

УДК 681.3.053

Я.В. КОРПАНЬ

Черкаський державний технологічний університет

АНАЛІЗ ВИКОРИСТАННЯ БЧХ-КОДІВ ДЛЯ ВИПРАВЛЕННЯ ПОМИЛОК В СИСТЕМАХ ЦИФРОВОЇ ОБРОБКИ ДАНИХ ТА ЗОБРАЖЕНЬ

В роботі проведено аналіз використання БЧХ-кодів для виправлення помилок. В результаті проведеного порівняльного аналізу БЧХ-кодів та інших кодів для виправлення залежних помилок, підтверджено можливість виправлення модулів і пакетів помилок великої довжини кодами БЧХ.

Ключові слова: БЧХ-код, коди Файра, циклічні коди, виправлення помилок.

Y.W. KORPAN

Cherkassy State Technological University, Cherkassy, Ukraine

ANALYSIS OF THE USE OF BCH-KODAS IS FOR THE CORRECTION OF ERRORS IN THE SYSTEMS OF THE DIGITAL PROCESSING OF DATA AND IMAGES

Abstract - The analysis of the use of BCH-kodas is in-process presented for the correction of errors. As a result of the conducted comparative analysis of BCH-kodas and other kodas for the correction of dependent errors, possibility of correction of the modules and bursts of errors of large length is confirmed by the codes of BCH.

Keywords: BCH-code, codes of Fayra, cyclic codes, correction of errors.

Вступ

В системах телекомунікації при передачі інформації найбільш вірогідна поява помилок малої кратності, але часто виникають також пакетні та модульні помилки. Існує багато завадостійких кодів для виправлення таких типів помилок. Беручи до уваги, що в багатьох каналах зв'язку часто виникають одночасно як випадкові, так і залежні помилки, тому актуальним питанням є виявлення можливостей завадостійких кодів по знаходженню та виправленню такого типу помилок. Досить широко на практиці використовують БЧХ-коди [1], які здатні виправляти випадкові помилки. До того ж для таких кодів мається багато алгоритмів обробки.

Використання кодів БЧХ при коригуванні помилок різних типів

Використовуючи синдромне декодування БЧХ-кодів для корекції помилок, необхідно, щоб усі синдроми виправляємих помилок були різні [2]. Більшість БЧХ-кодів не повністю використовують свій потенціал по корекції помилок. Це пов'язано з тим, що при виправленні помилок використовується не вся множина синдрому коду. Наприклад, БЧХ-код, який коректує випадкові помилки кратності $t=2$ здатен виправляти ще приблизно 30% випадкових помилок кратності $t=3$ [3]. Коректуючі можливості залежать не тільки від мінімальної кодової відстані d , але і від правильного вибору породжуючого поліному $g(x)$, оскільки від цього залежить розподілення ваги його кодових слів. В роботі [4] приводиться алгоритм і метод декодування, які використовують класифікацію з розподіленням помилок на типові та нетипові, що дозволяє коректувати помилки більш високої кратності БЧХ-кодами при послідовній обробці повідомлення. Наприклад, для випадкових помилок кратності $t=3$ при довжині коду $n=31$ вектори помилки 1-29 відносяться до типових, а вектори 30, 31 до нетипових. З таблиці 1 видно, що для випадкових помилок характерні як типові, так і нетипові ситуації. Якщо збільшувати кратність виправляємих випадкових помилок, то кількість нетипових ситуацій також збільшується. Всі залежні помилки належать до підмножини типових, тому кількість генеруємих комбінацій для залежних помилок буде менше, ніж для випадкових помилок. Отже коригувальні можливості кодів при виправленні помилкових пакетів і модулів будуть вищі, ніж для випадкових помилок.

Коригувальні здатності кодів при виправленні пакетних і модульних помилок також залежать від їх розташування в кодовій комбінації. Так, наприклад, модульні помилки мають певне місце розташування на довжині коду, а пакетні помилки можуть розташовуватися як всередині, так і на стиках модулів.

В роботі [5] доводиться, що якщо код з мінімальною відстанню d використовується для виправлення багатократних пакетів помилок, то він виправляє і всі комбінації пакетів, які задовольняють умові

$$l + P \leq \frac{3d}{4}, \quad (1)$$

де P – кількість пакетів;

l – загальна довжина усіх пакетів у комбінації.

При $P=1$ циклічний код з мінімальною відстанню d виправляє пакети помилок довжини b , якщо

$$b \geq \frac{3d-8}{4}. \quad (2)$$

Формула (1) показує, що код, який виправляє випадкові помилки, можна застосовувати як для виправлення випадкових, так і для пакетів помилок (але не одночасно тих чи інших).

Відомо [5], що будь який (n, k) -код має 2^{n-k} суміжних класи та використовує $\sum_{i=0}^t C_n^i$ суміжних класи для усіх комбінацій ваги i (або) менше. Для найбільш відомих кодів вже при помірно великих значеннях n співвідношення $\sum_{i=0}^t C_n^i / 2^{n-k}$ достатньо мале. Аналогічно мала i та частина суміжних класів, яка використовується для виправлення всіх пакетів довжини $b=(n-k)/2$.

Випадкові та залежні помилки для БЧХ-кодів

На рис. 1-4 представлені залежності випадкових B_i , модульних M_i і пакетних Π_i помилок від довжини коду та кратності коректуємих помилок t .

Аналіз залежностей (рис. 1-4) показав, що кількість випадкових помилок зростає набагато швидше, ніж кількість комбінацій модульних і пакетних помилок. Але слід враховувати, що така оцінка носить лише кількісний характер, тому що не відомо при якій кратності починають співпадати синдроми пакетних та модульних помилок. Отже в реалії корегуючі можливості кодів нижчі.

Аналіз можливостей БЧХ-кодів

Довжина коректуємих модулів та пакетів помилок для циклічних БЧХ-кодів рівні при будь якій довжині коду. Якщо провести обчислення довжини коректуємих модулів і пакетів помилок БЧХ-коду та порівняти з розрахунками коректуємих помилок при циклічному завданні БЧХ-коду, отримуємо, що:

- при малих довжинах БЧХ-кодів довжина коректуємих пакетів і модулів співпадають;
- при великих довжинах БЧХ-кодів довжина коректуємого модулю більша довжини пакету.

Коригувальні можливості коду визначає різне розташування елементів a^i на довжині n . Це залежить від вибору породжуючого поліному $g(x)$ і способу завдання перевірконої матриці. Тобто довжина коректованих залежних помилок залежить не тільки від параметрів d і n , а й від правильного вибору породжуючого поліному $g(x)$ і способу завдання перевірконої матриці БЧХ-коду.

Отже справжні коригувальні можливості БЧХ-кодів з корекції пакетів помилок перевищують можливості, що визначаються формулою (2).

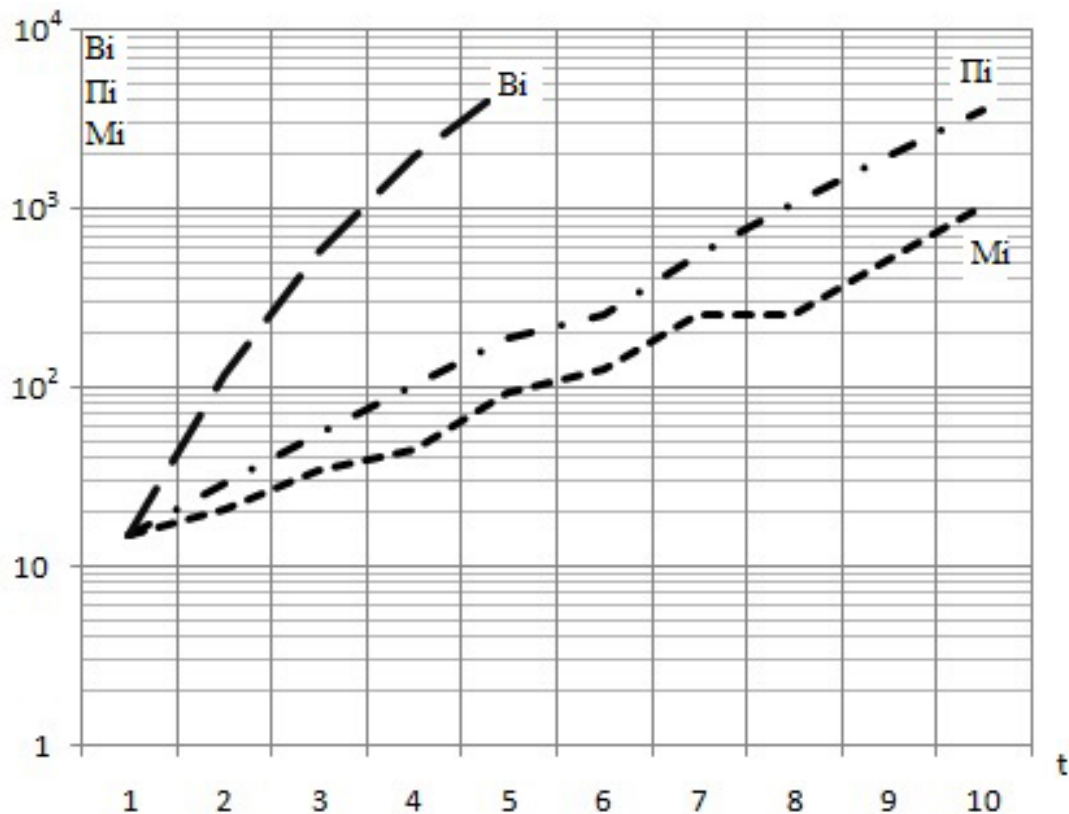
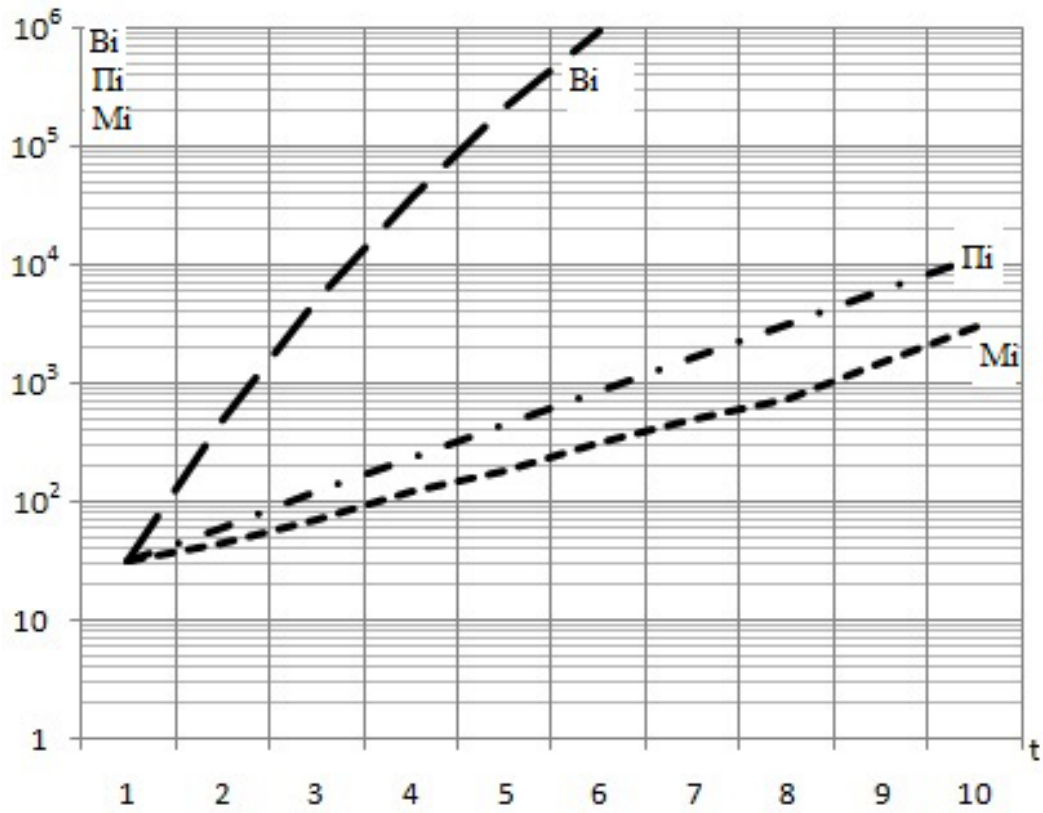
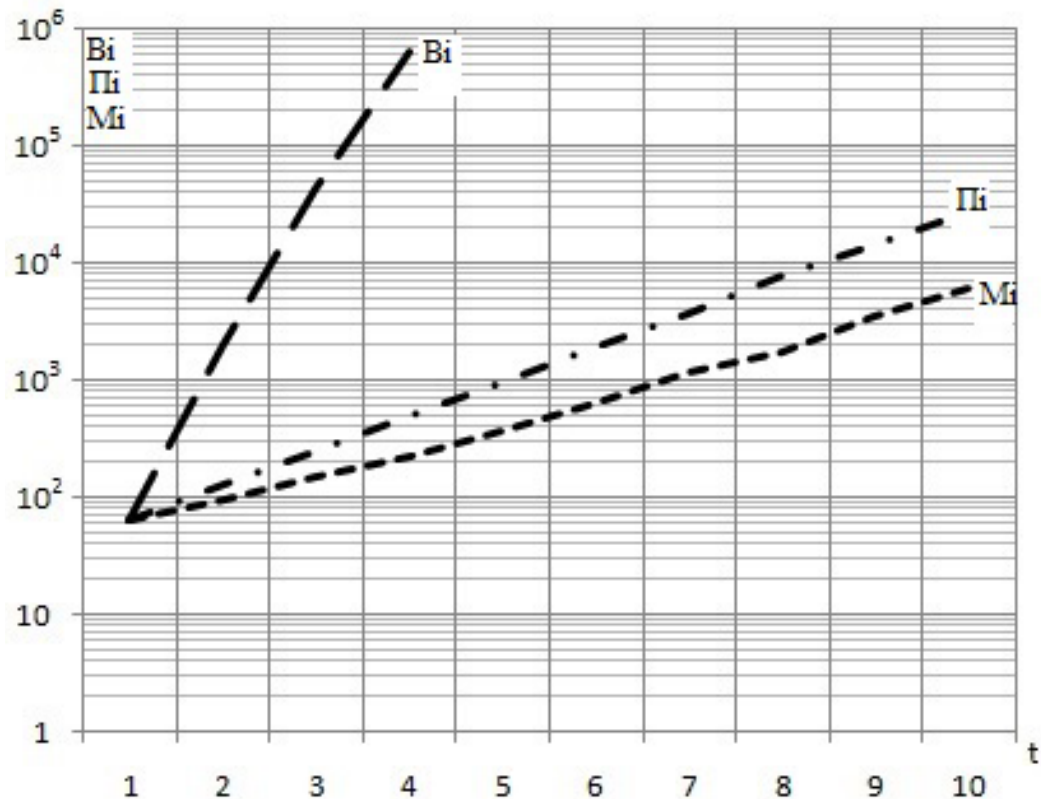


Рис. 1. Залежності випадкових B_i , модульних M_i і пакетних Π_i помилок для коду довжини 15

Рис. 2. Залежності випадкових B_i , модульних M_i і пакетних Π_i помилок для коду довжини 32Рис. 3. Залежності випадкових B_i , модульних M_i і пакетних Π_i помилок для коду довжини 64

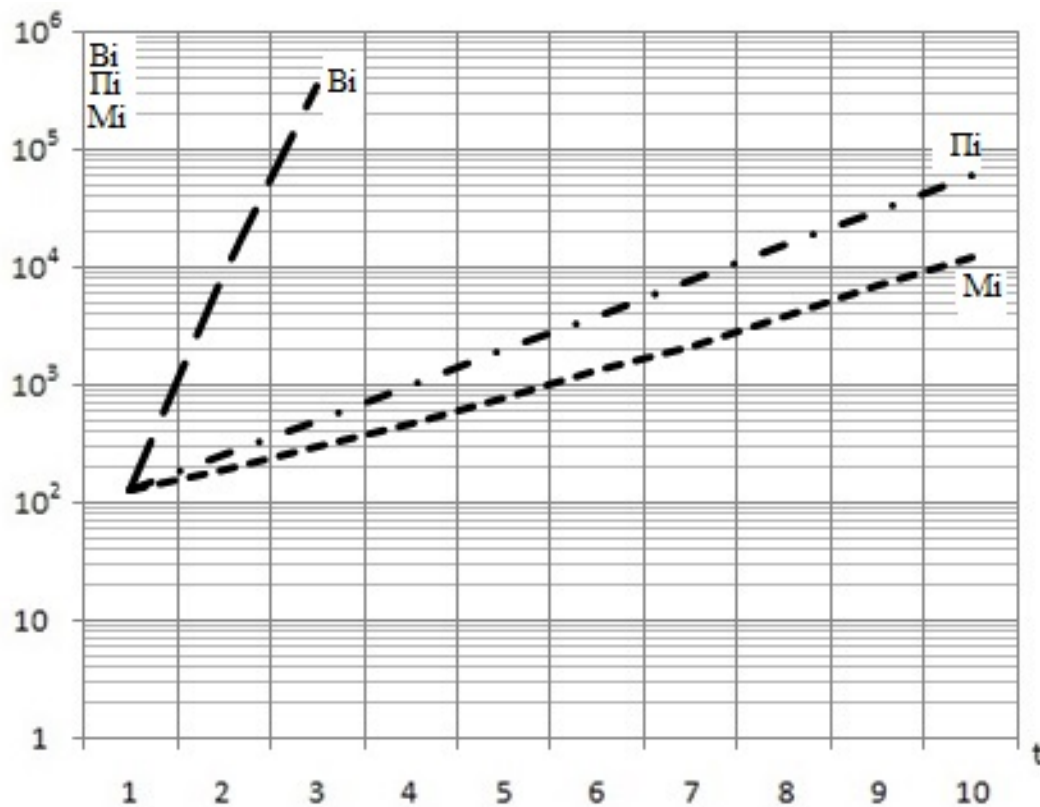


Рис. 4. Залежності випадкових B_i , модульних M_i і пакетних P_i помилок для коду довжини 128

Деякі спеціальні циклічні коди (табл. 6) можна використовувати для виправлення однократних пакетів помилок [5].

З таблиці 1 видно, що деякі циклічні коди при невеликій довжині пакетів помилок, які коректуються, мають велику довжину.

Для корекції пакетів помилок (одноразових), наприклад, в системах мобільного зв'язку, використовують циклічні коди Файра. У них кількість перевірочних символів на $b-1$ чисел більше, ніж у вищенаведених циклічних кодів. Якщо код Файра має достатню кількість перевірочних символів, то вони можуть коригувати і випадкові помилки.

При проведенні порівняння кількості генеруємих комбінацій випадкових та пакетних помилок кодів Файра із загальною кількістю усіх синдромів, виявлено, що кількість синдромів випадкових помилок кратності $t=2$ перевищує кількість усіх можливих синдромів для коду Файра.

Таблиця 1

Деякі циклічні та скорочені циклічні коди, які виправляють пакети помилок

№	(n, k)	Величина пакету, який виправляється, b	b/n	Породжуючий багаточлен, g(x)
1	(7, 3)	2	0,286	$x^4+x^3+x^2+1$
2	(15,9)	3	0,200	$x^6+x^5+x^4+x^3+1$
3	(63, 55)	3	0,048	$x^8+x^7+x^6+x^3+1$
4	(121, 112)	3	0,025	$x^9+x^8+x^3+1$
5	(85, 75)	4	0,047	$x^{10}+x^8+x^7+x^5+x^3+1$
6	(511, 499)	4	0,008	$x^{12}+x^8+x^5+x^3+1$
7	(1023, 1010)	4	0,004	$x^{12}+x^{10}+x^7+x^6+x^5+x^4+x^2+1$
8	(27,17)	5	0,185	$x^{10}+x^8+x^7+x^5+x^4+x^3+1$
9	(131,119)	5	0,038	$x^{12}+x^{11}+x^9+x^6+x^5+x^4+x^3+x+1$
10	(290, 277)	5	0,017	$x^{13}+x^{11}+x^8+x^7+x^6+x^3+1$
11	(34, 22)	6	0,176	$x^{12}+x^{11}+x^9+x^6+x^5+x^4+x^3+x+1$
12	(67, 54)	6	0,090	$x^{13}+x^{12}+x^{11}+x^{10}+x^7+x^6+x^5+x^4+x^2+1$
13	(169,155)	6	0,035	$x^{14}+x^{12}+x^{11}+x^9+x^8+x^7+x^6+x^4+x^2+1$
14	(103, 88)	7	0,068	$x^{15}+x^{12}+x^{11}+x^7+x^6+x^5+x^4+1$
15	(50, 34)	8	0,160	$x^{16}+x^{13}+x^{11}+x^8+x^6+x^4+x^3+1$

В системах телекомунікації широко використовують також і коди Ріда-Сломона (являються підмножиною БХЧ-кодів). Коди Ріда-Соломона задаються породжуючими поліномами відповідного виду і

корегують модульні помилки, але не виправляють пакети помилок. Це пов'язано з розташуванням елементів a^1 поля Галуа $GF(2^m)$ в модулях і пакетах помилок на довжині коду n .

Висновки

Аналіз коригувальних можливостей БЧХ-кодів показав, що ці коди здатні коригувати як випадкові, так і залежні помилки. Підтверджено можливість використання БЧХ-кодів в режимах виправлення пакетів і модулів помилок без зміни структури перетворювачів кодів. Не зважаючи на те, що коди Файра вважаються одними з кращих кодів для виправлення пакетів помилок, іноді використання БЧХ-кодів може виявитися більш доцільнішим. При правильному виборі породжуючого поліному можна збільшувати довжину корегуючих модулів і пакетів помилок в кодах.

Література

1. Корпань Я.В. Застосування блочних кодів для передачі даних в сучасному стандарті цифрового зв'язку другого покоління / Я.В. Корпань // Международная конференция «Формирование современного облика науки» (г. Донецк, 15 июня 2013). - Донецк: Научно-информационный центр «Знание», 2013. – С.9-10.
2. Теория прикладного кодирования : Учеб. пособие для студентов инженер.-техн. специальностей вузов / Под ред. Конопелько В.К. – Минск.: БГУИР, 2004. Т. 2. – 397 с.
3. Кларк Дж. мл., Кейн Дж. Кодирование с исправлением ошибок в системах цифровой связи. - М.: Радио и связь, 1987. – 392 с.
4. Шкиленок А.В., Конопелько В.К. Коррекция классифицированных ошибок циклическими кодами. // Доклады БГУИР, №2(18), 2007. - С. 12-18.
5. Питерсон У., Уэлдон Э. Коды, исправляющие ошибки. - М.: Мир, 1976. – 594 с.

References

1. Korpan Y.V. Zastosuvannya blochnih kodiv dlya peredachi danih v suchasnomu standarti tsyfrovoho zvyazku druhoho pokolinnya / Y.V. Korpan // Mezhdunarodnaya konferentsiya «Formirovaniye sovremennoho oblyka nauky» (g. Donetsk, 15 iyunya 2013). - Donetsk: Nauchno-ynformatsyonnyy tsentr «Znanye», 2013. – S.9-10.
2. Teoryya prykladnoho kodyrovannya: Ucheb. posobyey dlya studentov ynzhen.-tekh. spetsyal'nostey vuzov / Pod red. Konopelko V.K. – Mynsk.: BGUIR, 2004. T. 2. – 397 s.
3. Klark Dzh. ml., Keyn Dzh. Kodyrovanye s yspravlyenyem oshybok v systemakh tsyfrovoy svyazy. - M.: Radyo y svyaz, 1987. – 392 s.
4. Shkylenok A.V. Konopel'ko V.K. Korrektsyya klasyfytsyrovannykh oshybok tsyklycheskymy kodamy. // Dokladi BGUIR, №2(18), 2007. - S. 12-18.
5. Piterson U., Ueldon E. Kodi, ispravlyayushchye oshibki. - M.: Mir, 1976. – 594 s.

Рецензія/Peer review : 25.11.2014 р.

Надрукована/Printed :29.11.2014 р.
Рецензент: д.т.н., проф., А.А. Тимченко