

В.М. СТРИЛЕЦЬ, О.Р. СТРИЛЕЦЬ, В.В. ЗАВАЛЬСЬКИЙ
 Національний університет водного господарства та природокористування, Рівне

НАПРУЖЕНИЙ СТАН ПІДКОВОПОДІБНИХ ПРУЖИН З ЗАЩЕМЛЕНИМИ КІНЦЯМИ У ПРУЖНИХ МУФТАХ

В роботі описана будова та принцип передавання обертового моменту пружними муфтами з підковоподібними пружинами з защемленими кінцями та досліджено їх напружений стан.

Ключові слова: пружна муфта, підковоподібна пружина, напружений стан.

V.M. STRILETS, O.R. STRILETS, V.V. ZAVALSKIY
 National University of Water Management and Nature Resources Use, Rivne, Ukraine

STRESS STATE OF U-SPRINGS WITH ENDS STRANGULATED OF RESILIENT COUPLING

Abstract – The conditions for deformations and strength calculations of resilient coupling with strangulated ends are given. The aim of the research is to describe the structure and principle of transmitting of torque by resilient coupling with U-springs, to investigate stress state of those springs. Couplings are responsible assembly units, which often determine the reliability of the whole machine. They have to provide such a responsible role, additional to its main purpose: to compensate the harmful effects of geometrical shafts axis offset and to absorb vibration, bumps and shocks that occur during the mechanical drives exploitation. A new resilient coupling with U-springs can provide these requirements. Based on this research suggested resilient coupling in which the torque transmitted by U-springs with strangulated ends provides smooth transmission of torque during machine launch or its insecure operation mode and improves the damping and compensating characteristics by a corresponding stiffness of resilient elements - springs.

Key words: resilient coupling, U-spring, stress state.

Постановка проблеми

Часто надійність і довговічність механічних приводів визначають муфти, які є достатньо відповідальними механічними пристроями. Різноманітні експлуатаційні функції сприяли розробці великої кількості конструкцій муфт, описаних у роботах [1, 2]. Основне призначення муфт – це з'єднання валів і передавання ними обертового моменту. Окрім вказаного, пружні муфти виконують такі відповідальні функції: компенсують шкідливий вплив зміщення геометричних осей кінців валів, що виникають унаслідок неточностей виготовлення, монтажу або конструктивних особливостей і умов експлуатації; амортизують вібрації, поштовхи та удари, що виникають.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Відома пружна муфта [3], яка містить ліву і праву півмуфти, на зовнішніх циліндричних поверхнях півмуфт виконані прямокутні кулачки і западини, крім того, прямокутні кулачки виступають по довжині півмуфт над їх внутрішніми торцевими поверхнями так, що при збиранні пружної муфти ці ділянки прямокутних кулачків, що виступають по довжині півмуфт над їх внутрішніми торцевими поверхнями розміщуються у западинах, а на обох торцевих поверхнях кулачків півмуфт виконані отвори у які встановлені підковоподібні пружини, причому пружини встановлені з деяким зазором. Основним недоліком цієї пружної муфти є те, що при виконанні прямокутних кулачків і западин півмуфт багато матеріалу іде в утіль, що збільшує їх вартість. Тому розроблені нові муфти пружні [4, 5], які позбавлені вказаних недоліків.

Мета роботи

Метою роботи є опис будови та принципу передавання обертового моменту новими пружними муфтами, та дослідження напруженого стану їх підковоподібних пружин, коли вони жорстко защемлені у кулачках.

Реалізація роботи

В даній роботі розглядається пружна муфта [4], яка показана на рис. 1. Пружна муфта складається з двох однакових півмуфт – правої 1 і лівої 2. На зовнішніх поверхнях фланців 3 півмуфт 1 і 2 виконані кулачки 4 і западини 5. В торцях кулачків 4 виконані отвори 6 у які, за допомогою, наприклад, пресової посадки встановлені циліндричні пальці 7, що виступають над торцями фланців півмуфт 1 і 2. По осі симетрії циліндричних пальців 7 виконані осьові отвори 8 для установки підковоподібних пружин 9.

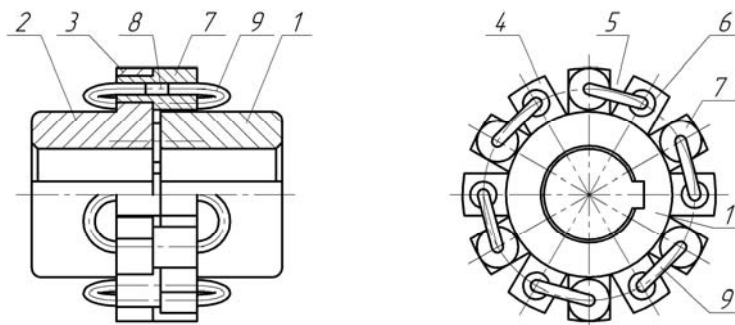


Рис. 1. Пружна муфта

Пружну муфту збирають наступним чином. На початку збирають півмуфти 1 і 2, у отвори 6 кулачків 4 запресовують циліндричні пальці 7. Далі встановлюють півмуфти 1 і 2 так, що ділянки циліндричних пальців 7, що виступають по довжині півмуфт 1 і 2 над їх внутрішніми торцевими поверхнями, розміщуються у западинах 5, а в поздовжні отвори 8 виконані у циліндричних пальцях 7 встановлюють підковоподібні пружини 9. Пружна муфта готова до роботи.

Пружна муфта працює так. При передачі обертового моменту від вала до вала через півмуфти 1 і 2, підковоподібні пружини 3 деформуються. За рахунок пружної деформації підковоподібних пружин 3 обертальний момент передається м'яко.

У запропонованій пружній муфті зменшуються витрати матеріалу і вартість виготовлення півмуфт із-за конструкції кулачків, які виготовлені складеними.

Створення нових муфт вимагає детальної розробки їх складових частин. Тому необхідно володіти відомими методами комп'ютерного моделювання деталей муфт, щоб розробляти та виготовляти їх. На рис. 2 показані моделі нової пружної муфти, які створені в системі "КОМПАС 3D" [6], в зібраному (рис.2, а) і в розібраному (рис.2, б) виглядах.

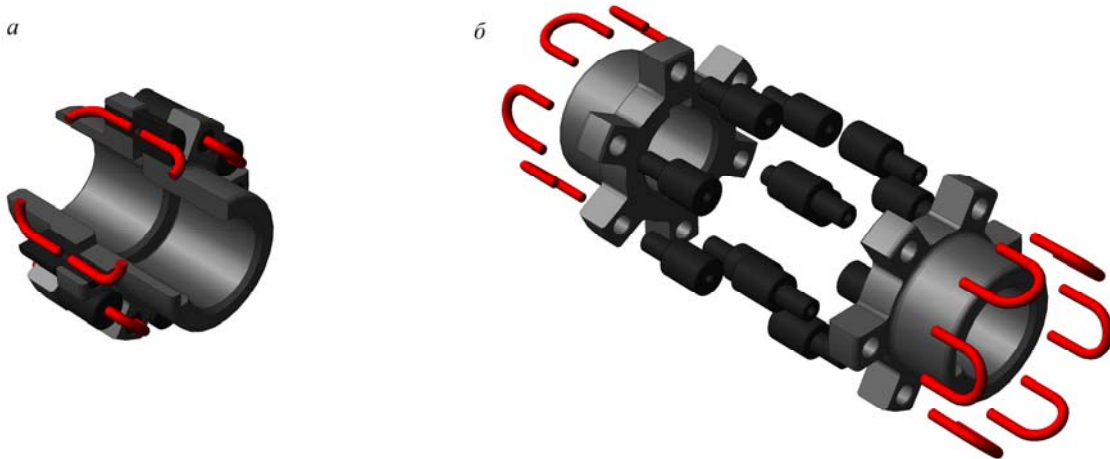


Рис. 2. Модель пружної муфти: а - в зібраному вигляді; б - в розібраному вигляді

Використання комп'ютерного моделювання при проектуванні пружної муфти дозволяє: на початковій стадії проектування отримати візуальне уявлення про муфту та її складові, оглянути її з будь-якої точки; підвищити точність, досягати великої економії часу і витрат на проектування; легко редагувати трьохмірну модель муфти, тобто вносити необхідні зміни; отримати велике число можливих варіантів проектних рішень для муфти і на основі глибокого аналізу вибрати самий кращий

Запропонована пружна муфта забезпечує плавну передачу обертового моменту в період пуску машини або неусталеного режиму її роботи за рахунок деформації підковоподібних пружин та покращує її демпфуючі та компенсуючі характеристики, а також, при виконанні таких кулачків, менше матеріалу іде в утіль.

Далі у статті розглянутий напружений стан підковоподібних пружин з защемленими кінцями у кулачках, при передачі ними обертового моменту. На рис. 3 показані схеми установки підковоподібних пружин: конструктивна на рис.3, а, а розрахункова – на рис. 3, б.

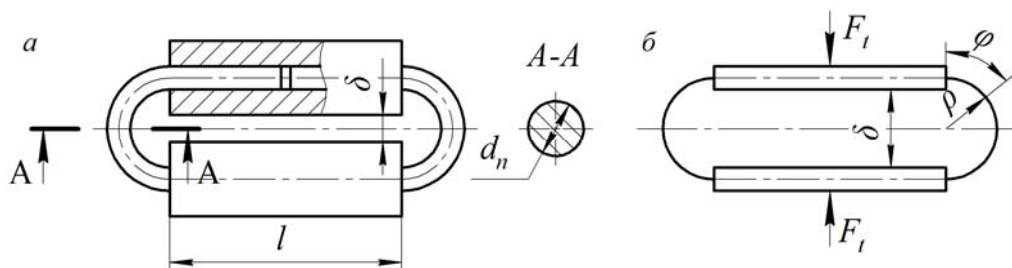


Рис. 3. Схема установки підковоподібних пружин: а – конструктивна; б – розрахункова

При вирішенні поставленої задачі прийняті наступні допущення: до вибору зазору δ кулачки муфти не деформуються, так як розміри їх поперечного перетину значно більші розмірів підковоподібних пружин; навантаження F прикладене до кулачків дотичне до кола розстановки підковоподібних пружин, рівне

$$F = \frac{F_t}{2z} = \frac{T_K}{zd}, \quad (1)$$

де T_K – обертальний момент, який передає муфта; d – діаметр розстановки пружин; z – число пар кулачків.

Кулачки з підковоподібними пружинами з защемленими кінцями пружної муфти можна подати, як плоску раму, з одним замкнутим контуром. Згідно [7] степінь статичної невизначеності H такої рами визначається за формулою (2)

$$H = L + 3K - Ш, \tag{2}$$

де L – число лишніх зовнішніх зв'язків; K – число замкнутих контурів; $Ш$ – число простих шарнірів. Тут $L = 0, K = 1, Ш = 0$. Тоді $H = 3$.

Для вивчення напруженого стану підковоподібних пружин спочатку складаємо еквівалентну та основну системи. Для складання еквівалентної системи, в місці вертикальної осі, яка є віссю симетрії, виконаємо розріз, тобто виявляємо зайві зв'язки при відкиданні яких рама залишається незмінною і статично визначеною. Еквівалентна система показана на рис. 4.

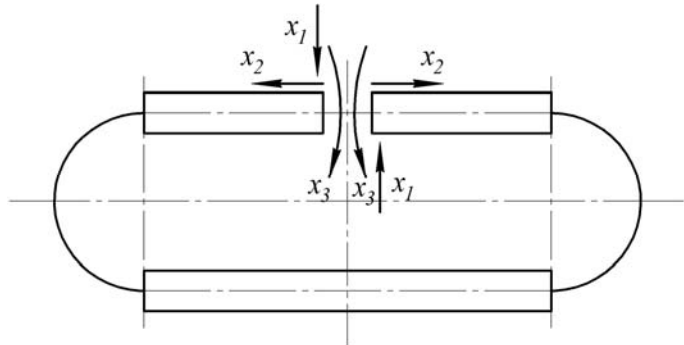


Рис. 4. Еквівалентна система

Зайві зв'язки приймаємо за невідомі x_1, x_2 і x_3 . Така рама деформується тотожно конструкції, що розглядається. Невідомі сили в еквівалентній системі визначаємо із умови рівності нулю переміщень напрямками x_1, x_2 і x_3 . Для цього складаємо канонічні рівняння методу сил:

$$\begin{aligned} \delta_{11}x_1 + \delta_{12}x_2 + \delta_{13}x_3 + \delta_{1F} &= 0; \\ \delta_{21}x_1 + \delta_{22}x_2 + \delta_{23}x_3 + \delta_{2F} &= 0; \\ \delta_{31}x_1 + \delta_{32}x_2 + \delta_{33}x_3 + \delta_{3F} &= 0, \end{aligned} \tag{3}$$

де $\delta_{11}, \delta_{22}, \delta_{33}$ – переміщення, відповідно за напрямками сил x_1, x_2 і x_3 , викликані відповідно силами $x_1=1, x_2=1$ і $x_3=1$; δ_{12} – переміщення за напрямком сили x_1 від сили $x_2=1$; δ_{13} – переміщення за напрямком сили x_1 від сили $x_3=1$; δ_{21} і δ_{23} – переміщення за напрямком сили x_2 від сил, відповідно $x_1=1$ і $x_3=1$; δ_{31} і δ_{32} – переміщення за напрямком сили x_3 від сил, відповідно $x_1=1$ і $x_2=1$; δ_{1F}, δ_{2F} і δ_{3F} – переміщення, відповідно за напрямками сил x_1, x_2 і x_3 , при дії на основну систему зовнішнього навантаження F . Основна система отримується із еквівалентної системи після звільнення її від зовнішнього навантаження F і невідомих сил x_1, x_2 і x_3 , які заміняють дію лишніх зв'язків. Основна система показана на рис. 5.

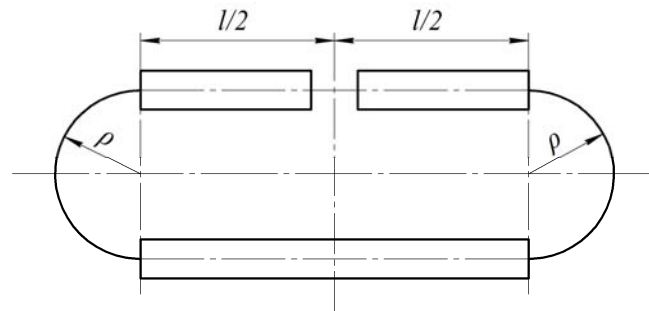


Рис. 5. Основна система

Переміщення $\delta_{11}, \delta_{12}, \delta_{13}, \delta_{21}, \delta_{22}, \delta_{23}, \delta_{31}, \delta_{32}, \delta_{33}, \delta_{1F}, \delta_{2F}$ і δ_{3F} визначаються за допомогою інтегралів Мора і в частинних випадках способом Верещагіна із виразів (4),

$$\begin{aligned} \delta_{11} &= \sum \int_0^S \frac{M_1^2 ds}{EJ}; \quad \delta_{22} = \sum \int_0^S \frac{M_2^2 ds}{EJ}; \quad \delta_{33} = \sum \int_0^S \frac{M_3^2 ds}{EJ}; \\ \delta_{12} &= \sum \int_0^S \frac{M_1 M_2 ds}{EJ}; \quad \delta_{13} = \sum \int_0^S \frac{M_1 M_3 ds}{EJ}; \quad \delta_{21} = \sum \int_0^S \frac{M_2 M_1 ds}{EJ}; \\ \delta_{23} &= \sum \int_0^S \frac{M_2 M_3 ds}{EJ}; \quad \delta_{31} = \sum \int_0^S \frac{M_3 M_1 ds}{EJ}; \quad \delta_{32} = \sum \int_0^S \frac{M_3 M_2 ds}{EJ}; \\ \delta_{1F} &= \sum \int_0^S \frac{M_1 M_F ds}{EJ}; \quad \delta_{2F} = \sum \int_0^S \frac{M_2 M_F ds}{EJ}; \quad \delta_{3F} = \sum \int_0^S \frac{M_3 M_F ds}{EJ}, \end{aligned} \tag{4}$$

де E – модуль пружності першого роду для матеріалу пружини; J – осьовий момент інерції перетину (див. рис. 5, А-А), рівний $J = \pi \cdot d_n^3 / 32$; M_1, M_2, M_3 і M_F – згинаючі моменти, відповідно від сил x_1, x_2, x_3 і F .

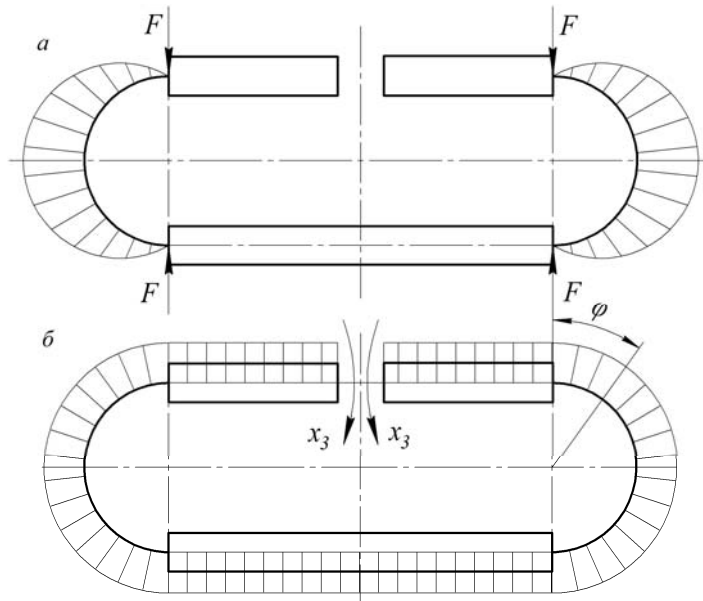
Із аналізу підінтегральних значень моментів виразів (4), де перемножуються симетричні епюри на кососиметричні, маємо: $\delta_{12}=\delta_{21}=0$; $\delta_{13}=\delta_{31}=0$; $\delta_{23}=\delta_{32}=0$; $\delta_{1F}=0$, і $\delta_{2F}=0$. Таким чином система канонічних рівнянь (3) зводиться до рівняння

$$\delta_{33}x_3 + \delta_{3F} = 0. \tag{5}$$

Переміщення δ_{33} і δ_{3F} у рівнянні (5) визначаємо за допомогою (4), взявши M_3 і M_F – згинаючі моменти із епюр, відповідно від сил x_3 і F , показаних на рис. 6 ($M_3 = 1$ і $M_F = F\rho \sin \varphi$).

Коли розв'язати (4) отримаємо, що:

$$\delta_{33} = \frac{2}{E \cdot J} (l + \pi\rho); \delta_{3F} = \frac{4F\rho^2}{EJ}. \quad (6)$$

Рис. 6. Епюри згинаючих моментів M_3 і M_F

Якщо в (5) підставити значення (6), тоді

$$x_3 = -\frac{2F\rho}{\Delta + \pi}, \quad (7)$$

де $\Delta = l / \rho$.

Визначаємо сумарний згинаючий момент за формулою

$$M_{F\Sigma} = M_F + x_3 M_3 \quad (8)$$

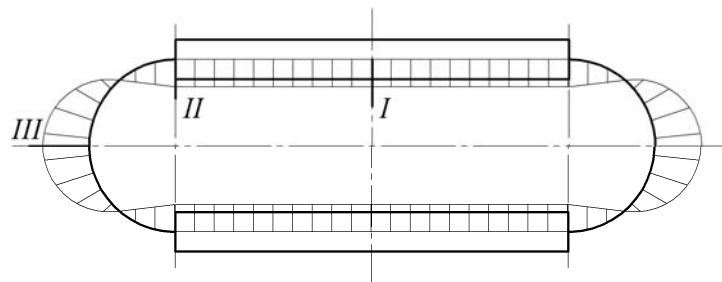
Так як $M_3 = 1$ і $M_F = F\rho \sin \varphi$, тоді

$$M_{F\Sigma} = F\rho \left(\sin \varphi - \frac{2}{\Delta + \pi} \right) \quad (9)$$

перетин I – для $s = 0$ і $\varphi = 0$, $M_{F\Sigma} = -\frac{2F\rho}{\Delta + \pi}$; перетин II – для $s = \frac{l}{2}$ і $\varphi = 0$, $M_{F\Sigma} = -\frac{2F\rho}{\Delta + \pi}$; перетин III –

для $\varphi = \frac{\pi}{2}$, $M_{F\Sigma} = F\rho \left(1 - \frac{2}{\Delta + \pi} \right)$.

За отриманими даними будемо епюру сумарного згинаючого моменту, показано на рис. 7.

Рис. 7. Епюра сумарного згинаючого моменту $M_{F\Sigma}$

Для визначення переміщень δ_{IF} , δ_{IIF} і δ_{IIIF} в перетинах, відповідно I, II і III використовуємо основну систему і застосовуємо спосіб Мора. Перетин I буде переміщатися як і перетин II. В напрямку переміщень δ_{IIF} і δ_{IIIF} прикладаємо одиничні сили $x=1$ і від них будемо епюри згинаючих моментів $M_{II} = \rho \sin \varphi$ і $M_{III} = \rho(1 - \cos \varphi)$, показані на рис. 8.

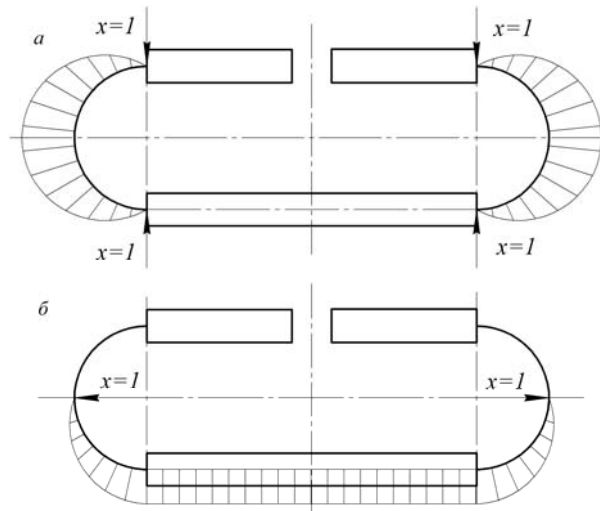


Рис. 8. Епюри згинаючих моментів M_{II} і M_{III}

$$\delta_{II} = \int_0^S \frac{M_{F\Sigma} M_{II} ds}{EJ}; \delta_{III} = \int_0^S \frac{M_{F\Sigma} M_{III} ds}{EJ}. \quad (10)$$

Якщо підставити значення $M_{F\Sigma}$, M_{II} і M_{III} в (10), отримаємо:

$$\delta_{II} = \frac{F\rho^3}{EJ} \cdot \frac{\pi(\Delta + \pi) - 8}{\Delta + \pi}; \delta_{III} = \frac{F\rho^3}{EJ} \cdot \frac{(\Delta + \pi) - 2(\pi - 2)}{\Delta + \pi}. \quad (11)$$

Епюра переміщень показана на рис. 9.

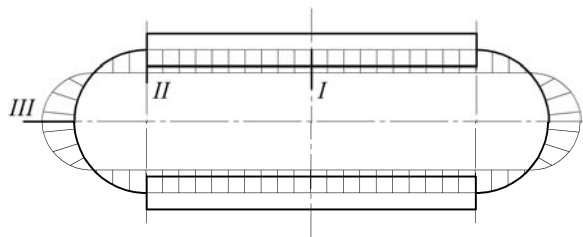


Рис. 9. Епюра переміщень

Для виконання практичних розрахунків вирази (9) і (11) подамо у вигляді:

$$M_{III\Sigma} = -\frac{T_K(b-b_1)}{d} a_1; M_{III\Sigma} = \frac{T_K(b-b_1)}{d} a_2; \delta_{II} = \frac{T_K(b-b_1)^3}{dhb_1^3 E} a_3; \delta_{III} = \frac{T_K(b-b_1)^3}{dhb_1^3 E} a_4, \quad (12)$$

де

$$a_1 = \frac{1}{\Delta + \pi}; a_2 = \frac{\Delta + \pi - 2}{2(\Delta + \pi)}; a_3 = \frac{3[\pi(\Delta + \pi) - 8]}{2(\Delta + \pi)}; a_4 = \frac{3[\pi(\Delta + \pi) - 2(\pi - 2)]}{2(\Delta + \pi)}. \quad (13)$$

Значення коефіцієнтів a_1 , a_2 , a_3 , і a_4 для $\Delta = 0 \dots 10$ визначені за допомогою ПЕОМ і зведені в табл. 1.

Таблиця 1

Значення коефіцієнтів a_1 , a_2 , a_3 , і a_4 .

Δ	a_1	a_2	a_3	a_4	Δ	a_1	a_2	a_3	a_4
0,0	0,3	0,2	0,9	0,4	5,5	0,1	0,4	3,3	1,1
0,5	0,3	0,2	1,4	0,6	6,0	0,1	0,4	3,5	1,1
1,0	0,2	0,3	1,8	0,7	6,5	0,1	0,4	3,5	1,2
1,5	0,2	0,3	2,1	0,8	7,0	0,1	0,4	3,6	1,2
2,0	0,2	0,3	2,4	0,8	7,5	0,1	0,4	3,6	1,2
2,5	0,2	0,3	2,6	0,9	8,0	0,1	0,4	3,6	1,2
3,0	0,2	0,3	2,8	0,9	8,5	0,1	0,4	3,7	1,2
3,5	0,2	0,3	2,9	1,0	9,0	0,1	0,4	3,7	1,2
4,0	0,1	0,4	3,0	1,0	9,5	0,1	0,4	3,8	1,2
4,5	0,1	0,4	3,1	1,1	10,0	0,1	0,4	3,8	1,2
5,0	0,1	0,4	3,2	1,1					

Висновки

Використовуючи вирази (12) і (13) та значення табл. 1, можна визначити згинаючі моменти і переміщення для підковоподібних пружин з защемленими кінцями залежно від обертального моменту, що передається, та розмірів і при цьому визначити напруження.

Література

1. Малащенко В.О. Муфти приводів. Конструкції та приклади розрахунків / В.О. Малащенко. – Львів : НУ “Львівська політехніка”, 2006. – 196 с.
2. Стрілець В.М. Будова, принцип роботи та розрахунки інерційно-відцентрової пружної муфти / В.М. Стрілець, В.А. Федорук, О.Р. Стрілець, Р.В. Ковальчук // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – Хмельницький : ХНУ, 2013. – Вип. 6. – С. 22–28.
3. Пат. 48367 Україна, МПК F 16 D 3/12. Пружна муфта / Стрілець О.Р., Марчук Н.М., Стрілець В.М. – u №2009 10886 ; заявл. 28.10. 09 ; опубл. 10.03.10, Бюл. №5.
4. Пат. 88380 Україна, МПК F 16 D 3/12. Пружна муфта / Стрілець О.Р., Стрілець В.М., Федорук В.А., Завальський В.В. – u №2013 12675 ; заявл. 30.10. 13 ; опубл. 11.03.14, Бюл. №5.
5. Пат. 91799 Україна, МПК F 16 D 3/12. Пружна муфта / Стрілець О.Р., Федорук В.А., Стрілець В.М., Завальський В.В. – u №2014 02648 ; заявл. 17.03.14 ; опубл. 10.07.14, Бюл. №13.
6. Кидрук М.И. Компас – 3D V9. Учебный курс / М.И. Кидрук. – СПб : Питер, 2007. – 496 с.
7. Спицина Д.Н. Строительная механика стержневых машино-строительных конструкций / Д.Н. Спицина. – М. : Высш. шк., 1997. – 248 с.

References

1. Malaschenko V. O. Mufty. Privodev. Konstrukcija i pryklady rozrakhunkiv [Text]. Lviv, NU “Lvivska politekhnik”, 2006. – 196 p. [in Ukrainian].
2. Strilets V.M., Fedoruk V.A., Strilets O.R., Kovalchuk R.V. Budova, pryntsyyp roboty ta rozrakhunky inertsyyno-vidtsentrovoy pruzhnoy myfty. *Visnyk Khmelnytskoho natsionalnoho universytetu. Technical science*. Khmelnytsky. 2013. Issue 6. pp. 22 – 28 [in Ukrainian].
3. Pat. 48367 Ukraine. MPK F 16 B 3/12. Pruzhna myfta / O. R. Strilets, N.M. Marhuk, V. M. Strilets; – u 201206845; Zajavl. 28.10.09; Opubl. 10.03.10; Biul. No.5. [in Ukrainian].
4. Pat. 88380 Ukraine. MPK F 16 B 3/12. Pruzhna myfta / O. R. Strilets, V. M. Strilets, V.A. Fedoruk, V.V. Zavalskiy; – u 201312675; Zajavl. 30.10.13; Opubl. 11.03.14; Biul. No.5. [in Ukrainian].
5. Pat. 91799 Ukraine. MPK F 16 B 3/12. Pruzhna myfta / O. R. Strilets, V.A. Fedoruk, V. M. Strilets, V.V. Zavalskiy; – u 201402648; Zajavl. 17.03.14; Opubl. 10.07.14; Biul. No.13 [in Ukrainian].
6. Kidruk M.I. Kompas – 3D V9. Uchebnyj kurs, Sankt-Peterburg, Piter, 2007. – 496 p. [in Russian].
7. Spitsina D.N. Stroitelna mekhanika sterznevix machine-stroitelnix konstrukcii [Text]. M.: Vish. hk, 1997. – 248 p. [in Russian].

Рецензія/Peer review : 12.10.2014 р.

Надрукована/Printed :29.11.2014 р.
Стаття рецензована редакційною колегією