

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ЗНАЧЕННЯ АБСОЛЮТНОЇ ПОХИБКИ ВИРІШЕННЯ СИСТЕМ ДИФЕРЕНЦІЙНИХ РІВНЯНЬ НА АТРАКТОРИ ТИПУ «ФОКУС» ДЛЯ ГЕНЕРАТОРА ЧУА

У статті приведені результати аналізу впливу значення абсолютної похибки при вирішенні систем диференціальних рівнянь чисельними методами, на характер поведінки атракторів типу «фокус» для генератора Чуа. Показано, що недостатньо мале значення абсолютної похибки веде до виникнення паразитних коливань, що утворюють еліптичний атрактор із стабільною орбітою після проходження так званого «режиму встановлення атрактора».

Ключові слова: хаос, генератор хаосу, генератор Чуа, атрактор, абсолютна похибка.

O.S. PIVOVAR, O.B. GOLEVYCH
Khmelnitsky National University, Khmelnytsky, Ukraine

THE RESEARCH OF THE IMPACT OF THE ABSOLUTE ERROR VALUE IN THE SOLUTION OF DIFFERENTIAL EQUATIONS' SYSTEMS ON "FOCUS" ATTRACTORS IN CHUA'S OSCILLATOR

Abstract - In this work, the results of the analysis of the absolute error value's impact on the behavior of the "focus" attractors in Chua's chaos oscillator when solving differential equations' systems by numerical methods are given. It is shown that an under small value of the absolute error results in parasitic oscillations that form an elliptical attractor with a stable orbit after passing the so-called setting mode of the attractor.

Key words: chaos, chaos generator, Chua's oscillator, attractor, absolute error.

Вступ

В останні десятиліття проявляється великий інтерес до тематики застосування хаотичних сигналів у системах зв'язку та інтенсивно розвивається нова область знань, об'єднана загальним поняттям «детермінований або динамічний хаос». Основною причиною нерегулярності поведінки хаотичних процесів є властивість локальної нестійкості нелінійних систем, що приводить до експоненціального розбігання спочатку близьких траєкторій в обмеженій області фазового простору. Незважаючи на те, що подібне уявлення про складність виходить ще до часів А. Пуанкаре [1], активне вивчення такого роду явищ почалося в 60-і роки і знайшло своє відображення в роботах Е. Лоренца, А. Н. Шарковського, Л.П. Шильникова, Рюеля, Такенса, їх учнів [2-4].

Інтерес до цього не випадковий і визначається, насамперед, властивостями хаотичних коливань, а також їх відображень у фазовій площині - атракторів [5].

Метою статті є висвітлення результатів дослідження впливу абсолютної похибки вирішення системи диференціальних рівнянь, що описують роботу генератора хаосу на формування атракторів типу «фокус».

Постановка задачі

У даній статті досліджуються хаотичні сигнали генератора Чуа [6], що описується системою із трьох нелінійних диференціальних рівнянь із двома незалежними входними параметрами α та β (1). Система рівнянь вирішується у часовій зоні за допомогою математичного пакету Matlab із використанням чисельних методів Рунге-Кутта з змінним кроком інтегрування.

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \alpha(-x + y - h(x)) \\ \frac{dy}{dt} &= x - y + z, \\ \frac{dz}{dt} &= -\beta y \end{aligned} \quad (1)$$

де $h(x)$ - нелінійна функція $[h(x) = bx + 0.5(a - b)(|x + 1| - |x - 1|)]$;

a, b - коефіцієнти нелінійної функції $h(x)$;

x, y, z - просторові змінні, початкові значення яких встановлюється перед початком інтегрування.

Відомо, що генератори хаосу можуть реалізовувати ряд сигналів різноманітних форм: шумоподібні (дивні атрактори), псевдогармонічні (зони біфуркації), затухаючі коливання (атрактори типу "фокус"), сигнали, що збільшуються по амплітуді (атрактор типу "репелер") та ін., в залежності від початкових значень змінних та незалежних входних параметрів (рис. 1).

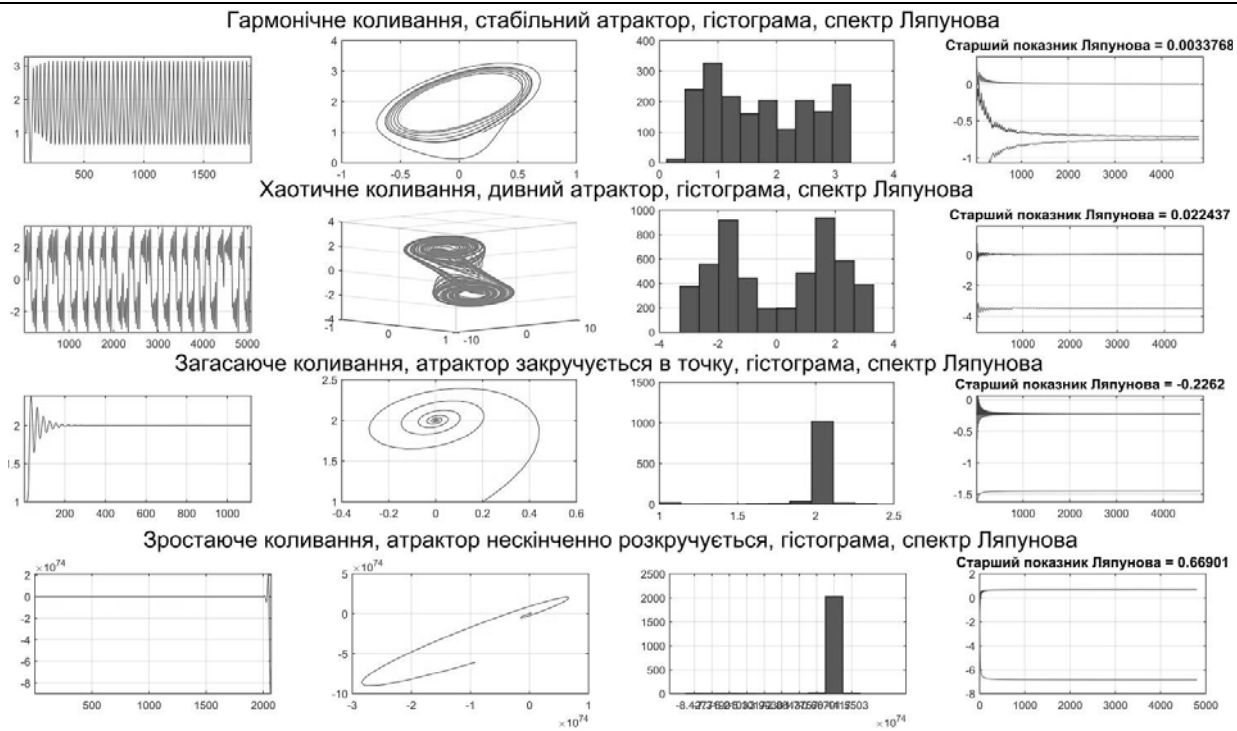


Рис 1. Типи коливань, їх атрактори, гистограми, та спектри Ляпунова при різних значеннях вхідних параметрів генератора Чуа.

Під час дослідження часових рядів генератора Чуа при різних значеннях вхідних параметрів α та β за допомогою запропонованого раніше методу селекції хаотичних коливань [7], були виявлені певні області вхідних параметрів, при яких відбувалась генерація часових рядів із атракторами типу «фокус» з певною особливістю встановлення фазового портрету. Особливість полягає у тому, що атрактор типу «фокус», при великому значенні відносного часу, після проходження так званого «режиму встановлення атрактора», повинен зводитись у точку. Такому атрактору відповідає режим генерації постійної напруги (рис. 2. Сигнал $f_{A_1}(x,t)$).

Однак, під час розгляду атрактора, побудованого шляхом чисельного вирішення системи диф. рівнянь із стандартною точністю системи Matlab (значення абсолютної похибки $A_1=10^{-6}$ та значення відносної похибки $\delta=10^{-6}$) виявилось, що атрактор закручувався не в точку (як очікувалось), а продовжував коливання на стабільній еліптичній орбіті малих розмірів. Такому атрактору відповідає періодичний сигнал малої амплітуди (рис.2).

Тобто, на певному проміжку відносного часу, відбувалась зміна атрактора від типу «фокус» до атрактору із стабільною орбітою. Така зміна типу атракторів є досить суттєвою, особливо під час аналізу часових рядів хаотичних генераторів, де часто допускається відкидання певної кількості початкових біт сигналу, для пропуску так званого «режиму встановлення атрактора» та нормування сигналу для подальшого аналізу. Тому, коли дослідження проводяться з недостатньою абсолютною точністю A , за умови, що не передбачено іншого механізму селекції потрібного типу сигналу, можливо отримати помилкові дані про тип сигналу та його атрактор при заданих вхідних параметрах.

Основна частина

Під час вирішення системи диф. рівнянь генератора Чуа (1), при значеннях вхідних параметрів $\alpha=3$ та $\beta=6$, отримано 3 часових ряди $f(x,t)=dx/dt$, $f(y,t)=dy/dt$, $f(z,t)=dz/dt$, що відповідають трьом сигналам одночасно отриманим із різних точок на схемі генератора Чуа. Позначимо сигнали, що згенеровані при значенні абсолютної похибки $A_1=10^{-6}$, як $f_{A_1}(x,t)$, $f_{A_1}(y,t)$, $f_{A_1}(z,t)$, а сигнали, що згенеровані при значенні абсолютної похибки $A_2=10^{-15}$, як $f_{A_2}(x,t)$, $f_{A_2}(y,t)$, $f_{A_2}(z,t)$ відповідно. Для відтворення атрактора використаємо сигнали $f_{A_1}(x,t)$, $f_{A_1}(y,t)$, та $f_{A_2}(x,t)$, $f_{A_2}(y,t)$ відповідно. Сигнали $f_{A_1}(z,t)$, $f_{A_2}(z,t)$ у даній статті не використовуються, внаслідок побудови графіку на двовимірній площині та малої інформативності цих сигналів.

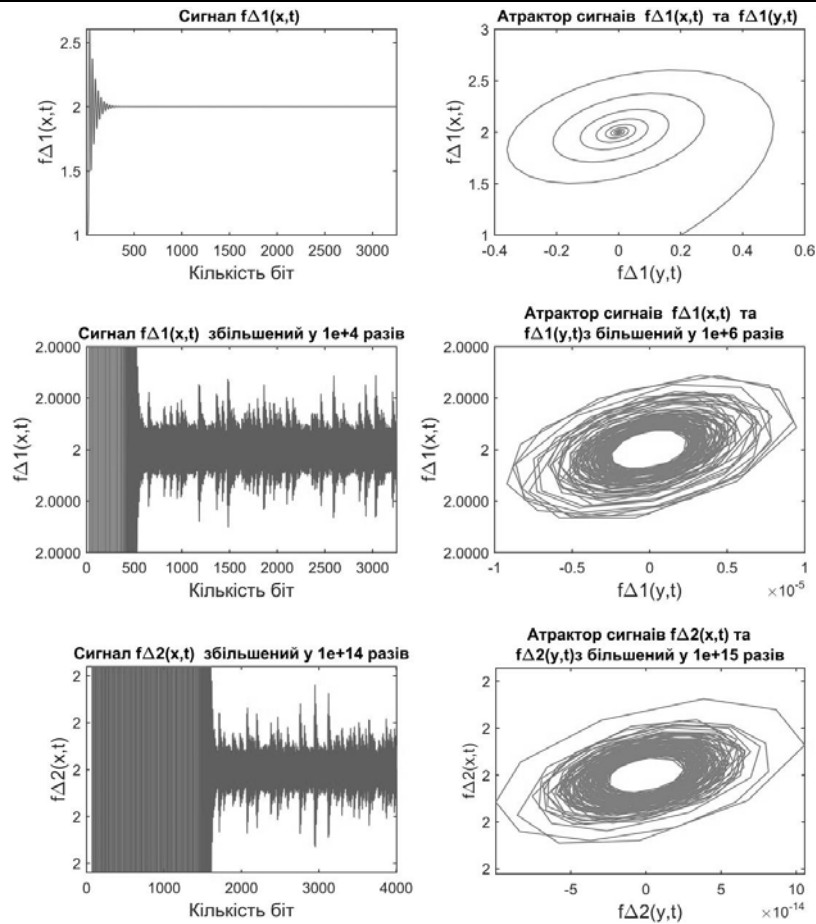


Рис 2. Форма сигналів та аттракторів генератора Чуа, що отримані при значеннях вхідних параметрів $\alpha = 3$ та $\beta = 6$. Сигнали та встановлені режими коливань аттракторів при значеннях абсолютних похибок вирішення диф. рівняння A_1 , для сигналів $f_{A_1}(x,t)$, $f_{A_1}(y,t)$ та при A_2 , для сигналів $f_{A_2}(x,t)$, $f_{A_2}(y,t)$.

Як видно із рис.2, під час розв’язання системи нелінійних диференційних рівнянь (1) на величину фокуса еліптичного аттрактора впливає тільки значення абсолютної похибки Δ . Величина фокуса еліптичного аттрактора значно зменшується при зниженні значення абсолютної похибки до $\Delta_2=10^{-15}$.

Зміна фокуса еліптичного аттрактора із зміною значення абсолютної похибки рішення систем диф. рівнянь, означає, що існує певне значення абсолютної похибки Δ_0 , при якому генерація паразитних періодичних коливань із аттрактором з стабільними еліпсоїдними орбітами на певному проміжку відносного часу припиняється, та встановлюється режим генерації постійної напруги із аттрактором типу «фокус», який зводиться у точку, після переходу так званого «режиму встановлення аттрактора».

На рис. 3, показана залежність зміни розмаху сигналу із зменшенням значення абсолютної похибки. Для зручності представлення результатів, значення степені абсолютної похибки змінювалось експоненційно із форматом задання: $\Delta=10^{-n}$, де $n = 6...18$.

Внаслідок того, що отримані результати розмаху сигналу змінюються у дуже великих межах, для відображення місця, де розмах сигналу досягає нуля, а отже паразитні коливання зникають, рис.3 доповнено графіком відображення точки нуля, з якого видно, що паразитні коливання зникають при досягненні значення абсолютної похибки $\Delta_0=10^{-17,35}$. Тобто, при такому значенні абсолютної похибки аттрактор типу «фокус» зводиться у точку, що дозволяє досліджувати часові ряди генератора хаосу, без виникнення паразитних періодичних коливань.

Також важливо зауважити, що зміна значення відносної похибки δ , при вирішенні системи диф. рівнянь (1) не впливає на розмір фокуса аттрактора із стабільною еліптичною орбітою.

Важливим наслідком із проведених досліджень є такий, що зменшення значення абсолютної похибки веде до збільшення часу вирішення систем диф. рівнянь при сталому значенні відносного часу, тому знаходження величини абсолютної похибки Δ_0 є досить важливою задачею при дослідженні будь-яких хаотичних систем.

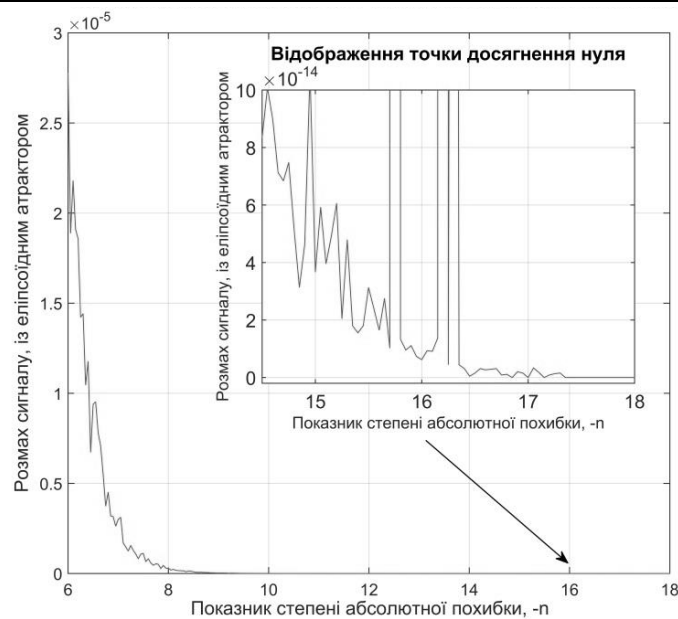


Рис 3. Залежність розмаху сигналу із еліпсоїдним атрактором від зміни значення абсолютної похибки

Висновки

Встановлено, що абсолютна похибка вирішення систем диференційних рівнянь Δ , безпосередньо впливає на становлення стійких атракторів динамічних систем у зонах поганої обумовленості.

Під час дослідження часових рядів генератора Чуа, було виявлено атрактори, тип яких може змінюватись уздовж певного проміжку відносного часу за умови недостатнього малого значення абсолютної похибки Δ .

Встановлено, що починаючи із значення $\Delta_0=10^{-17,35}$ атрактор типу «фокус» зводиться у точку, тому подальше зменшення значення абсолютної похибки не приведе до покращення результатів.

Література

1. Poincare H. Science et methode / H. Poincare // Revue scientifique. – 1908. Vol. 10 – P. 577 - 579.
2. Шарковский А. Н. Динамика одномерных отображений / С. Ф. Коляда, А. Г. Спивак, В. В. Федоренко - Киев: Наукова думка, 1989. 216 с.
3. Lorenz E.N. Deterministic nonperiodic flow / E.N. Lorenz // J. Atmospheric Science. – 1963. – Vol. 20, № 2. – P. 130 – 141.
4. Гонченко С. В. О существовании счетного множества устойчивых и неустойчивых инвариантные торы у систем из областей Ньюхауса с гетероклиническими касаниями / С. В. Гонченко, О. В. Стенькин, Л. П. Шильников // Журн. Нелинейная Динамика – 2006 – Том 2, № 1, – С. – 3-25
5. Кислов В. Я Применение хаотических сигналов в информационных технологиях / В. Я. Кислов, В. В. Колесов, Р. В. Беляев // Журн. Радиотехника и электроника – 2009, – №1-2. – С. 23-32.
6. Мацумото Т. Хаос в электронных схемах/ Т. Мацумото //ТИИЭР. – Т.75. –1987. – №8. – С.76.
7. Голевич О.Б. Метод відбору хаотичних сигналів для використання у надширокопосмугових системах зв'язку/ О.Б. Голевич // Журн. ВОТТП. – 2014. – №3. – С.173-175.

References

1. H. Poincare, Science et methode, Revue scientifique, Vol. 10, 1908, pp. 577 - 579.
2. A. N. Sharkovskiy, S. F. Kolyada, A. G. Spivak, V. V. Fedorenko, Dinamika odnomernykh otobrazheniy, Kiyev: Naukova dumka, 1989, pp. 216.
3. E.N. Lorenz, Deterministic nonperiodic flow, Atmospheric Science, Vol. 20, № 2. 1963, pp. 130 – 141.
4. S. V. Gonchenko, O sushchestvovanii schetnogo mnozhestva ustoychivykh i neustoychivykh invariantnyye torov u sistem iz oblastey N'yukhausa s geteroklinicheskimi, Nelineynaya Dinamika, Vol. 2, № 1, 2006, pp. 3-25
5. V. YA. Kislov, V. V. Kolesov, R. V. Belyayev, Primeneniye khaoticheskikh signalov v informatsionnykh tekhnologiyakh, Radiotekhnika i elektronika, No. 1-2. 2009, pp. 23-32.
6. T. Matsumoto, Khaos v élektronnykh skhemakh, TYYÉR, Vol.75, №8, 1987, p.76.
7. O. B. Golevych, Metod vidboru khaotychnykh syhnaliv dlya vykorystannya u nadshyrokosmuhovykh systemakh zv'yazku, VOTTP, №3, 2014, pp.173-175.

Рецензія/Peer review : 25.11.2014 р.

Надрукована/Printed :29.11.2014 р.

Рецензент: к.т.н., доц. О.І. Полікаровських