванням температури [2, 3]. Тому доцільно враховувати температуру як вхідну величину при побудові моделі напівпровідникового діода Шоткі. Отримання такої моделі стає особливо актуальним при побудові вимірювальних перетворювачів на основі діодів Шоткі.

Матеріал і результати досліджень. Для дослідження діодів з бар'єром Шоткі було використано

один з типових представників діодів такого класу – малопотужний надвисокочастотний діод HSMS2800, його параметри приведені в табл. 1, сімейство прямих та зворотних ВАХ для температур 25°C, 75°C і 125°C зображено на рис. 1, 2.

Динамічний опір визначено за співвідношенням $R_D = R_S + 5,2$ при температурі 25°C та прямому струмі $I_F = 5$ мА.

Залежність параметрів роботи напівпровідникового діода від температури можна пояснити на основі теорії термоелектронної емісії. Струм, що протікає через бар'єр Шоткі можна визначити з теорії термоелектронної емісії та співвідношення між струмом та напругою діода Шоткі [4]

$$I = I_S \exp\left(\frac{qV}{nkT}\right) \left[1 - \exp\left(\frac{-qV}{kT}\right)\right], \quad (1)$$

де

$$I_S = S A^{**} T^2 \exp\left(\frac{-q\phi_{b0}}{kT}\right),$$

де I_S – струм насичення, q – заряд електрона, V – прикладена напруга, T – абсолютна температура, n – коефіцієнт ідеальності, k – константа Больцмана, S – площа контакту, A^{**} – константа Річардсона, ϕ_{b0} – висота потенційного бар'єру.

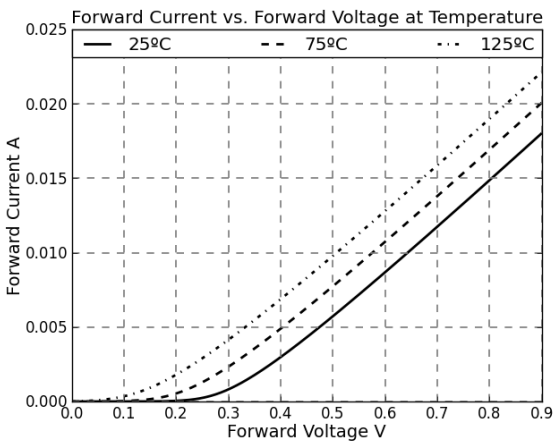


Рис. 1. Сімейство прямих ВАХ діода HSMS2800

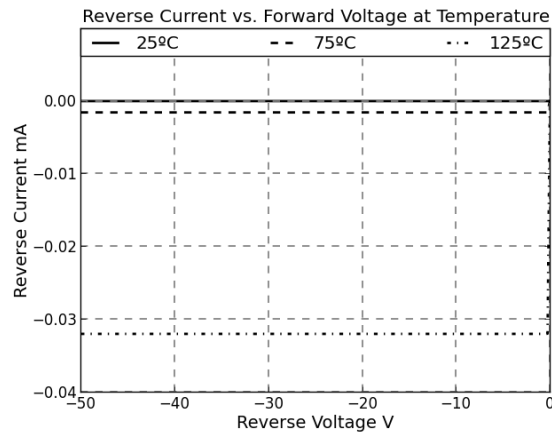


Рис. 2. Сімейство зворотних ВАХ діода HSMS2800

Висота потенційного бар'єру може бути отримана безпосередньо з ВАХ, якщо відома константа Річардсона A^{**} . Величини висоти потенційного бар'єру визначені із струму насичення I_S , константа Річардсона $A^{**} = 1,12 \times 10^6$ Ам-2К-2 для контакту Au/n-Si.

$$\phi_{b0} = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{S A^{**} T^2}{I_S}\right). \quad (2)$$

З рівняння (1) видно, що логарифмічна залежність $I/[1 - \exp(-qV/kT)]$ від V є лінійною, струм насичення I_S знаходиться в точках рівності напруги нулю для кожної температури.

Коефіцієнт ідеальності n знаходиться з відповідності роботи діода реальній термоелектронній емісії та визначається з нахилу лінійної ділянки прямої вітки логарифмічної ВАХ через відношення

$$n = \frac{q}{kT} \left(\frac{dV}{d(\ln I)} \right). \quad (3)$$

Для ідеального діода $n=1$, однак коефіцієнт ідеальності n завжди має величину більшу за одиницю. Величини висоти потенційного бар'єру ϕ_{b0} та коефіцієнта ідеальності n діода Шоткі при різних температурах розраховано з рівнянь (2) та (3).

На графіку (рис. 3) наведено залежності величин n та ϕ_{b0} від температури. Як видно з графіків, висота бар'єру та коефіцієнт ідеальності

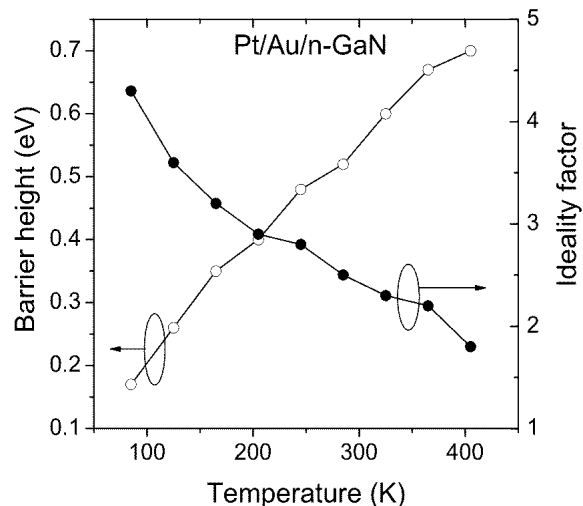


Рис. 3. Залежність висоти потенційного бар'єру та коефіцієнта ідеальності контакту Шоткі від температури

вагомо залежать від температури. Коефіцієнт ідеальності n зменшується, тоді як висота бар'єру ϕ_{b0} збільшується із збільшенням температури.

Внаслідок цих процесів температура значно впливає на параметри діода в процесі його роботи. Окремі вітки ВАХ напівпровідникового діода не надають достатньої інформації для врахування цього впливу. Тому необхідне проведення додаткового двофакторного експерименту. Було отримано масив експериментальних даних для діода HSMS2800: вимірювання були проведені для 109 значень температури та 192 значень вхідної напруги, що знаходяться в межах робочих температур та напруг. Експериментальні ВАХ діода, що враховують залежність від температури на рівні із вхідною напругою, можна відобразити поверхнями (рис. 4, рис. 5). Розглянемо окремо ВАХ при прямому та зворотному ввімкненні діода, оскільки діапазон значень струмів та напруг віток суттєво відрізняється.

В загальному дослідження сімейства прямих та зворотних віток ВАХ аналогічне, тому докладно зупинимось на дослідженні прямої вітки. В якості факторів (аргументів) досліду використано температуру та вхідну пряму напругу. Результатом є прямий вихідний струм

$$i_f = f(T, u_f).$$

В подальшому викладі упускатимемо індекс f , що вказує на пряму вітку ВАХ (forward) для спрощення запису.

Forward Current vs. Forward Voltage and Temperature

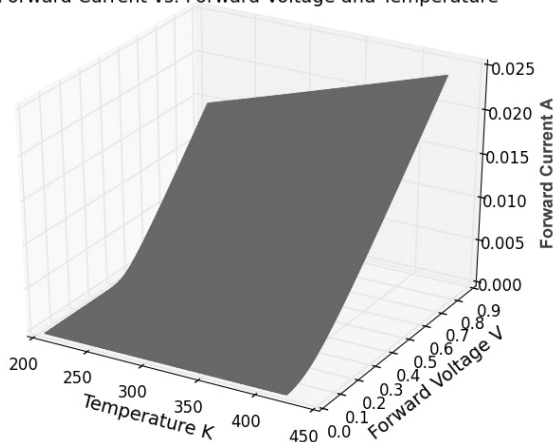


Рис. 4. Залежність прямого струму від прямої напруги та температури діода HSMS2800

Reverse Current vs. Reverse Voltage and Temperature

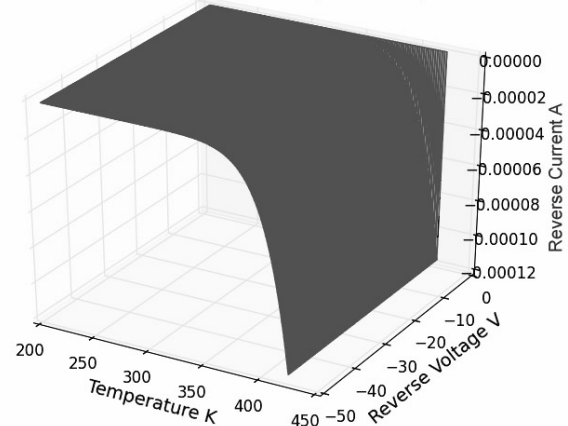


Рис. 5. Залежність зворотного струму від зворотної напруги та температури діода HSMS2800

Апроксимацію функції двох змінних виконаємо в такому порядку.

1. Розглянемо залежність вихідного струму від вхідної напруги прямої ВАХ у вигляді сімейства кривих (рис. 6), де кожна вітка представляє собою залежність вихідного струму i від вхідної напруги u за фіксованого значення температури

$$i_1 = f_1(u), \quad T = T_1$$

$$i_2 = f_2(u), \quad T = T_2$$

...

$$i_M = f_M(u) \quad T = T_M$$

де M – кількість віток сімейства. Експериментальне дослідження проводилось для $M = 109$ в діапазоні робочих температур діода від $T_1 = 208,15$ К до $T_M = 423,15$ К.

2. Підберемо вид апроксимуючої функції, єдиний для всіх кривих сімейства.

До вольт-амперних характеристик застосовують різні типи апроксимації. Зокрема, при достатньо великому вхідному сигналі може бути використана кусочно-лінійна апроксимація $i = u/R_d$ де R_d – опір діода. Розрахунок характеристик діода при прямому ввімкненні на основі кусочно-лінійної апроксимації є наближеним та за малої амплітуди вхідного сигналу може призвести до великих похибок.

Іншим поширеним видом апроксимації є квадратична апроксимація. Застосовується вона здебільшого до вимірювальних діодних перетворювачів, оскільки випрямлений струм є пропорційний до вхідної потужності сигналу, а відповідно пропорційний квадрату вхідної напруги. ВАХ записується у вигляді $i = Ku^2$, де K – коефіцієнт пропорційності. При використанні діода у якості вимірювального перетворювача обирається робочий динамічний діапазон у межах квадратичної ділянки ВАХ. Застосування цього виду апроксимації поза межами квадратичної ділянки ВАХ може призвести до значних похибок.

До багатьох напівпровідникових діодів, в тому числі до діодів Шоткі, застосовувана експоненціальна апроксимація, що дозволяє отримувати прості вирази для струмів і напруг та забезпечує при розв'язку більшості технічних задач достатню точність. Апроксимаційний вираз

$i = I_p \exp[\alpha(u - U_p)]$, де $\alpha = \alpha_T/n$, $\alpha_T = q/kT$, $\alpha T = 39 \text{ 1/V}$ – теоретичне значення коефіцієнту для 300 K , I_p та U_p – струм та напруга для однієї точки ВАХ, що обирається в робочій області з умови найкращої відповідності апроксимації реальної ВАХ [5].

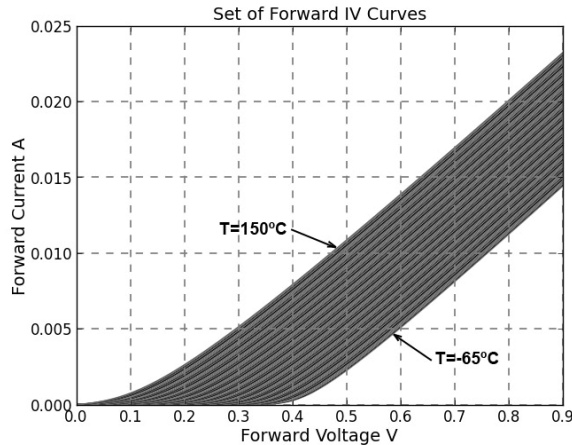


Рис. 6. Сімейство прямих ВАХ діода HSMS2800 за різних температур в діапазоні 208,15 К до 423,15 К

Найбільшу точність можна забезпечити застосовуючи поліноміальну апроксимацію, коли в якості апроксимуючих функцій використовуються поліноми n -го порядку. Така апроксимація приводить до більш складних результатів, але з врахуванням можливостей сучасної обчислювальної техніки це не є значним недоліком.

Виходячи з потреби забезпечити максимально можливу точність апроксимації обираємо для кривих сімейства в якості апроксимуючої функції поліном 6-го порядку

$$\begin{aligned}
 i_1 &= a_{10} + a_{11}u + a_{21}u^2 + \dots + a_{16}u^6 \\
 i_2 &= a_{20} + a_{21}u + a_{22}u^2 + \dots + a_{26}u^6 \\
 &\dots \\
 i_M &= a_{M0} + a_{M1}u + a_{M2}u^2 + \dots + a_{M6}u^6
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

Для кожної кривої значення вихідного струму та вхідної напруги були виміряні у 91 точці в діапазоні від 0 В до 0,9 В.

3. Виконаємо апроксимацію кривих для отримання коефіцієнтів a_0, a_1, \dots, a_6 з рівняння для кожної окремої кривої. Для однієї кривої рівняння з (4) представляє собою модель поліноміальної регресії, де u – детермінована змінна, значення якої в експериментах задавалось довільно; a_0, a_1, \dots, a_6 – невідомі коефіцієнти.

Параметри поліноміальної регресії знайдемо за алгоритмом Левенберга-Марквардта. В якості критерію оптимізації використовується середньоквадратична похибка моделі на навчальній вибірці [6].

Множина пар $D = \{(u_n, i_n)\}_{n=1}^N$ є регресійною вибіркою; $N=91$ – розмір вибірки, $u \in U^N$ – незалежна змінна, $i \in I^N$ – залежна змінна. Регресійна модель $f(\mathbf{a}, u_n)$ неперервно диференційована в області $A \times U$. Знайдемо вектор параметрів \mathbf{a} , який забезпечує локальний мінімум функції похибки

$$E_D = \sum_{n=1}^N (i_n - f(\mathbf{a}, u_n))^2
 \tag{5}$$

Перед початком роботи алгоритму задається початковий вектор параметрів \mathbf{a} . На кожному кроці ітерації цей вектор змінюється на вектор $\mathbf{a} + \Delta\mathbf{a}$. Для оцінки приросту $\Delta\mathbf{a}$ використовується лінійне наближення функції

$$f(\mathbf{a} + \Delta\mathbf{a}, \mathbf{u}) \approx f(\mathbf{a}, \mathbf{u}) + \mathbf{J}\Delta\mathbf{a},$$

де \mathbf{J} – яacobіан функції $f(\mathbf{a}, u_n)$ в точці \mathbf{a} . ($N \times 7$) матрицю \mathbf{J} наглядно можна представити у вигляді

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(\mathbf{a}, u_1)}{\partial a_0} & \dots & \frac{\partial f(\mathbf{a}, u_1)}{\partial a_6} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f(\mathbf{a}, u_N)}{\partial a_0} & \dots & \frac{\partial f(\mathbf{a}, u_N)}{\partial a_6} \end{bmatrix}$$

Тут вектор параметрів $\mathbf{a} = [a_0, a_1, \dots, a_6]^T$.

Приріст $\Delta \mathbf{a}$ в точці \mathbf{a} , що дає мінімум E_D , дорівнює нулю. Тому для знаходження наступного значення приросту $\Delta \mathbf{a}$ прирівнюємо до нуля вектор часткових похідних E_D по \mathbf{a} . Для цього (5) представимо у вигляді

$$E_D = \|\mathbf{i} - f(\mathbf{a} + \Delta \mathbf{a})\|^2,$$

де $\mathbf{i} = [i_1, \dots, i_N]^T$ та

$$f(\mathbf{a} + \Delta \mathbf{a}) = [f(\mathbf{a} + \Delta \mathbf{a}, u_1), \dots, f(\mathbf{a} + \Delta \mathbf{a}, u_N)]^T.$$

Перетворюючи цей вираз

$$\begin{aligned} \|\mathbf{i} - f(\mathbf{a} + \Delta \mathbf{a})\|^2 &= (\mathbf{i} - f(\mathbf{a} + \Delta \mathbf{a}))^T (\mathbf{i} - f(\mathbf{a} + \Delta \mathbf{a})) = \\ &= f^T(\mathbf{a} + \Delta \mathbf{a}) f(\mathbf{a} + \Delta \mathbf{a}) - 2\mathbf{i}^T f(\mathbf{a} + \Delta \mathbf{a}) + \mathbf{i}^T \mathbf{i} \end{aligned}$$

та диференціюючи його, отримуємо

$$\frac{\partial E_D}{\partial \mathbf{a}} = (\mathbf{J}^T \mathbf{J}) \Delta \mathbf{a} - \mathbf{J}^T (\mathbf{i} - f(\mathbf{a})) = 0.$$

Для знаходження значення $\Delta \mathbf{a}$ необхідно розв'язати систему лінійних рівнянь

$$\Delta \mathbf{a} = (\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T (\mathbf{i} - f(\mathbf{a})).$$

Оскільки число обумовленості матриці $\mathbf{J}^T \mathbf{J}$ є квадрат числа обумовленості матриці \mathbf{J} , то матриця $\mathbf{J}^T \mathbf{J}$ може виявитися суттєво виродженою. Тому введемо параметр регуляризації $\lambda \geq 1$,

$$\Delta \mathbf{a} = (\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{J}^T (\mathbf{i} - f(\mathbf{a})),$$

де \mathbf{I} – одинична матриця. Цей параметр призначається на кожній ітерації алгоритму. Якщо значення E_D зменшується швидко, мале значення λ зведе алгоритм Левенберга-Марквардта до алгоритму Гаусса-Ньютона.

Для уникнення значного збільшення параметра λ при поганій швидкості апроксимації діагональ матриці $\mathbf{J}^T \mathbf{J}$ використовується в якості регуляризаційного доданка

$$\Delta \mathbf{a} = (\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \lambda \text{diag}(\mathbf{J}^T \mathbf{J}))^{-1} \mathbf{J}^T (\mathbf{i} - f(\mathbf{a})).$$

Алгоритм зупиняється в тому випадку, якщо приріст $\Delta \mathbf{a}$ в наступній ітерації менше заданого значення, або якщо параметри \mathbf{a} забезпечують похибку E_D менше заданої величини. Шуканим значенням \mathbf{a} є значення на останній ітерації.

В результаті виконання алгоритму отримані чисельні значення коефіцієнтів апроксимуючої функції a_0, a_1, \dots, a_6 для всіх кривих сімейства.

4. Розглядаючи коефіцієнти a_0, a_1, \dots, a_6 як функції змінної T , виконаємо апроксимацію для залежностей $a_0 = f_0(T), a_1 = f_1(T), \dots, a_6 = f_6(T)$. Для визначення типу апроксимуючих функцій розглянемо графіки залежностей коефіцієнтів від температури (рис. 7).

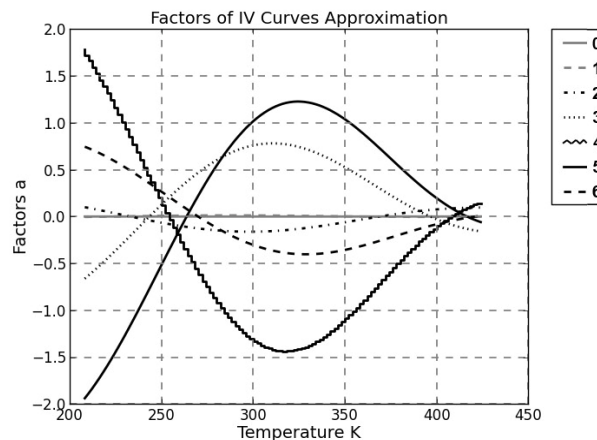


Рис. 7. Залежність коефіцієнтів a_0, a_1, \dots, a_6 вольт-амперних кривих від температури

Характер залежностей вказує на те, що до коефіцієнтів a_0, a_1, \dots, a_6 також може бути застосована поліноміальна апроксимація. В якості апроксимуючої функції було обрано поліном 3-го порядку. Тоді залежності коефіцієнтів a_0, a_1, \dots, a_6 від температури можна записати у вигляді

$$\begin{aligned}
 a_0 &= b_{00} + b_{01}T + b_{02}T^2 + b_{03}T^3; \\
 a_1 &= b_{10} + b_{11}T + b_{12}T^2 + b_{13}T^3; \\
 &\dots \\
 a_6 &= b_{60} + b_{61}T + b_{62}T^2 + b_{63}T^3.
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

Для однієї кривої в (6) маємо модель поліноміальної регресії. Детермінованою змінною є температура T ; b_0, b_1, b_2, b_3 – шукані коефіцієнти. Застосуємо алгоритм Левенберга-Марквардта до множини пар $D = \{(T_m, i_m)\}_{m=1}^M$, розмір вибірки $M = 109$. Шукаємо вектор параметрів b , який забезпечує локальний мінімум функції похибки

$$E_D = \sum_{m=1}^M (a_m - f(\mathbf{b}, T_m))^2.$$

Результатом є чисельні значення коефіцієнтів b_0, b_1, b_2, b_3 функцій коефіцієнтів a_0, a_1, \dots, a_6 .

5. Вирази $a_0 = f_0(T), a_1 = f_1(T), \dots, a_6 = f_6(T)$ підставимо у співвідношення $i_f = f(u_f)$.

Отримаємо

$$i = a_0 + a_1u + a_2u^2 + a_3u^3 + a_4u^4 + a_5u^5 + a_6u^6,$$

де коефіцієнти a_0, a_1, \dots, a_6 визначаються з (6).

Матриця коефіцієнтів \mathbf{b}

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_{00} & b_{01} & b_{02} & b_{03} \\ b_{10} & b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{20} & b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{30} & b_{31} & b_{32} & b_{33} \\ b_{40} & b_{41} & b_{42} & b_{43} \\ b_{50} & b_{51} & b_{52} & b_{53} \\ b_{60} & b_{61} & b_{62} & b_{63} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8,675e-03 & -8,467e-05 & 2,631e-07 & -2,629e-10 \\ -5,605e-01 & 5,342e-03 & -1,623e-05 & 1,589e-08 \\ 5,630e+00 & -5,026e-02 & 1,407e-04 & -1,246e-07 \\ -2,081e+01 & 1,727e-01 & -4,424e-04 & 3,519e-07 \\ 3,532e+01 & -2,715e-01 & 6,291e-04 & -4,311e-07 \\ -2,806e+01 & 1,989e-01 & -4,054e-04 & 2,134e-07 \\ 8,481e+00 & -5,488e-02 & 9,304e-05 & -2,395e-08 \end{bmatrix}$$

Середньоквадратична похибка апроксимації залежності прямої вольт-амперної характеристики від температури складає $4,9897e-07$, що забезпечує достатню точність аналітичної моделі.

Апроксимацію зворотної ВАХ діода виконаємо за тією ж методикою, що i прямої ВАХ. Зворотний вихідний струм є функцією зворотної вхідної напруги та температури

$$i_r = f(T, u_r).$$

При подальшому розгляді не будемо додавати індекси r , що відображають приналежність струму та напруги до зворотної вітки (reverse) для спрощення запису.

1. Розглянемо сімейство зворотних вольт-амперних характеристик діода HSMS2800 (рис. 8).

2. До зворотних віток ВАХ напівпровідникового діода застосуємо кусково-лінійну апроксимацію.

Залежності вихідного струму від вхідної напруги набудуть вигляду

$$\begin{aligned}
 i_1 = f_1(u) &= \begin{cases} a_{11}u + a_{10}, u \in [-0,5; 0] \\ a_{12}, u \in [-50; -0,5], \end{cases} & T = T_1 \\
 &\dots & \dots \\
 i_M = f_M(u) &= \begin{cases} a_{M1}u + a_{M0}, u \in [-0,5; 0] \\ a_{M2}, u \in [-50; -0,5], \end{cases} & T = T_M
 \end{aligned}$$

Для зворотних віток ВАХ значення напруга-струм були виміряні у 101 точці в діапазоні від 0 В до 50 В.

3. Виконаємо апроксимацію кривих для знаходження числових значень коефіцієнтів a_0, a_1 та a_2 . В діапазоні вхідних напруг від 0 В до 0,5 В залежність $i = f(u) = a_1u + a_0$ представляє собою лінійно-регресійну модель. Множина пар $D = \{(u_n, i_n)\}_{n=1}^N$ є регресійною вибіркою; $N = 101$ – розмір вибірки. Знайдемо параметри моделі a_0 та a_1 методом градієнтного спуску.

Метою лінійно-регресійної моделі є мінімізація цільової функції

$$J(a) = \frac{1}{2N} \sum_{n=1}^N (f(\mathbf{a}, u_n) - i_n)^2.$$

Відповідно до методу градієнтного спуску на кожній ітерації виконується зміна коефіцієнтів

$$a_0 = a_0 - \alpha \frac{1}{M} (f(\mathbf{a}, u_n) - i_n) u_n,$$

$$a_1 = a_1 - \alpha \frac{1}{M} (f(\mathbf{a}, u_n) - i_n) u_n.$$

Застосовуючи метод градієнтного спуску, отримуємо чисельні значення коефіцієнтів a_0 та a_1 для кривих сімейства.

4. Розглянемо коефіцієнти a_0 , a_1 та a_2 як функції від температури: $a_0 = f_0(T), a_1 = f_1(T), a_2 = f_2(T)$ (рис. 9).

Як видно з графіків, і підтверджується числовими даними, коефіцієнт a_0 наближається до нуля, а коефіцієнти a_1 та a_2 мають однаковий характер залежностей. Тому прийmemo $a_0 = 0$. Для коефіцієнтів a_1 та a_2 та знайдемо функції $a_1 = f_1(T), a_2 = f_2(T)$. Апроксимуємо ці залежності поліномом 6-го степеня

$$a_1 = b_{10} + b_{11}T + b_{12}T^2 + \dots + b_{16}T^6,$$

$$a_2 = b_{20} + b_{21}T + b_{22}T^2 + \dots + b_{26}T^6 \tag{7}$$

за алгоритмом Левенберга-Марквардта, враховуючи регресійною вибіркою $D = \{(T_m, i_m)\}_{m=1}^M$, розмір вибірки $M = 109$.

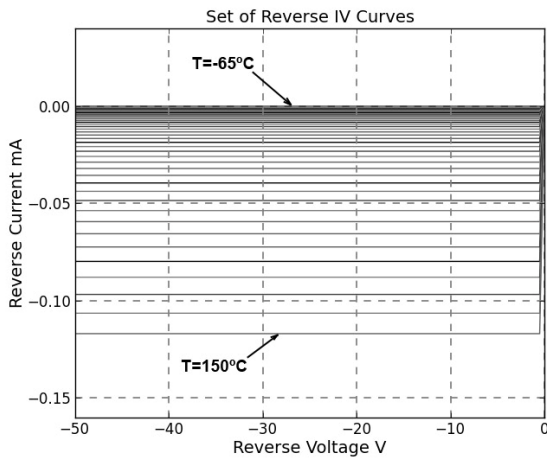


Рис. 8 Сімейство зворотних ВАХ діода HSMS2800 за різних температур в діапазоні 208,15 К до 423,15 К

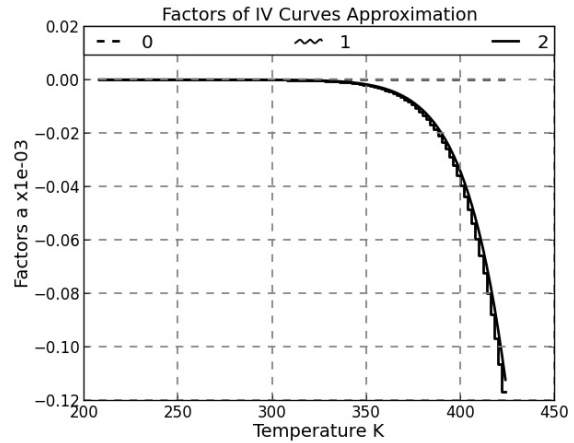


Рис. 9. Залежність коефіцієнтів апроксимації a_0, a_1, a_2 зворотних вольт-амперних кривих

5. Вирази $a_0 = 0, a_1 = f_1(T), a_2 = f_2(T)$ підставимо у співвідношення $i_r = f(T, u_r)$, отримаємо

$$i_r = \begin{cases} a_1 u_r, u_r \in [-0, 5; 0] \\ a_2, u_r \in [-50; -0, 5], \end{cases}$$

де коефіцієнти a_1 та a_2 визначаються з (7), а коефіцієнти b

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_{10} & b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} & b_{15} & b_{16} \\ b_{20} & b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} & b_{25} & b_{26} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} -1.190e-02 & 2.553e-04 & -2.266e-06 & 1.066e-08 & -2.802e-11 & 3.905e-14 & -2.256e-17 \\ -1.156e-02 & 2.477e-04 & -2.197e-06 & 1.032e-08 & -2.710e-11 & 3.774e-14 & -2.179e-17 \end{bmatrix}$$

Середньоквадратична похибка апроксимації вольт-амперної характеристики в розглянутому діапазоні температур складає $1,4024e-06$, що дещо вище за похибку апроксимації прямої ВАХ, але також забезпечує достатню точність.

Висновки. Отримані в роботі результати показують, що існують аналітичні вирази, що адекватно описують температурну залежність ВАХ діодів Шоткі. Так, сімейство прямих ВАХ діода з високим ступенем точності може бути описане поліном 6-го порядку із коефіцієнтами, що представляють собою поліноми 3-го порядку. Температурна залежність зворотного струму отримана на основі кусково-лінійної апроксимації із використанням коефіцієнтів, які представляють поліноми 6-го порядку. Такі аналітичні залежності дозволяють враховувати фактор температури вже на етапі розробки пристрою, а також коригувати додаткову температурну похибку в процесі його функціонування. В даному дослідженні за мету було поставлено отримати високу точність апроксимації, тому аналітичні вирази дещо складні, що втім не складає труднощів за сучасного рівня обчислювальної техніки. Тому подальше дослідження буде проведене в напрямку оптимізації аналітичної моделі за критеріями точність – складність моделі. Застосування

поліномів нижчого порядку та інших видів апроксимаційних функцій (зокрема, експоненціальних) може спростити аналітичні залежності, однак потребує оцінки похибки аналітичної моделі.

Література

1. Chen L.F. Microwave Electronics: Measurement and Materials Characterization / Chen L.F., Ong C.K., Neo C.P., Varadand V.V., Varadan V.K.. United Kingdom, John Wiley & Sons Ltd, 2004. 537 p.
2. Матюхин С. Моделирование температурной зависимости вольт-амперной характеристики силовых полупроводниковых приборов / С. Матюхин, А. Ставцев // Силовая электроника. – 2009. – № 5. – С. 51–53.
3. Rang T., Vaselo A., Rang G., Pikkov M. Comparison of turn-on characteristics of thyristor structures based on wide bandgap materials. *Estonian Journal of Engineering*. 2007. Vol. 13, Issue 4. pp. 445–454.
4. Rhoderick E.H. Metal Semiconductor Contacts / E.H. Rhoderick, R.H. Williams. – London: Clarendon Press, 1988. 252 p.
5. Лебедев А.И. Физика полупроводниковых приборов / Лебедев А.И. – М. : ФИЗМАТИЗДАТ, 2008. – 488 с.
6. Демиденко Е.З. Оптимизация и регрессия / Демиденко Е.З. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. – 296 с.

References

1. Chen L.F., Ong C.K., Neo C.P., Varadand V.V., Varadan V.K. (2004) *Microwave Electronics: Measurement and Materials Characterization*, John Wiley & Sons Ltd, United Kingdom.
2. Matiuhin S., Stavtsev A. (2009) “Modeling of temperature dependence of the power semiconductor devices IV characteristics”, *Silovaya elektronika*, no. 5, pp. 51-53, Russia.
3. Rang T., Vaselo A., Rang G., Pikkov M. (2007) “Comparison of turn-on characteristics of thyristor structures based on wide bandgap materials”, *Estonian Journal of Engineering*, Vol.13, Issue 4, pp.445-454, Estonia.
4. Rhoderick E.H., Williams R.H. (1988) *Metal Semiconductor Contacts*, Clarendon Press, London, United Kingdom.
5. Lebedev A.I. (2008) *Fizika poluprovodnikovih priborov* [Physics of semiconductor devices], FIZMATIZDAT, Moscow, Russia.
6. Demidenko E.Z. (1989) *Optimizatsiya i regressiya* [Optimization and regression], Nauka, Moscow, Russia.

Рецензія/Peer review : 18.5.2014 р.

Надрукована/Printed : 1.10.2014 р.
Рецензент: д.т.н., проф. О.М. Шинкарук