

DOI 10.31891/2307-5732-2018-267-6(1)-7-14  
УДК 621:542.3

В.В. СТАЦЕНКО, О.П. БУРМІСТЕНКОВ, Т.Я. БІЛА  
Київський національний університет технологій та дизайну

## ДОСЛІДЖЕННЯ ХАРАКТЕРУ ПЛИНУ СИПКИХ МАТЕРІАЛІВ В БУНКЕРНИХ ПРИБОРАХ МЕТОДОМ ДИСКРЕТНИХ ЕЛЕМЕНТІВ

*У роботі розглядається моделювання процесу руху сипких матеріалів у циліндрично-конічному бункері методом дискретних елементів. Наведені принципи застосування методу, математична модель взаємодії частинок та результати аналізу характеру руху частинок у поперечному перерізі бункера. Проведені експериментальні дослідження впливу коефіцієнтів тертя ковзання та кочення частинок на продуктивність бункера та отримана математична модель. Визначено залежності між кутом природного укосу та коефіцієнтами тертя кочення і ковзання сипкого матеріалу.*

*Ключові слова:* бункер, метод дискретних елементів, МДЕ, сипкий матеріал, математичне моделювання.

V. V. STATSENKO, O. P. BURMISTENKOV, T. Y. BILA  
Kyiv National University of Technologies and Design

## THE INVESTIGATION OF BULK MATERIALS MOVEMENT IN BUNKER DEVICES BY DISCRETE ELEMENTS METHOD

*The paper considers the simulation of the bulk material movement process in a cylindrical-conical bunker by discrete elements method. The principles of the method application, the particle interaction mathematical model and the analysis results of the particles motion nature in the bunker cross section are shown. During the simulation, each particle was considered as a spherical object. The laws of Newton and contact mechanics were used for creating a mathematical model. Based on the developed model, the bunker productivity values for different types of materials are obtained. The particles positions are shown in the bunker cross section at different points in time. To confirm the analytical studies results, a full factorial experiment of type 2<sup>2</sup> has been carried out. As a result, a relationship has been obtained between the bunker productivity and the sliding and rolling friction particles coefficients. Dependences between the natural slope angle and rolling and sliding friction coefficients of bulk material are determined. This allowed us to obtain a model of the bulk material movement in the bunker, the initial parameter for which is the material natural slope angle. It was determined that the sliding and rolling friction coefficients determine the bulk material movement, in the case of constant bunker geometric parameters. It was established that the coefficients of sliding friction and rolling determine the material repose angle and can vary depending on environmental parameters, for example, humidity. It was determined that reducing the friction coefficients values increases the bunker productivity and at the same time reduces the material repose angle, respectively, the material movement nature became similar to the liquid flow.*

*Key words:* bunker, discrete element method, DEM, bulk material, mathematical modelling.

### Вступ

У різних галузях промисловості широко використовуються бункерні пристрої для зберігання та накопичення сипких матеріалів [1, 2]. Ці пристрої в більшості випадків є початковим елементом у технологічних процесах безперервного приготування композицій із сипких матеріалів або їх дозування та пакування (борошно, цукор, крупи в харчовій промисловості; гранульований поліетилен, полістирол, полівінілхлорид тощо в хімічній, легкій промисловості) [3, 4]. Технологічні лінії безперервної обробки сипких матеріалів [12], як правило, автоматизовані та механізовані, але їх продуктивність і якість кінцевого продукту не завжди відповідають вимогам виробництва. Структура та параметри потоку сипкого матеріалу (наявність пульсацій, грудок, порушення безперервності) на всіх стадіях технологічного процесу визначають закони автоматичного регулювання відповідним обладнанням. Тому визначення характеру руху та його зв'язку з певними фізико-механічними властивостями сипкого матеріалу є актуальним.

### Постановка завдання

Завданням дослідження є вивчення характеру витікання матеріалу з бункера та впливу на нього фізико-механічних властивостей сипких матеріалів і конструктивних параметрів бункера. В якості методу дослідження використано метод дискретних елементів (МДЕ).

### Результати та їх обговорення

Відомо, що процес витікання сипкого матеріалу з бункера може носити нормальний або гідравлічний характер [2]. В ряді досліджень отримані залежності, що можна використовувати в інженерній практиці для побудови математичних моделей як окремих ланок технологічного процесу, так і лінії в цілому. Водночас, дослідження зв'язку плинності сипкого матеріалу із його фізико-механічними властивостями, що визначають не тільки параметри витікання матеріалу з бункера, але і його рух по всіх стадіях технологічного процесу, представляє науковий інтерес і в даний час [5, 6].

У роботі для розв'язання поставленої задачі використано метод дискретних елементів (МДЕ) [7], який дозволяє здійснювати моделювання руху та механічної взаємодії частинок сипких матеріалів. Під час використання МДЕ кожна частинка матеріалу розглядається як окремий об'єкт, що взаємодіє з іншими частинками та внутрішньою поверхнею бункера. При цьому використовуються закони Ньютона та контактної механіки для створення математичної моделі руху частинок, тобто рух сипкого матеріалу

аналізується із урахуванням його дискретної природи, яка може призводити до виникнення розривів у потоці матеріалу (наприклад, внаслідок утворення склепінь). Це дозволяє висунути гіпотезу, що використання МДЕ дозволить математично описати особливості руху сипкого матеріалу, які не можуть бути враховані іншими методами, в тому числі, в рамках теорії руху суцільних середовищ. Результуюча математична модель надасть можливість проаналізувати роботу обладнання з урахуванням дискретної природи матеріалу та появи розривів у його потоці. Також використання МДЕ дозволяє отримати інформацію про положення, центр ваги, напрямку руху на швидкість кожної частинки матеріалу, що практично неможливо при проведенні натурального експерименту.

Під час моделювання за допомогою МДЕ сипкий матеріал розглядається у вигляді сукупності окремих пружних частинок сферичної форми із радіусом  $R$ . Відповідно законам класичної механіки рух частинки можна описати за допомогою наступних рівнянь:

$$m \frac{d^2 x_i}{dt^2} = F_i,$$

$$I_i \frac{d^2 \theta_i}{dt^2} = M_i,$$

де  $t$  – час;  $m_i, I_i$  – маса та момент інерції  $i$ -ї частинки, відповідно;  $F_i$  – сума сил, що діють на частинку;  $M_i, x_i, \theta_i$  – момент інерції, положення та кут повороту  $i$ -ї частинки, відповідно.

Суму сил, що діють на частинку, можна представити як сукупність сил, які діють збоку інших частинок  $F_{ij}$ , та сили тяжіння:

$$F_i = \sum_{j=1, j \neq i}^N F_{ij} + m_i g.$$

Аналогічне співвідношення можна записати для моменту:

$$M_i = \sum_{j=1, j \neq i}^N M_{ij} = \sum_{j=1, j \neq i}^N (x_i - x_j) F_{ij} \quad M_i = \sum_{j=1, j \neq i}^N M_{ij} = \sum_{j=1, j \neq i}^N (x_i - x_j) F_{ij}.$$

Поверхневі сили  $F_{ij}$  складаються із сил відштовхування та сил тертя.

Розрахунки положення частинок здійснюються з певним кроком за часом, тому при взаємодії частинок в певний момент часу вони частково «перекриваються» (рис. 1). За величиною «перекриття»  $\delta$  можна визначити величину нормальної складової сили, що діє між частинками.

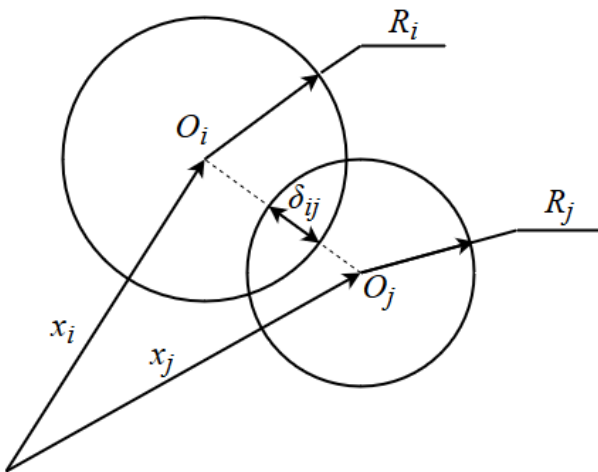


Рис. 1. Схема розташування частинок при їх взаємодії

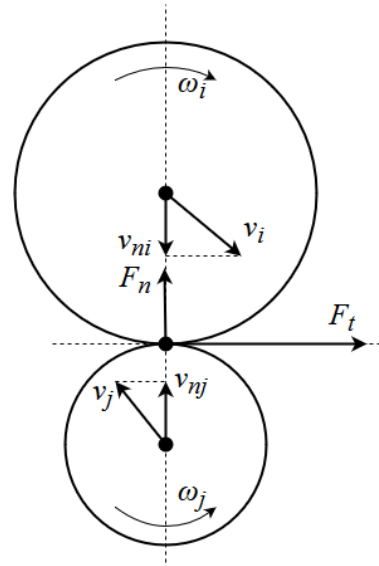


Рис. 2. Розрахункова схема дії сил при контакті частинок

В роботі розрахунок нормальної складової сили  $F_n$  виконувався відповідно до контактної теорії Герца [8], а розрахунок тангенціальної складової сили  $F_t$  – на основі роботи Міндліна-Дересієвіча [9]. Для обох складових сили розраховувались демпфуючі компоненти, що визначаються коефіцієнтами пружності [10]. Тангенціальна сила тертя визначалась за законом Кулона, а сила тертя кочення – виходячи з обертового моменту частинок.

Нормальна складова сили (сила відштовхування)

$$F_n = \frac{4}{3} E^* \sqrt{R \delta_n^3},$$

де  $\delta_n$  – «перекриття» частинок;

$$E^* E^* - \text{еквівалентне значення модуля Юнга, } \frac{1}{E^*} = \frac{(1-\nu_i^2)}{E_i} + \frac{(1-\nu_j^2)}{E_j} \quad \frac{1}{E^*} = \frac{(1-\nu_i^2)}{E_i} + \frac{(1-\nu_j^2)}{E_j};$$

$R^* R^*$  – еквівалентне значення радіусу,  $\frac{1}{R^*} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_j}$ ;

$E_i, \nu_i, R_i, E_j, \nu_j, R_j$  – значення модулів Юнга, коефіцієнтів Пуассона та радіусів сфер (частинок), між якими розраховується взаємодія.

Нормальна складова сили пружності визначалась за формулою:

$$F_n^d = -2\sqrt{\frac{5}{6}}\beta\sqrt{S_n m^* v_n^{rel}},$$

де  $m^* = \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right)^{-1}$   $m^* = \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right)^{-1}$  – еквівалентна маса,  $v_n^{rel} = v_n^{rel}$  – нормальна складова відносної швидкості.  $\beta$  та  $S_n$  (нормальна жорсткість) дорівнюють:

$$\beta = \frac{\ln e}{\sqrt{\ln^2 e + \pi^2}},$$

$$S_n = 2E^* \sqrt{R^* \delta_n}.$$

де  $e$  – коефіцієнт пружності.

Тангенціальна сила  $F_t$  розраховувалась як добуток значень тангенціального перекриття  $\delta_t$  та тангенціальної жорсткості  $S_t$ :

$$F_t = -S_t \delta_t,$$

де  $S_t = 8G^* \sqrt{R^* \delta_n} S_t = 8G^* \sqrt{R^* \delta_n}$ .

$G^* G^*$  – еквівалентний модуль зсуву.

Тангенціальна складова сили пружності визначалась за формулою:

$$F_t^d = -2\sqrt{\frac{5}{6}}\beta\sqrt{S_t m^* v_t^{rel}} = -2\sqrt{\frac{5}{6}}\beta\sqrt{S_t m^* v_t^{rel}},$$

де  $v_t^{rel}$  – відносна тангенціальна швидкість. Зазначимо, що тангенціальна сила обмежена величиною Кулонового тертя  $\mu_s F_n$ , де  $\mu_s$  – коефіцієнт статичного тертя.

У випадках, коли необхідно врахувати силу тертя кочення, у розрахунки додатково включається величина крутного моменту поверхонь, що контактують.

$$\tau_i = -\mu_r F_n R_i \omega_i,$$

де  $\mu_r$  – коефіцієнт тертя кочення;  $R_i$  – відстань від точки контакту до центру маси частинки;  $\omega_i$  – одиничний вектор кутової швидкості об'єкту в точці контакту.

У роботі розглянуто процес витікання сипкого матеріалу з циліндрично-конічного бункера з кутом нахилу бічних стінок 45°. При проведенні моделювання процесу витікання частинок сипкого матеріалу з бункера необхідно задати параметри для двох моделей взаємодії: «частинка – частинка» та «частинка – матеріал корпусу бункера». В роботі для обох взаємодій використовувалась теорія пружного контакту Герца-Міндліна (без урахування ковзання), що описана вище. Параметри моделювання наведені у таблицях 1 та 2.

Таблиця 1

**Параметри матеріалів**

	Частинки сипкого матеріалу	Матеріал корпусу бункера
Коефіцієнт Пуассона	0,3	0,3
Густина, кг/м <sup>3</sup>	950	7800
Модуль зсуву, Па	1,7*10 <sup>8</sup>	7*10 <sup>10</sup>
Модуль Юнга, Па	3,042*10 <sup>8</sup>	1,82*10 <sup>11</sup>
Радіус, мм	2	
Маса, кг	3,183* 10 <sup>-5</sup>	
Об'єм, м <sup>3</sup>	3,351*10 <sup>-8</sup>	
Момент інерції, кг*м <sup>2</sup>	5,094*10 <sup>-11</sup>	

Таблиця 2

**Параметри взаємодії об'єктів**

	«частинка – частинка»	«частинка – матеріал корпусу бункера»
Коефіцієнт пружності	0,1	0,2
Коефіцієнт статичного тертя	0,9	0,9
Коефіцієнт тертя кочення	0,05	0,01

Проведено дослідження трьох матеріалів із параметрами, які представлені в таблиці 3.

Таблиця 3

### Параметри сипких матеріалів

№ матеріалу	Коефіцієнт тертя ковзання	Коефіцієнт тертя кочення	Час витікання матеріалу, с	Маса матеріалу, кг	Масова продуктивність, кг/с
1	0,9	0,05	9,75	0,223	0,0229
2	0,2	0,05	7,4	0,223	0,0301
3	0,545	0,01	7,9	0,223	0,0282

Отримані залежності між кількістю матеріалу, що витік з бункера, та часом, тобто продуктивності бункера, наведена на рис. 3.

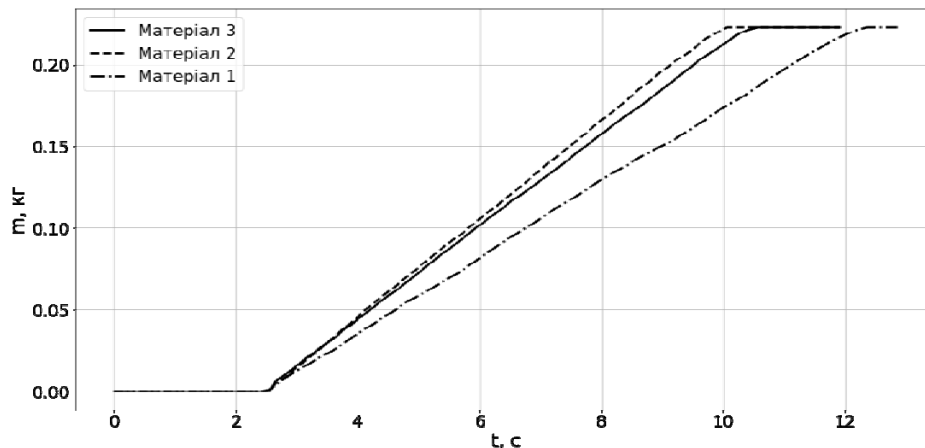


Рис. 3. Залежність продуктивності бункера від параметрів матеріалу

Під час моделювання визначалось положення частинок в центральному перерізі бункера. На рис. 4, а-з показані кількість та положення частинок при витіканні матеріалу № 1 із кроком 1 с.

Результати досліджень свідчать:

- продуктивність бункера є сталою величиною і не залежить від кількості матеріалу в ньому, що співпадає з результатами експериментальних досліджень;
- величина продуктивності залежить від фізико-механічних властивостей сипкого матеріалу, що також підтверджується результатами експериментальних досліджень;
- встановлено, що характер плинину частинок матеріалу є нормальним, тобто матеріал, розташований біля центральної вісі бункера, витікає з нього швидше, ніж матеріал, розташований вздовж бічних стінок;
- моделювання за допомогою МДЕ дозволило проаналізувати рух окремих частинок матеріалу та визначити наявність потоків частинок із різними швидкостями всередині бункера, які є характерними для нормального витікання матеріалу.

При використанні МДЕ враховувались наступні параметри частинок сипкого матеріалу: геометричні розміри, коефіцієнти тертя кочення та ковзання, модуль пружності та коефіцієнт Пуассона. В реальних умовах для сипких полімерних матеріалів зміна розмірів, модулю пружності та коефіцієнту Пуассона є малоймовірною. Водночас, змінювання коефіцієнтів тертя може виникнути внаслідок зміни, наприклад, вологості оточуючого середовища, яку технічно складно контролювати.

Тому в роботі проведено повний факторний експеримент (ПФЕ) типу 22 [11]. Вхідними параметрами (факторами) обрано коефіцієнти ковзання  $k_{\text{ков}}$  та кочення  $k_{\text{коч}}$  із наступними діапазонами зміни значень:

$$k_{\text{ков}} = 0,3..0,7$$

$$k_{\text{коч}} = 0,05..0,2$$

Вихідною величиною (функцією відгуку) прийнято продуктивність дозатора.

Результати досліджень показані на рис. 5. Точками показана кількість частинок, що вийшла з бункера у відповідний момент часу. Враховуючи, що розміри та щільність частинок є сталими величинами, значення кількості частинок, що витікають із бункера за заданий проміжок часу, визначає як масову, так і об'ємну продуктивність.

Процес витікання частинок можна умовно розділити на дві частини:

1) вихідний отвір бункера повністю заповнений, в цьому випадку продуктивність є сталою величиною.

2) кількість матеріалу в бункері не достатня для повного заповнення вихідного отвору, залишки матеріалу рухаються вздовж країв отвору. В цьому випадку продуктивність зменшується.

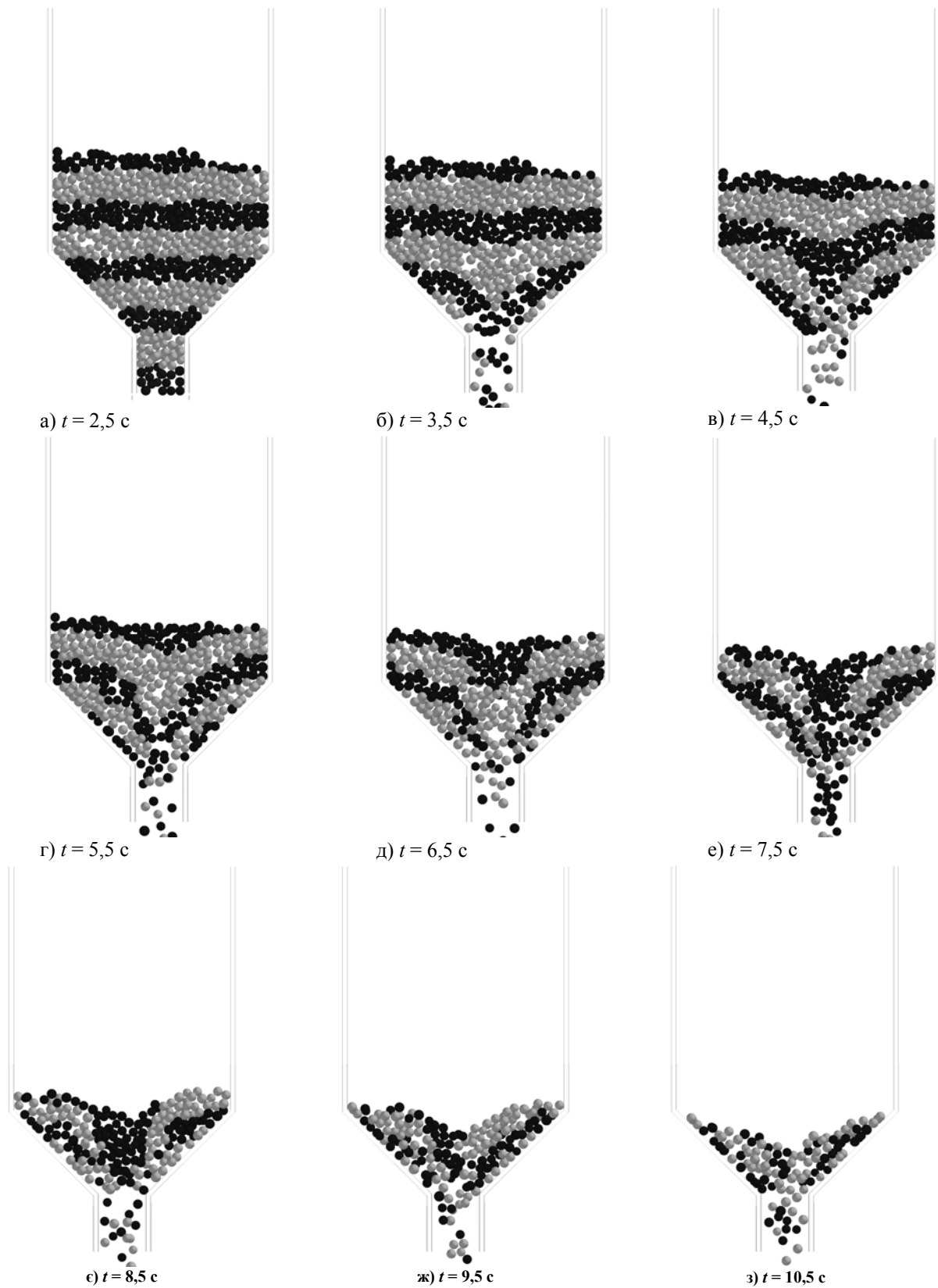


Рис. 4. Зміювання положення частинок у бункері за часом

Другу частину процесу розглядати немає сенсу, оскільки вона відповідає режиму, за якого в бункері відсутній достатній запас матеріалу для того, щоб забезпечити задану продуктивність. Тому для визначення продуктивності використовувались перші 75% отриманих значень, тобто лінійна частина залежності. Для цих значень розраховані коефіцієнти лінійних залежностей (показані суцільними лініями на рис. 5).

Нормування факторів здійснювалось за наступною формулою:

$$\bar{k}_i = \frac{2(k_i - k_{i\text{сеп}})}{k_{i\text{max}} - k_{i\text{min}}},$$

де  $k_{i\text{сер}}$   $k_{i\text{сер}}$  – середнє значення відповідного коефіцієнту ковзання;  
 $k_{i\text{max}}$ ,  $k_{i\text{min}}$   $k_{i\text{max}}$ ,  $k_{i\text{min}}$  – максимальнє та мінімальнє значення відповідного коефіцієнту ковзання;  
 $k_i$ ,  $k_i$  – поточнє значення відповідного коефіцієнту ковзання.

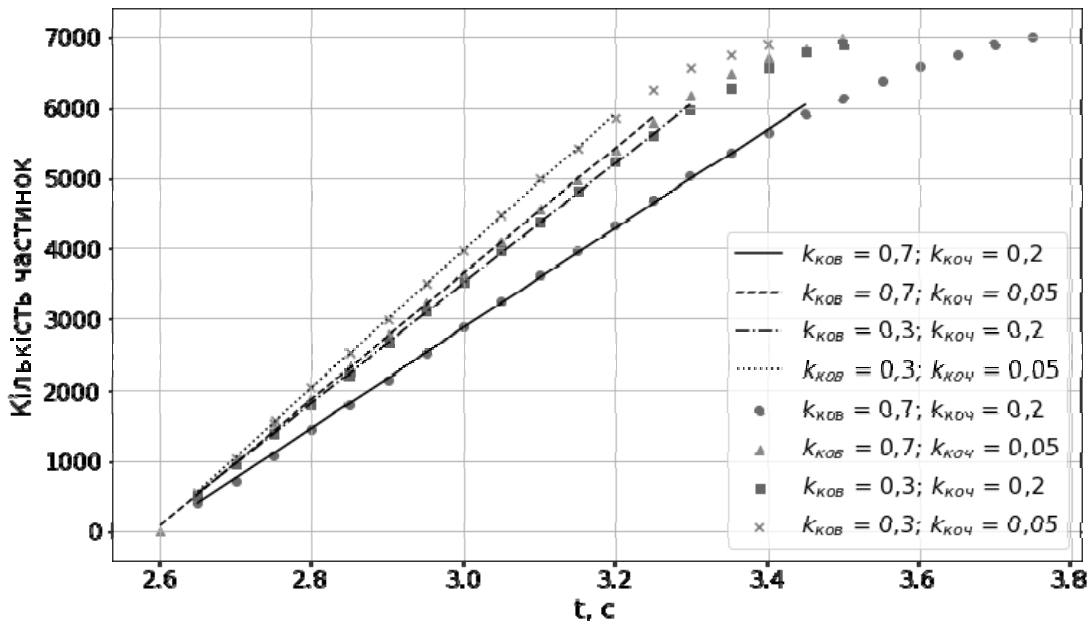


Рис. 5. Залежність продуктивності бункеру від коефіцієнтів тертя

Таким чином, максимальнє значення коефіцієнту в нормованому вигляді дорівнюватимуть «+1», а мінімальнє – «-1». Середнє значення дорівнюватимуть «0».

Матриця планування з результатами ПФЕ наведена у таблиці 4.

Таблиця 4

Матриця планування ПФЕ типу 2<sup>2</sup> та результати дослідів

№ п/п	$k_0$	$k_{\text{ков}}$	$k_{\text{коч}}$	$k_{\text{ков}}, k_{\text{коч}}$	$Q$ , кг/с
1	+1	+1	+1	+1	0,0679
2	+1	+1	-1	-1	0,0857
3	+1	-1	+1	-1	0,0817
4	+1	-1	-1	+1	0,0937

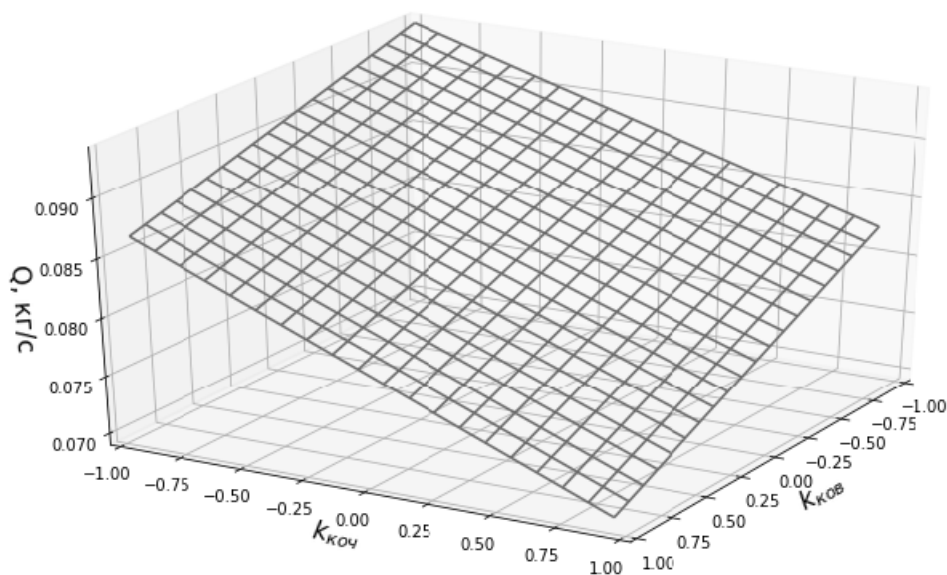


Рис. 6. Залежність продуктивності бункеру від коефіцієнтів тертя

Математична модель, що описує вплив коефіцієнтів тертя на продуктивність дозатора, має вигляд:

$$Q = b_0 + b_1 k_{ков} + b_2 k_{коч} + b_3 k_{ков} k_{коч},$$

де коефіцієнти  $b$  визначаються за формулою:

$$b_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N k_{ij} Q_i,$$

де  $N$  – кількість дослідів.

В результаті проведених розрахунків отримані наступні значення коефіцієнтів:

$$Q = 0,0823 - 0,00541 k_{ков} - 0,00748 k_{коч} - 0,00146 k_{ков} k_{коч}.$$

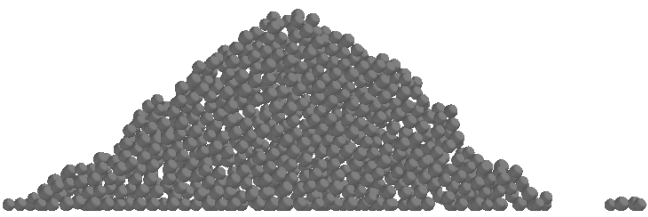
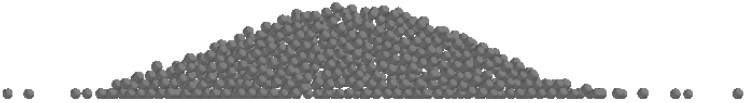
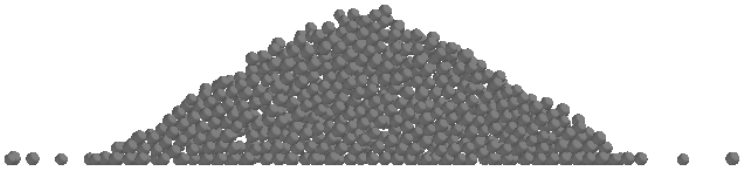
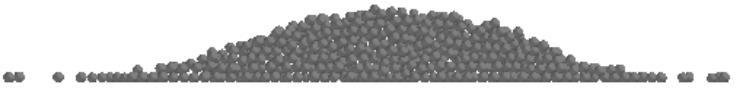
Графічно залежність продуктивності від коефіцієнтів тертя показана на рис. 6.

Отримані результати підтверджують, що найбільше значення продуктивності бункера відповідає найменшим значенням коефіцієнтів тертя ковзання та кочення.

Аналогічна залежність отримана для коефіцієнтів тертя та кутів природного укошу матеріалу. У табл. 5 для всіх проведених дослідів показано розташування частинок після витікання із бункера та наведені значення кутів природного укошу.

Таблиця 5

Залежність кута природного укошу від коефіцієнтів тертя

№ п/п	$k_{ков}$	$k_{коч}$	Кут природного укошу, град	
1	0,7	0,2	36,13	
2	0,7	0,05	19,32	
3	0,3	0,2	29,18	
4	0,3	0,05	15,00	

На основі проведених досліджень можна зробити висновок, що коефіцієнти тертя кочення і ковзання, кути природного укошу і насипна маса сипких матеріалів визначають його рух в бункері та продуктивність. Якщо прийняти до уваги, що продуктивність подальшого обладнання (живильників, дозаторів і змішувачів) також визначається цими параметрами [6], тоді проведені дослідження дозволяють прогнозувати продуктивність технологічного процесу приготування композицій з сипких матеріалів в цілому.

#### Висновки:

1) Параметрами, що визначають рух сипкого матеріалу, за умови незмінних геометричних параметрів бункера та частинок, є коефіцієнтами тертя ковзання та кочення.

2) Коефіцієнти тертя ковзання та кочення визначають кут природного укошу матеріалу і можуть змінюватись залежно від параметрів оточуючого середовища, наприклад, вологості.

3) Зменшення значень коефіцієнтів тертя збільшує продуктивність бункера та одночасно зменшує кут природного укошу матеріалу, відповідно характер руху матеріалу наближається до плинну рідини.

4) Отримані залежності дозволяють прогнозувати продуктивність бункерних пристроїв в технологічному процесі виготовлення композицій з сипких матеріалів.

## Література

1. Процеси та обладнання підготовчих виробництв лёгкої промисловості / [О. П. Бурмістенков, О. А. Стародуб, В. П. Місяць та ін.]. – К. : КНУТД, 2011. – 137 с.
2. Гячев Л. В. Основы теории бункеров / Гячев Л. В. – Новосибирск : Изд-во Новосибирского университета, 1992. – 311 с.
3. Виробництво литих деталей та виробів з полімерних матеріалів у взуттєвій та шкіргалантерейній промисловості / [О. П. Бурмістенков, Б. М. Злотенко, В. П. Коновал та ін.]. – Хмельницький : ХНУ, 2007. – 255 с.
4. Переробка відходів гуми та термопластичних матеріалів / [О. П. Бурмістенков, В. П. Місяць, І. В. Панасюк, Б. М. Злотенко]. – К. : Кафедра, 2012. – 240 с.
5. Стаценко В.В. Системна і параметрична моделі бункерних пристроїв в агрегатах для приготування композицій із сипких матеріалів / Біла Т.Я., Бурмістенков О.П. // Вісник КНУТД. Технічні науки. – 2016. – № 6. – С. 60–69.
6. Стаценко В.В. Автоматизовані комплекси безперервного приготування композицій сипких матеріалів : монографія / В.В. Стаценко, О.П. Бурмістенков, Т.Я. Біла. – Київ : КНУТД, 2017. – 220 с.
7. Ante Munjiza. The Combined Finite-Discrete Element Method. Wiley, 2004. 333 p.
8. Попов В. Л. Механика контактного взаимодействия и физика трения / В. Л. Попов. – М. : Физматлит, 2012.– 348 с.
9. Mindlin, R.D. and Deresiewicz, H. (1953) Elastic Spheres in Contact under Varying Oblique Force. Trans. ASME, J. Appl. Mech. 20, 327–344.
10. Y. Tsuji, T. Tanaka, T. Ishida. Lagrangian numerical simulation of plug flow of cohesionless particles in a horizontal pipe. Powder Technology. Volume 71, Issue 3. 239–250.
11. Адлер Ю. П. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий / Ю. П. Адлер, Е. В. Маркова, Ю. В. Грановский. – М. : Наука, 1971. – 282 с.
12. Біла Т. Я. Автоматичні системи керування процесом змішування та режимами роботи змішувального обладнання / Т. Я. Біла, В. В. Стаценко // Вісник Хмельницького національного університету. – 2006. – № 2. – С. 46–48.

## References

1. Protsesy ta obladnannia pidhotovchykh vyrobnytstv lëhkoi promyslovosti / [O. P. Burmistenkov, O. A. Starodub, V. P. Misiats ta in.]. – K. : KNUTD, 2011. – 137 s.
2. Hiachev L. V. Osnovy teorii bunkerov / Hiachev L. V. – Novosybyrsk : Yzd-vo Novosybyrskoho unyversyteta, 1992. – 311 s.
3. Vyrobnytstvo lytykh detalei ta vyrobiv z polimernykh materialiv u vzuttievii ta shkirhalantereinii promyslovosti / [O. P. Burmistenkov, B. M. Zlotenko, V. P. Konoval ta in.]. – Khmelnytskyyi : KhNU, 2007. – 255 s.
4. Pererobka vidkhodiv humy ta termoplastychnykh materialiv / [O. P. Burmistenkov, V. P. Misiats, I. V. Panasiuk, B. M. Zlotenko]. – K. : Kafedra, 2012. – 240 s.
5. Statsenko V.V. Systemna i parametrychna modeli bunkernykh prystroiv v ahrehatakh dlia pryhotuvannia kompozytsii iz sypkykh materialiv / Bila T.Ia., Burmistenkov O.P. // Visnyk KNUTD. Tekhnichni nauky. – 2016. – № 6. – С. 60–69.
6. Statsenko V.V. Avtomatyzovani komplekxy bezpererвноho pryhotuvannia kompozytsii sypkykh materialiv : monohrafiia / V.V. Statsenko, O.P. Burmistenkov, T.Ia. Bila. – Kyiv : KNUTD, 2017. – 220 s.
7. Ante Munjiza. The Combined Finite-Discrete Element Method. Wiley, 2004. 333 r.
8. Popov V. L. Mekhanyka kontaktnoho vzaymodeistvyia y fyzyka trenyia / V. L. Popov. – M. : Fyzmatlyt, 2012.– 348 с.
9. Mindlin, R.D. and Deresiewicz, H. (1953) Elastic Spheres in Contact under Varying Oblique Force. Trans. ASME, J. Appl. Mech. 20, 327–344.
10. Y. Tsuji, T. Tanaka, T. Ishida. Lagrangian numerical simulation of plug flow of cohesionless particles in a horizontal pipe. Powder Technology. Volume 71, Issue 3. 239–250.
11. Adler Yu. P. Planyrovanye eksperymenta pry poyske optymalnykh uslovyi / Yu. P. Adler, E. V. Markova, Yu. V. Hranovskyyi. – M. : Nauka, 1971. – 282 s.
12. Bila T. Ya. Avtomatychni systemy keruvannia protsesom zmishuvannia ta rezhymamy roboty zmishuvalnoho obladnannia / T. Ya. Bila, V. V. Statsenko // Herald of Khmelnytskyi National University. – 2006. – № 2. – С. 46–48.

Рецензія/Peer review : 24.10.2018 р.

Надрукована/Printed :21.11.2018 р.  
Рецензент: д.т.н., проф. Петко І.В.