

## ЗАВИСИМОСТЬ ДЛИТЕЛЬНОСТИ И ФОРМЫ ОПТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ ОТ НЕРАВНОМЕРНОСТИ КОЭФФИЦИЕНТА ЗАТУХАНИЯ

В рамках общей проблемы повышения эффективности волоконно-оптических систем передачи рассматривается задача оценки влияния неравномерности коэффициента затухания на форму и длительность оптического сигнала. Дается общая модель совместного влияния фактора дисперсии и фактора неравномерности. Приводится методика обработки экспериментальных данных. В качестве исходных данных принята теоретическая модель зависимости коэффициента затухания от длины волны. Данная зависимость пересчитывается в зависимость коэффициента передачи от циклической и угловой частоты. Показано, что в локальных областях данные зависимости с большой точностью аппроксимируются полиномами не выше третьего порядка. Для получения количественных оценок рассматривается узкополосный канал шириной порядка 100 ГГц. В качестве моделей оптических сигналов рассматривается импульс Найквиста частного вида. При этом спектральная плотность полагается вида приподнятого косинуса с малым коэффициентом скругления. Другая рассматриваемая модель – оптический сигнал в форме гауссова импульса. Для двух этих случаев показано, что за счет фактора неравномерности сигнал удлиняется по мере распространения вдоль оптического волокна. Порядок удлинения составляет единицы пикосекунд на километр в расчете на один нанометр полосы излучения лазера. Данные значения несколько меньше, чем значения дисперсионных эффектов. Вместе с тем, при расчетах регенерационных участков перспективных волоконно-оптических систем передачи эффект неравномерности также следует учитывать. Для решения задач численными методами разработано программное обеспечение в среде программирования Scilab. Получены количественные оценки параметров моделей зависимости коэффициента передачи от частоты для окон прозрачности 850, 1330 и 1550 нм.

**Ключевые слова:** дисперсия, затухание, оптический сигнал, спектр, преобразование Фурье, гауссов импульс, импульс Найквиста.

N.A. ODEGOV, A.I. GUZUN

Odessa National O.S. Popov Academy of Telecommunications

## DEPENDENCE OF DURATION AND FORM OF OPTICAL SIGNALS ON THE UNEQUAL ATTENUATION

Within the framework of the general problem of increasing the efficiency of fiber-optic transmission systems, the problem of estimating the influence of the non-uniformity of the attenuation coefficient on the shape and duration of an optical signal is considered. A general model of the joint influence of the dispersion factor and the unevenness factor is given. The method of processing experimental data is given. A theoretical model of the dependence of the attenuation coefficient on the wavelength was adopted as the initial data. This dependence is recalculated in the dependence of the transmission coefficient on the cyclic and angular frequency. It is shown that in local regions these dependences are approximated with great accuracy by polynomials of no higher than the third order. To obtain quantitative estimates, a narrow-frequency channel with a width of about 100 GHz is considered. As models of optical signals, the Nyquist pulse of a particular type is considered. In this case, the spectral density is assumed to be a kind of raised cosine with a small rounding coefficient. Another model under consideration is an optical signal in the form of a Gaussian pulse. For these two cases, it is shown that, due to the factor of non-uniformity, the signal is lengthened as it propagates along the optical fiber. The order of elongation is in units of picoseconds per kilometer per one nanometer of the laser emission band. These values are somewhat smaller than the values of dispersion effects. However, in calculating the regeneration areas of promising fiber-optic transmission systems, the effect of irregularity should also be taken into account. To solve problems by numerical methods, software was developed in the Scilab programming environment. Quantitative estimates of the parameters of the model of the dependence of the transfer coefficient on the frequency for the transparency windows of 850, 1330 and 1550 nm were obtained.

**Keywords:** dispersion, attenuation, optical signal, spectrum, Fourier transform, Gaussian impulse, Nyquist impulse.

### Введение

Известны оценки [1] прироста трафика в телекоммуникационных сетях порядка 30% в год. На основании этих данных сделан вывод, что наиболее уязвимыми с точки зрения пропускной способности могут оказаться каналы передачи данных между узлами агрегации трафика [2]. Для волоконно-оптических систем передачи (ВОСП) региональных и национальных операторов типичными являются каналы с длиной регенерационных участков (РУ) порядка 100–300 км. Известные методики инженерных расчетов [3] длины РУ требуют расчета ограничений по затуханию и по дисперсии. При этом расчет по затуханию учитывает только уменьшение мощности сигнала по мере его распространения вдоль оптического волокна (ОВ) вследствие различных энергетических потерь различной природы, включая потери на разъемных и неразъемных соединениях. Расчеты ограничений по дисперсии учитывают эффекты увеличения длительности оптического импульса. В том и другом вариантах расчетов используются паспортные данные оптического кабеля [4]. Данная методика позволяет с достаточной уверенностью рассчитывать длины РУ для существующих ВОСП.

Для перспективных ВОСП возможно использование сигнальных методов уплотнения [5]. При этом существенным оказывается учет искажений оптического сигнала за счет различных факторов. В работе [6] сделан вывод, что неравномерность коэффициента затухания по частоте (далее – **фактор неравномерности**) может приводить к эффектам, аналогичным влиянию дисперсии. В частности, под

воздействием фактора неравномерности оптический импульс также может удлиниться по мере распространения вдоль ОВ.

**Целью данной статьи является** уточнение моделей фактора неравномерности, а также получение количественных оценок степени его влияния на длительность и форму оптического сигнала.

### 1. Совместная модель оператора дисперсии и фактора неравномерности

В условиях, близких к практическим ситуациям, можно принять систему допущений:

- полагаем, что сигнал на входе ОВ имеет приблизительно круговую поляризацию;
- сигнал на входе в ОВ относительно слаб, что позволяет считать нелинейные эффекты типа четырехволнового смешения [7] или фазовой самомодуляции [8] пренебрежимо малыми;
- профиль ОВ по коэффициенту преломления строго ступенчатый;
- оптическое волокно функционирует в одномодовом режиме;
- материал сердцевины ОВ можно считать изотропной средой;
- модели преобразований рассматриваются применительно к узкополосному каналу ВОСП с шириной полосы порядка 100 ГГц.

В этих предположениях можно ограничиться [2] рассмотрением формальной модели дисперсионной эволюции низкочастотной составляющей (огигающей) оптического сигнала в форме:

$$U(t, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_0(\omega) \exp\left(j\omega t - jz \sum_{m=2}^M \frac{1}{m!} k_0^{[m]} \omega^m\right) d\omega, \quad (1)$$

где  $U(t, z)$  – огибающая сигнала на расстоянии  $z$  от точки ввода в ОВ;  $G_0(\omega)$  – спектральная плотность сигнала в момент ввода в ОВ;  $\omega$  – девиация частоты (порядка  $\pm 2\pi \cdot 50$  ГГц) относительно несущей  $\omega_0$  (порядка  $2\pi \cdot 160 \dots 2\pi \cdot 375$  ТГц);  $k_0^{[m]}$  – значение производной порядка  $m$  волнового числа в малой окрестности несущей частоты  $\omega_0$ .

В формуле (1) для дисперсионного коэффициента примем обозначение:

$$\varphi(\omega, z) = - \sum_{m=2}^M \frac{1}{m!} k_0^{[m]} \omega^m, \quad (2)$$

тогда выражение для огибающей запишется в более компактном виде:

$$U(t, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_0(\omega) e^{jz\varphi(\omega)} e^{j\omega t} d\omega. \quad (3)$$

Выражение для огибающей сигнала (3) с учетом затухания в ОВ нуждается в уточнении. Если принять коэффициент затухания приблизительно равномерным, то сигнал на выходе ОВ можно представить в виде:

$$u(t, z) = \eta(z) U(t, z) = \sqrt{\frac{P_{out}(z)}{P_{inp}(z=0)}} U(t, z). \quad (4)$$

где  $\eta$  – линейный коэффициент передачи (величина, обратная линейному коэффициенту затухания);  $P_{out}(z)$  – мощность сигнала на расстоянии  $z$  от точки ввода в ОВ;  $P_{inp}(z=0)$  – мощность сигнала в точке ввода в ОВ. Традиционно паспортизируется, табулируется и отображается графически величина (или функция) затухания в логарифмическом масштабе (логарифмический коэффициент затухания, или, короче – коэффициент затухания):

$$\alpha[\text{дБ} / \text{км}] = 20 \lg \sqrt{\frac{P_{inp}(z=0)}{P_{out}(z=1\text{км})}} = 10 \lg \left( \frac{P_{inp}(z=0)}{P_{out}(z=1\text{км})} \right) = -10 \lg \eta^2(z=1\text{км}). \quad (5)$$

В различных источниках (например, [4, 9, 10]) дана теория поглощения энергии в ОВ, а также результирующие графики функции (5) в зависимости от длины волны. В данной работе в качестве такого графика будем использовать выразительную иллюстрацию [11], которую цитируем на рис. 1.

Зависимость, представленная на рис. 1 имеет довольно гладкий характер. Это позволяет в малых окрестностях значений аргумента  $\lambda$  (длина волны) представлять функции  $\alpha(\lambda)$  и  $\eta(\lambda)$  в виде разложений в ряд Тейлора. Иначе говоря, данные функции можно представлять в виде кусочно-полиномиальных аппроксимаций.

Решение задач на классе моделей вида (1) требует пересчета значений  $\eta(\lambda)$  в функции, где аргументом является частота. При этом преобразования аргумента  $f = c/\lambda$  или  $\omega = c/2\pi\lambda$  (где  $c$  – скорость света в вакууме;  $f$  – циклическая частота;  $\omega$  – угловая частота) также не имеют особых точек. То есть, зависимости коэффициента затухания и коэффициента передачи от частоты также можно представлять в виде кусочно-полиномиальных аппроксимаций.

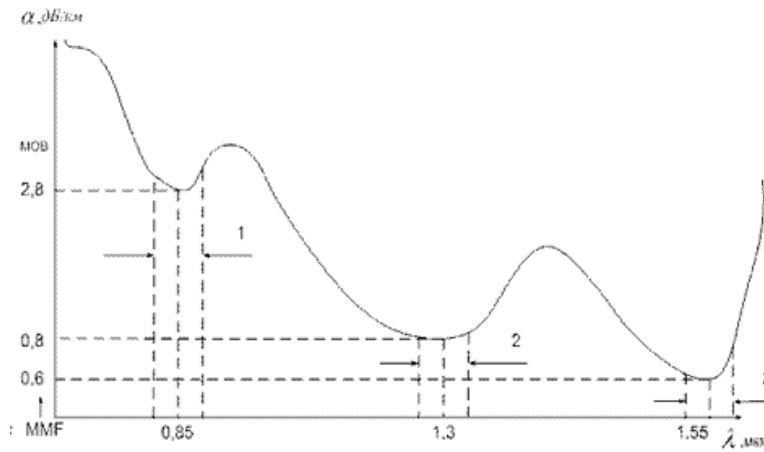


Рис. 1. Зависимость затухания в оптическом волокне от длины волны света

С учетом зависимости распределения мощности сигнала в частотной области, параметры в формуле (5) следует рассматривать как функции:

$$P_{inp}(\omega, z = 0) = G_0^2(\omega); \quad P_{out}(\omega, z) = G^2(\omega, z) \Rightarrow G^2(\omega, z) = \eta^2(\omega, z)G_0^2(\omega), \quad (6)$$

где  $G^2(\omega, z)$  – квадрат спектральной мощности (энергетический спектр) сигнала на расстоянии  $z$  от точки ввода. Можно показать, что форма функции  $G^2(\omega, z)$  не зависит от дисперсионного коэффициента в формуле (1). В то же время, спектральная плотность  $G(\omega, z)$  будет зависеть от комплексного коэффициента  $e^{jz\varphi(\omega)}$ . Тогда из выражений (4) и (6) получим промежуточное выражение для оператора преобразования сигнала в ОВ:

$$u(t, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \eta(\omega, z)G_0(\omega)e^{jz\varphi(\omega)}e^{-j\omega t} d\omega. \quad (7)$$

Линейный коэффициент передачи  $\eta(\omega, z)$  в формуле (7) представим в экспоненциальной форме:

$\eta(\omega, z) = \exp(\psi(\omega, z)) \Rightarrow \psi(\omega, z) = \ln \eta(\omega, z)$ . С учетом зависимости (5) можно выполнить цепочку преобразований:

$$\lg \eta = \lg e \ln \eta \approx 0,4343 \ln \eta \Rightarrow \ln \eta = (0,4343)^{-1} \lg \eta \Rightarrow \lg \eta = -(8,646)^{-1} \alpha. \quad (8)$$

В формуле (5) коэффициент затухания  $\alpha$  имеет смысл погонной величины (в расчете на 1 км длины линии, что показано на рис.1). Тогда из зависимости (8) можно получить следующую формулу для логарифмического коэффициента передачи по затуханию (ЛКП):

$$\psi(\omega, z) = z\psi(\omega) = z\beta(\omega) = -\frac{z}{8,646} \alpha(\omega, z = 1\text{км}), \quad (9)$$

где  $\beta(\omega)$  – погонный (в расчете на 1 км длины линии) ЛКП.

С учетом гладкости аппроксимируемых функций по аналогии с выражением (2) для дисперсионного коэффициента, функцию  $\beta(\omega)$  представим в виде полиномиального представления в окрестности некоторой несущей частоты:

$$\beta(\omega, M) = \beta_0 + \beta_1\omega + \dots + \beta_M\omega^M, \quad \beta_m = -\frac{1}{8,646 \cdot m!} \left. \frac{d^m \alpha(\omega, z = 1\text{км})}{d\omega^m} \right|_{\omega=\omega_0}, \quad (10)$$

где  $\omega$  – девиация относительно несущей частоты  $\omega_0$ .

Из выражений (7) и (9) следует **общая модель** преобразований сигнала в ОВ при выполнении ранее сделанных предположений:

$$u(t, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_0(\omega)e^{z[\psi(\omega) + j\varphi(\omega)]}e^{-j\omega t} d\omega, \quad (11)$$

где коэффициент  $e^{z\psi(\omega)}$  моделирует фактор неравномерности по затуханию, а коэффициент  $e^{jz\varphi(\omega)}$  – эффект дисперсионной эволюции. Из выражения (11) следует, что достаточно общей моделью преобразования спектральной плотности в ОВ является выражение для комплексного частотного коэффициента передачи (КЧКП):

$$H(z, \omega) = e^{z[\psi(\omega) + j\varphi(\omega)]}. \quad (12)$$

Соответственно, выражение для спектральной плотности на расстоянии  $z$  от точки ввода в ОБ:

$$G(\omega, z) = H(\omega, z)G_0(\omega) = G_0(\omega) e^{z[\psi(\omega) + j\varphi(\omega)]}. \quad (13)$$

Из выражения (12) следует, что модель комплексного коэффициента передачи во временной области (как импульсная характеристика некоторого фильтра [12]) определяется:

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega, z) e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{z[\psi(\omega) + j\varphi(\omega)]} e^{j\omega t} d\omega, \quad (14)$$

тогда во временной области огибающая сигнала на выходе ОБ будет определена выражением:

$$u(t, z) = \int_{-\infty}^{\tau} U_0(t) h(\tau - t) dt, \quad (15)$$

где  $U_0(t)$  – огибающая сигнала в момент ввода в ОБ.

Анализ зависимостей (13–15) показывает, что оператор преобразования оптического сигнала в ОБ является нестационарным по длине линии  $z$ , а также имеет комплексный характер. Иначе говоря, фазовый спектр сигнала изменяется по мере его распространения вдоль ОБ.

Для детального анализа зависимостей (13–15) надо задавать конкретный вид сигнала в момент его ввода в ОБ или конкретный вид начальной спектральной плотности. В то же время, можно рассмотреть оператор преобразования начальной длительности сигнала. Данное параметрическое решение является принципиально важным в смысле определения ограничений скорости передачи данных в ВОСП.

Используя известную зависимость между производной спектральной плотности  $G'(\omega)$  и эффективной длительностью сигнала  $T^2$  [12] в рассматриваемом случае получим выражение:

$$T^2(z) = \frac{1}{2\pi E_z} \int_{-\infty}^{\infty} [G'(\omega, z)]^2 d\omega, \quad E_z = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega, z)^2 d\omega, \quad (16)$$

где  $E_z$  – энергия сигнала на расстоянии  $z$  от точки ввода. Здесь и далее операция возведения в квадрат понимается как операция умножения величины на комплексно сопряженную с ней величину. Опуская в функциях (16) аргумент и обозначив  $G(\omega, z) = G_z$ , получим с учетом выражения (13):

$$G_z' = e^{z(\psi + j\varphi)} [G_0' + (\psi + j\varphi)G_0]. \quad (17)$$

Далее примем, что спектральная мощность в момент ввода в ОБ является вещественной функцией. Тогда из выражения (17) после выполнения тождественных преобразований получим:

$$|G_z'|^2 = e^{2z\psi} [G_0'^2 + 2\psi' G_0 G_0' + (\psi'^2 + \varphi'^2) G_0^2]. \quad (18)$$

Выражение (18) позволяет представить эффективную длительность сигнала (16) в виде суммы трех интегралов:

$$T^2(z) = \frac{1}{2\pi E_z} (I_1 + I_2 + I_3), \quad E_z = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{2z\psi} G_0^2 d\omega, \quad (19)$$

где

$$I_1 = \int_{-\infty}^{\infty} e^{2z\psi} G_0'^2 d\omega, \quad I_2 = 2 \int_{-\infty}^{\infty} e^{2z\psi} z\psi' G_0 G_0' d\omega, \quad I_3 = \int_{-\infty}^{\infty} e^{2z\psi} z^2 (\psi'^2 + \varphi'^2) G_0^2 d\omega. \quad (20)$$

Проанализируем полученные выражения. Компонент суммы (19), определяемый интегралом  $I_1$  после очевидных сокращений будет:

$$T_1^2(z) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{2z\psi} G_0'^2 d\omega \cdot \left( \int_{-\infty}^{\infty} e^{2z\psi} G_0^2 d\omega \right)^{-1}$$

Если принять  $z = 0$  или  $\psi = const$ , то данный компонент суммы даст значение эффективной длительности сигнала  $T_0^2$  в момент ввода в ОБ. Полагая функцию  $e^{2z\psi}$  достаточно гладкой и применяя теорему интегрального исчисления о среднем, будем далее полагать, что  $T_1^2(z) \approx T_0^2$ . Тогда приращение эффективной длительности сигнала на расстоянии  $z$  от точки ввода будет определяться компонентами суммы (19), определяемыми только интегралами  $I_2$  и  $I_3$ :

$$\Delta T^2(z) = T^2(z) - T_0^2 = \frac{1}{2\pi E_z} (I_2 + I_3). \tag{21}$$

Под знаком интеграла  $I_3$  находится неотрицательная функция. Данный интеграл обращается в ноль только в том случае, когда одновременно отсутствуют фактор неравномерности и фактор дисперсии, что практически невыполнимо. Интеграл  $I_2$  существенно зависит от характера подынтегральных функций. Вообще говоря, обусловленный им компонент суммы (19) может иметь отрицательное значение. То есть, данная составляющая может вызывать некоторое уменьшение начальной длительности импульса. Более точные оценки можно получить лишь для конкретного вида подынтегральных функций. Для получения необходимых зависимостей выполним обработку значений коэффициента затухания.

**2. Методика обработки экспериментальных данных**

Реальное решение задачи требует выполнения натуральных измерений коэффициента затухания. При этом в рабочем диапазоне длин волн (примерно от 0,6 до 1,8 мкм), как показывают предварительные расчеты, следует выполнять измерения с шагом не более 10 нм.

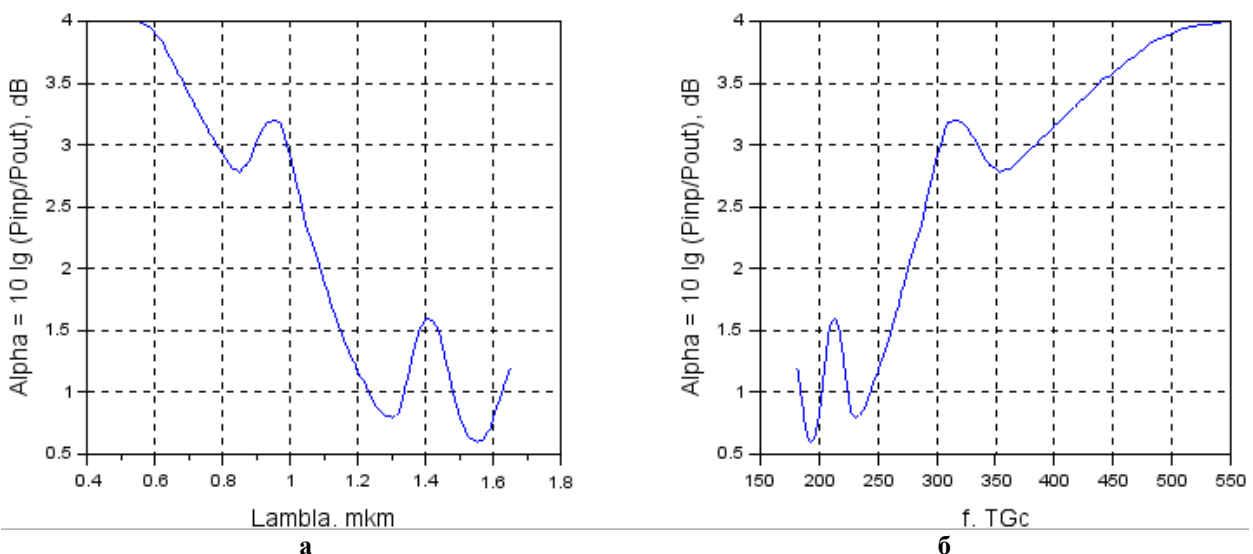
В нашем случае для получения приблизительных оценок фактора неравномерности натурные измерения заменим оцифровкой известных графиков зависимости коэффициента затухания от длины волны. Конкретно в данной статье используем для этих целей график на рис. 1. Для оцифровки переносим график по характерным точкам на лист миллиметровой бумаги и получаем значения отсчетов с шагом 10 нм. Фрагмент результатов оцифровки дан в табл. 1.

Таблица 1

**Значения коэффициента затухания**

$\lambda$ мкм	$\alpha$ дБ/ км	$\lambda$ мкм	$\alpha$ дБ/ км	$\lambda$ мкм	$\alpha$ дБ/ км	$\lambda$ мкм	$\alpha$ дБ/ км	$\lambda$ мкм	$\alpha$ дБ/ км	$\lambda$ мкм	$\alpha$ дБ/ км	$\lambda$ мкм	$\alpha$ дБ/ км	$\lambda$ мкм	$\alpha$ дБ/ км	$\lambda$ мкм	$\alpha$ дБ/ км	$\lambda$ мкм	$\alpha$ дБ/ км
0,66	3,62	0,76	3,09	0,86	2,82	0,96	3,19	1,06	2,24	1,16	1,40	1,26	0,86	1,36	1,30	1,46	1,24	1,56	0,61
0,67	3,56	0,77	3,07	0,87	2,84	0,97	3,18	1,07	2,16	1,17	1,35	1,27	0,84	1,37	1,40	1,47	1,14	1,57	0,62
0,68	3,54	0,78	3,00	0,88	2,88	0,98	3,10	1,08	2,08	1,18	1,28	1,28	0,81	1,38	1,50	1,48	1,00	1,58	0,68
0,69	3,46	0,79	2,97	0,89	2,96	0,99	2,98	1,09	1,98	1,19	1,24	1,29	0,81	1,39	1,55	1,49	0,90	1,59	0,70
0,70	3,40	0,80	2,92	0,90	3,04	1,00	2,90	1,10	1,88	1,20	1,15	1,30	0,80	1,40	1,60	1,50	0,80	1,60	0,80
0,71	3,36	0,81	2,88	0,91	3,08	1,01	2,78	1,11	1,82	1,21	1,12	1,31	0,81	1,41	1,59	1,51	0,74	1,61	0,90
0,72	3,30	0,82	2,84	0,92	3,14	1,02	2,66	1,12	1,70	1,22	1,08	1,32	0,84	1,42	1,58	1,52	0,67	1,62	0,95
0,73	3,26	0,83	2,80	0,93	3,18	1,03	2,56	1,13	1,64	1,23	1,00	1,33	0,94	1,43	1,54	1,53	0,63	1,63	1,05
0,74	3,20	0,84	2,80	0,94	3,19	1,04	2,40	1,14	1,56	1,24	0,96	1,34	1,06	1,44	1,48	1,54	0,62	1,64	1,12
0,75	3,16	0,85	2,78	0,95	3,20	1,05	2,30	1,15	1,48	1,25	0,90	1,35	1,15	1,45	1,36	1,55	0,60	1,65	1,20

Табличные данные размещаются в текстовом файле и передаются в программу обработки. Для следующих операций в рамках данной работы использовано свободно распространяемое программное обеспечение Scilab [13].



**Рис. 2. Зависимость удельного коэффициента затухания (в расчете на 1 км длины) в ОВ:**  
а – от длины волн; б – от циклической частоты

По данным табл. 1 выполняется построение графика зависимости коэффициента затухания от длины волны и от частоты (рис. 2). Далее выполняется пересчет значений коэффициента затухания в значения коэффициента передачи (рис. 3). При этом частотная сетка с учетом размерностей, используемых в формулах (12–20) преобразуется по правилу  $1\text{ТГц} \sim 2\pi \cdot \text{Трад} / \text{с}$ .

Заметим, что локальные минимумы (рис. 1, рис. 2, а) – т.н. «окна прозрачности» соответствуют аналогичным локальным максимумам коэффициента передачи (рис. 3).

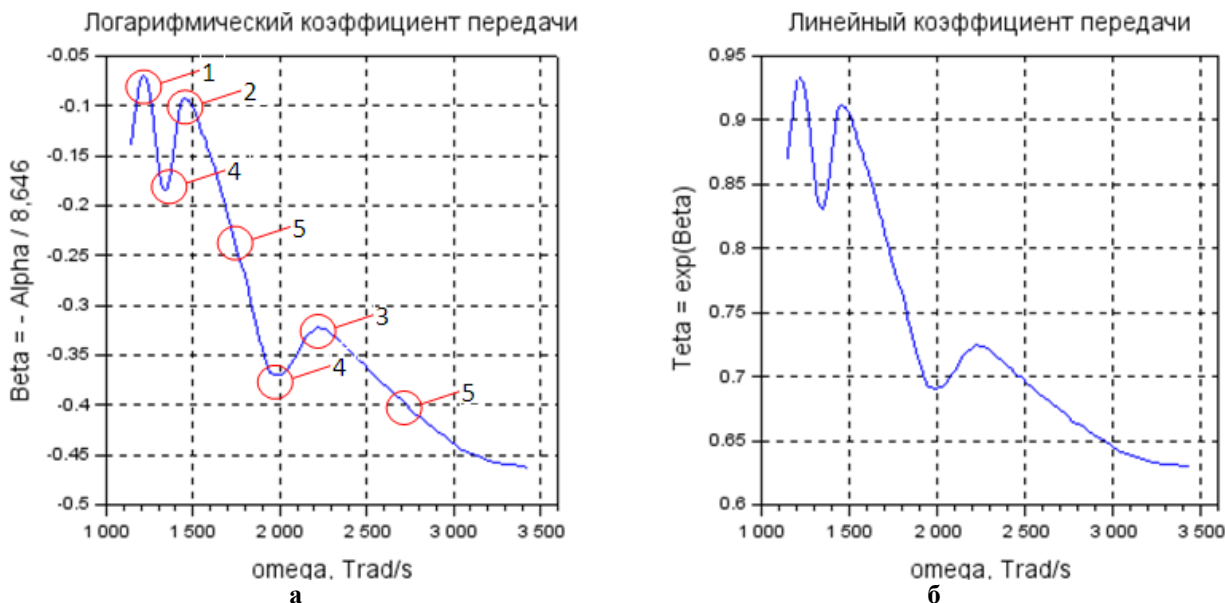


Рис. 3. Зависимость удельного коэффициента передачи (в расчете на 1 км длины) в ОВ: а – логарифмический коэффициент передачи ; б – линейный коэффициент передачи; 1–5 – характерные участки графика (1–3 – окна прозрачности)

На следующем шаге выполняется локальная аппроксимация полиномом вида (10) логарифмического коэффициента передачи. Для окрестностей окон прозрачности 1550 нм и 1330 нм (выноски 1 и 2 на рис. 3) результаты аппроксимации даны в виде графиков на рис. 4.

Полиномиальная аппроксимация выполняется методом наименьших квадратов в некоторых окрестностях характерных участков зависимости логарифмического коэффициента передачи от частоты.

Выполненные расчеты показывают, что в локальных областях шириной порядка 10–30 ТГц достаточно ограничиться 2-3 степенью полинома (10). Для окрестностей окон прозрачности 1550 нм, 1330 нм и 850 нм результаты вычисления коэффициентов аппроксимирующих полиномов даны в табл. 2. В этой таблице также даны оценки точности аппроксимации в виде относительной ошибки модели (параметр  $\epsilon$ ). Как видно из полученных результатов, относительная ошибка имеет порядок 0,1%, что можно считать удовлетворительной точностью.

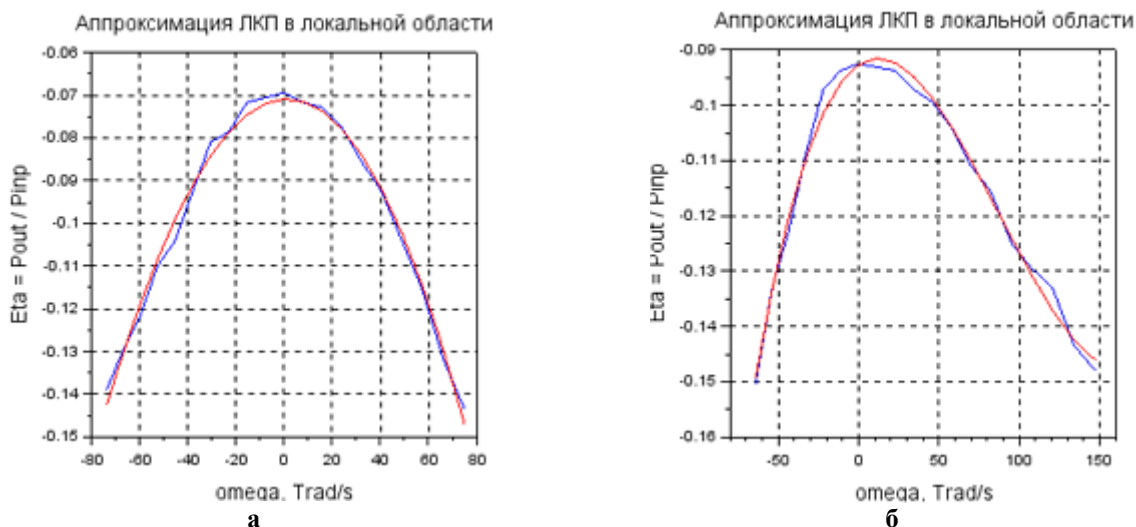


Рис. 4. Аппроксимации логарифмического коэффициента передачи: а – для окна прозрачности 1550 нм ; б – для окна прозрачности 1300 нм

Заметим, что увеличение степени полинома сверх третьего порядка не приводит к сколько-нибудь существенному повышению точности. Более того, для окна прозрачности 1550 нм (выноска 1 на рис. 3) вполне приемлемую точность в полосе шириной 10 ТГц дает аппроксимация полиномом второй степени.

Расчеты (и анализ графиков рис. 3) показывают, что значения коэффициентов полинома (10) существенно зависят от выбранного участка аппроксимации.

Таблица 2

**Значения коэффициентов локальных полиномиальных аппроксимаций (10)**

$\omega_0$ , Град/с	$f_0$ , ТГц	$\lambda_0$ , нм	$\beta_0$	$\beta_1$ , с/Град	$\beta_2$ , (с/Град) <sup>2</sup>	$\beta_3$ , (с/Град) <sup>3</sup>	$\varepsilon$ , %
1216	193,5	1550	- 7.092D-02	3.295D-05	- 1.334D-05	- 8.321D-09	0,182
1450	230,8	1330	- 9.268D-02	1.965D-04	- 8.661D-06	3.302D-08	0,153
2218	352,9	850	- 3.257D-01	2.731D-05	- 9.253D-07	1.287D-09	0,201

При этом характер кривой в локальной области обуславливает превалирование той или иной составляющей полинома (10), а также определяет знаки соответствующих коэффициентов. Так, в областях окон прозрачности превалирующий вклад вносят составляющие второго порядка. При этом знак коэффициента  $\beta_2$  отрицательный. Аналогично, для областей локальных минимумов зависимости коэффициента передачи от частоты (выноски 4 на рис. 3), решающий вклад также дает составляющая второго порядка, но коэффициент  $\beta_2$  имеет при этом положительное значение. Для других характерных участков (выноски 5 на рис. 3) превалирует линейная компонента полинома (10).

Для дальнейшего анализа порядка влияния фактора неравномерности заметим, что коэффициент  $\beta_0$  не влияет на деформацию вида спектральной плотности: он в равной мере обуславливает затухание всех частотных компонентов. Следовательно, он также и не влияет на изменение начальной длительности оптического сигнала.

Также ограничимся рассмотрением только одной характерной области – 1550 нм (первая строка в табл. 2). С учетом ранее сделанных замечаний и данных табл. 2 можно положить в выражениях (19-20)  $\psi(\omega) \approx -10^{-5} \omega^2$ . Также положим, что точка 1550 нм соответствует точке нулевой дисперсии. Такое предположение приблизительно выполняется, по крайней мере, для ОВ типа SMF-LS фирмы “Corning” [4]. То есть, влиянием фактора дисперсии в данном случае можно пренебречь. Тогда в формуле (20) выражение для интеграла  $I_3$  упрощается:

$$I_3 = \int_{-\infty}^{\infty} e^{2z\psi} z^2 \psi'^2 G_0^2 d\omega . \tag{22}$$

**3. Оценка влияния фактора неравномерности на импульс Найквиста**

Для получения приблизительных оценок влияния фактора неравномерности на увеличение длительности оптического сигнала, рассмотрим частную модель импульса Найквиста [14] со спектральной плотностью, близкой к прямоугольной. Для этого рассмотрим спектральную плотность в виде приподнятого косинуса с весьма малым коэффициентом скругления (рис. 5).

В этом случае норма первой производной спектральной плотности существенно меньше нормы самой плотности. Тогда значением интеграла  $I_2$  в формулах (20) можно пренебречь.

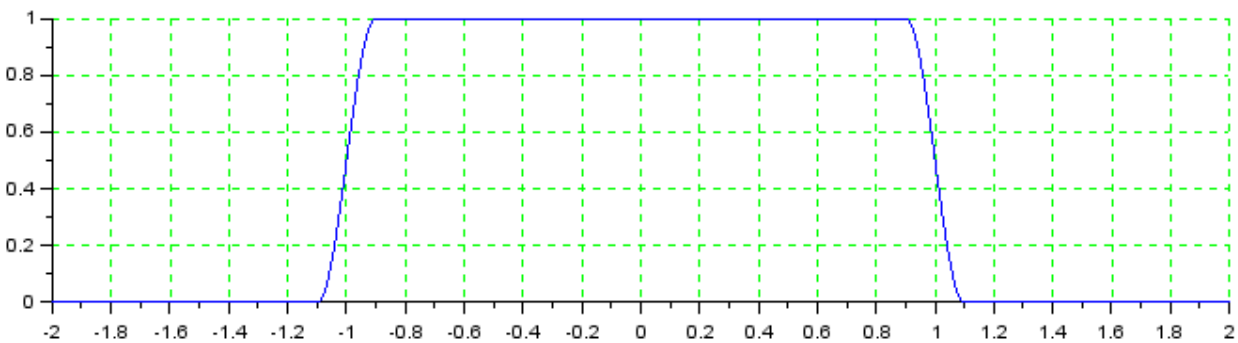


Рис. 5. Спектральная плотность импульса Найквиста в форме приподнятого косинуса с коэффициентом скругления 0,1

С учетом нормировки к энергии в формуле (19) и полагая спектральную плотность (рис. 5) приблизительно прямоугольной, а также учитывая значение коэффициента  $\beta_2 \approx 10^{-5}$  и применяя теорему о среднем, получим приблизительное значение приращения эффективной длительности сигнала на расстоянии 1 км для полосы шириной 100 ТГц (-50...+50 ТГц, или  $-0,1 \pi \dots +0,1 \pi$  Град/с):

$$\Delta T^2(z = 1\text{км}) \approx 2\beta_2^2 \int_{-0,1\pi}^{0,1\pi} \omega^2 d\omega = \frac{4}{3} \cdot 10^{-10} \cdot (0,1\pi)^3 \approx 4,134 \cdot 10^{-12}. \quad (23)$$

Оценка (23) дает приращение эффективной длительности сигнала в расчете на 1 км длины линии и ширины полосы 100 ГГц. В выбранном диапазоне частот такая полоса соответствует одному частотному каналу оборудования типа STM [15]. В области длин волн такая ширина полосы примерно равна 1 нм. С учетом размерностей погонный коэффициент удлинения оптического сигнала в данном случае составляет приблизительно  $\Delta T(z = 1\text{км}) \approx 2[\text{пс} / \text{нм} \cdot \text{км}]$ .

Сравним полученную оценку с воздействием фактора дисперсии на увеличение длительности оптического сигнала. В различных источниках (например, [4]) для разных типов ОБ даются оценки погонного коэффициента дисперсии в диапазоне  $3 \dots 20[\text{пс} / \text{нм} \cdot \text{км}]$ . Как видим, полученное значение погонного коэффициента удлинения сопоставимо с этими значениями. В точке нулевой дисперсии влияние фактора неравномерности может вообще оказаться превалирующим.

Аналогичные оценки для окон прозрачности 1330 нм и 850 нм дают менее значимые оценки (табл. 2). Приблизительно  $1,2[\text{пс} / \text{нм} \cdot \text{км}]$  для окна прозрачности 1330 нм и около  $0,8[\text{пс} / \text{нм} \cdot \text{км}]$  для окна прозрачности 850 нм.

Как видим, существующие инженерные методики расчетов длины регенерационных участков [3,4] дают удовлетворительные оценки без учета фактора неравномерности. В то же время, для перспективных ВОСП этим фактором пренебрегать нельзя. В самом деле, в точке нулевой дисперсии, где можно планировать передачу сигнала без его расширения во временной области, фактор неравномерности может оказаться решающим. Так, для теоретических сигналов с малой базой можно использовать приблизительное соотношение:

$$B = \Delta T \cdot \Delta F \approx 1, \quad (24)$$

где  $\Delta T$  – длительность сигнала во временной области;  $\Delta F$  – ширина спектра сигнала.

Если принять ширину полосы в момент ввода сигнала в ОБ 100 ГГц, то из выражения (24) следует, что его начальная длительность может иметь порядок 10 пс. С учетом полученных оценок его длительность на расстоянии 100 км за счет фактора неравномерности может возрасти до 200 пс, а на расстоянии 300 км до 600 пс. Таким образом, обнаруженный эффект увеличения длительности оптического сигнала за счет фактора неравномерности следует считать значимым.

На основании формулы (24) обнаруженному эффекту можно дать обоснование с точки зрения классической теории сигналов [16]. Действительно, в рассматриваемом частном случае частотный коэффициент передачи (12) представляется в виде:

$$H(\omega) = \exp(-z\beta_2\omega^2), \quad (25)$$

иначе говоря, фактор неравномерности воздействует на входной сигнал как гауссов фильтр [14].

Для неотрицательных функций  $a(x)$  и  $b(x)$  элементарно доказывается неравенство:

$$\int_{-s}^s a(x)b(x)dx \leq \int_{-s}^s a(x)dx \cdot \int_{-s}^s b(x)dx. \quad (26)$$

Принимая энергию сигнала в момент ввода в ОБ единичной, сравним значения эффективной ширины спектра в момент ввода в ОБ и на расстоянии  $z$  с учетом оператора (25):

$$\Delta\Omega^2(z) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} e^{-z\beta_2\omega^2} \omega^2 G_0^2 d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} e^{-z\beta_2\omega^2} G_0^2 d\omega} \triangleleft \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 G_0^2 d\omega = \Omega^2(z=0).$$

Полагая в последнем выражении неотрицательные функции  $a(\omega) = e^{-z\beta_2\omega^2}$ ,  $b(\omega) = \omega^2$ ,  $c(\omega) = G_0^2$  и применяя неравенство (26) циклически, получаем, что эффективная ширина спектра в данном случае уменьшается вследствие эффекта неравномерности:  $\Delta\Omega^2(z) \leq \Omega^2(z=0)$ . Соответственно, в силу соотношения (24), увеличивается эффективная длительность сигнала.

#### 4. Оценка влияния фактора неравномерности на гауссов импульс

Оптический сигнал в форме гауссова импульса обладает рядом уникальных свойств, в частности удовлетворяет условию минимума приведенной базы (24) [2]. Поэтому представляет особый интерес исследование его устойчивости к фактору неравномерности. Здесь мы также выполним приблизительные расчеты в предположении, что аппроксимация ЛКП выполнена в окрестности окна прозрачности 850 нм (выноска 3 на рис. 3, третья строка в табл. 2). Кроме того, положим, что несущая (центральная) частота излучения лазера совпадает с точкой нулевой дисперсии.

Полагая энергию сигнала единичной, определим спектральную плотность сигнала  $G_0(\omega)$  в момент ввода в ОБ через его энергетический спектр:



$$G_0^2(\omega) = A^2 \exp\left(-\frac{\omega^2}{2\sigma^2}\right) \Rightarrow G_0(\omega) = A \exp\left(-\frac{\omega^2}{4\sigma^2}\right), \quad A^2 = \frac{2\pi}{\sigma\sqrt{2\pi}}. \quad (27)$$

Определение спектральной плотности сигнала  $G_0(\omega)$  (27) очевидно совпадает с теоретико-вероятностной функцией нормального распределения [17]. Пользуясь известными свойствами данной функции, получим выражения для энергии и эффективной ширины спектра:

$$E_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_0^2(\omega) d\omega = 1, \quad \Omega_0^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 G_0^2(\omega) d\omega = \sigma^2, \quad (28)$$

Для дальнейших расчетов используем показатель расчетной ширины спектра [2]:  $\Delta\Omega = \pm 3\sigma$ . В полосе шириной  $6\sigma$  в данном случае сосредоточено более 97% энергии сигнала. Здесь мы рассматриваем полосу 100 ГГц ( $2\pi \cdot 0,1 \text{ Трад} / \text{с}$ ). Тогда параметр  $\sigma \approx \pi \cdot 0,03 \text{ Трад} / \text{с}$ . Для получения образов сигнала во временной области выполним обратные преобразования Фурье над спектральной мощностью (27) в момент ввода в ОВ и для спектральной плотности с учетом коэффициента передачи на расстоянии 1 км. Для этого воспользуемся табличным интегралом [18, с. 344]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-px^2 - qx) dx = \sqrt{\frac{\pi}{p}} \exp\left(\frac{q^2}{4p}\right), \quad \text{Re } p > 0. \quad (29)$$

После тождественных преобразований получим:

$$S_0(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_0(\omega) e^{j\omega t} d\omega = \frac{A\sigma}{\sqrt{\pi}} \exp(-\sigma^2 t^2), \quad (30)$$

$$S_{z=1\text{км}}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\beta_2^2 \omega^2) G_0(\omega) e^{j\omega t} d\omega = \frac{A\sigma}{\sqrt{\pi(4\beta_2^2 \sigma^2 + 1)}} \exp\left(-\frac{\sigma^2}{4\beta_2^2 \sigma^2 + 1} t^2\right). \quad (31)$$

Как видно из полученных зависимостей (30, 31), во временной области сигнал сохраняет гауссову форму. В общем виде эти зависимости можно представить как  $S(t) = b \exp(-at^2)$ , где параметр  $b$  характеризует амплитуду сигнала, а параметр  $a$  – его длительность. Поскольку эффективная длительность сигнала определяется формулами:

$$T^2 = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} t^2 S^2(t) dt, \quad E = \int_{-\infty}^{\infty} S^2(t) dt, \quad (32)$$

то амплитудный параметр  $b$  после сокращений в формулах (32) не будет влиять на результат. Тогда можно использовать два табличных интеграла для вычисления эффективной длительности сигнала:

$$I_1 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \exp(-ax^2) dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2a^{3/2}}, \quad I_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-ax^2) dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \Rightarrow T^2 = \frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{2a}. \quad (33)$$

Подставляя в общее выражение (33) значения параметров из формул (30, 31), получим:

$$T_0^2 = \frac{1}{2\sigma^2}, \quad T_{z=1\text{км}}^2 = \frac{4\beta_2^2 \sigma^2 + 1}{2\sigma^2} \Rightarrow \Delta T^2(z = 1\text{км}) = T_{z=1\text{км}}^2 - T_0^2 = 2\beta_2^2. \quad (34)$$

Как видим, в принятой модели узкополосного канала ВОСП, приращение эффективной длительности сигнала не зависит от его начальной длительности. Количественные оценки по формуле (34) дают результат:

$$\Delta T^2(z = 1\text{км}) \approx 2 \cdot 10^{-12} = 2 \left[ \frac{nc^2}{\text{нм} \cdot \text{км}} \right], \text{ или в линейном масштабе } \Delta T(z = 1\text{км}) \approx 1,4 \left[ \frac{nc}{\text{нм} \cdot \text{км}} \right].$$

Таким образом, получены значения, приблизительно соответствующие значениям влияния фактора неравномерности для импульса Найквиста. Можно заметить, что для окон прозрачности 1330 нм и 1550 нм значения данного погонного коэффициента будут еще более значительными.

#### Заключение

В работе получены результаты, касающиеся уточнения моделей преобразования сигналов в оптическом волокне. Дана общая модель оператора, учитывающего одновременно дисперсионные эффекты и влияние фактора неравномерности коэффициента затухания. Приведена методика обработки экспериментальных данных, которая опробована на теоретическом примере.

Полученные результаты позволяют утверждать, что фактор неравномерности дает эффект удлинения оптического сигнала, сравнимый по величине с воздействием фактора материальной дисперсии.

Разработки, опубликованные в настоящей статье, могут использоваться для уточненных инженерных расчетов при проектировании перспективных волоконно-оптических систем передачи.

Вычисления в Scilab по заданным алгоритмам выполнил магистрант Гузун А.И. Остальные

результаты принадлежат Одегову Н.А.

### Литература

1. BigData шагаєт по планете. Количество данных в мире удваивается каждые два года [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <https://rg.ru/2013/05/14/infa-site.html>.
2. Одегов Н.А Основы теории аппроксимации оптических сигналов гауссовыми импульсами / Н.А. Одегов // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2018. – № 5. – С. 42–72.
3. Корнейчук В.И. Оптические системы передачи / В.И. Корнейчук, Т.В. Макаров, И.П. Панфилов. – Киев : Техніка, 1994. – 386 с.
4. Бондаренко О.В. Волоконно-оптические кабели. Теоретические основы, конструирование и расчет, технология производства и эксплуатация : монография / О.В. Бондаренко, Д.В. Иоргачев, А.Ф. Данченко, А.В. Усов. – Одесса : Астропринт, 2000. – 536 с.
5. Одегов Н.А. Передача информации оптическими импульсами равной дисперсии / Н.А. Одегов // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2017. – № 2. – С. 28–38.
6. Одегов Н.А. Операторы дисперсии и согласованные оптические сигналы / Н.А. Одегов // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2017. – № 5. – С. 211–220.
7. Staschuk O. Method of determining the length of the amplifying section by four-wave mixing for the line based on the standard fiber / O. Staschuk, D. Bahachuk, I. Slobodianiuk, O. Yurieva // Proceedings of the O.S. Popov ONAT. – Odessa, 2017. – № 2. – С. 39–47.
8. Решетникова О.С. Оценка влияния фазовой самомодуляции на качество каналов ВОСП СРК с прямой модуляцией / О.С. Решетникова // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2012. – № 1. – С. 158–166.
9. Гауэр Дж. Оптические системы связи / Дж. Гауэр. – М. : Радио и связь, 1989. – 504 с.
10. Агравал Г. Нелинейная волоконная оптика / Агравал Г. – М. : Мир, 1996. – 323 с.
11. Затухание сигнала в волокне. Виды потерь в волокне [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <https://poznayka.org/s63251t1.html>.
12. Варакин Л.Е. Теория сложных сигналов / Варакин Л.Е. – М. : Советское радио, 1970. – 376 с.
13. Scilab. Open source software for numerical computation [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <https://www.scilab.org>.
14. Сукачев Э.А. Введение в теорию сигналов Найквиста / Э.А. Сукачев. – Одесса : Освіта України, 2016. – 108 с.
15. Макаров Т.В. Когерентные волоконно-оптические системы передачи / Макаров Т.В. – Одесса : ОНАС им. А.С. Попова, 2009. – 220 с.
16. Харкевич А.А. Спектры и анализ / А.А. Харкевич. – М. : Книжный дом «ЛИБКОМ», 2009. – 240 с.
17. Вентцель Е.С. Теория вероятностей : учеб. для вузов / Вентцель Е.С. – 6-е изд. стер. – М. : Высшая школа, 1999. – 576 с.
18. Прудников А.П. Интегралы и ряды. Элементарные функции / Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. – М. : Наука, 1981. – 800 с.

### References

1. BigData shagaet po planete. Kolichestvo dannyh v mire udvaivaetsya kazhdye dva goda [Jelektronnyj resurs]. – Rezhim dostupa : <https://rg.ru/2013/05/14/infa-site.html>.
2. Odegov N.A. Osnovy teorii approksimacii opticheskikh signalov gaussovymi impul'sami / N.A. Odegov // Herald of Khmelnytskyi National University. – 2018. – № 5. – S. 42–72.
3. Kornejchuk V.I. Opticheskie sistemy peredachi / V.I. Kornejchuk, T.V. Makarov, I.P. Panfilov. – Kiiv : Tehnika, 1994. – 386 s.
4. Bondarenko O.V. Volokonno-opticheskie kabeli. Teoreticheskie osnovy, konstruirovaniye i raschet, tehnologiya proizvodstva i jekspluatatsiya : monografija / O.V. Bondarenko, D.V. Iorgachev, A.F. Danchenko, A.V. Usov. – Odessa : Astroprint, 2000. – 536 s.
5. Odegov N.A. Peredacha informacii opticheskimi impul'sami ravnoj dispersii / N.A. Odegov // Naukovi praci ONAZ im. O.S. Popova. – 2017. – № 2. – S. 28–38.
6. Odegov N.A. Operatory dispersii i soglasovannye opticheskie signaly / N.A. Odegov // Herald of Khmelnytskyi National University. – 2017. – № 5. – S. 211–220.
7. Staschuk O. Method of determining the length of the amplifying section by four-wave mixing for the line based on the standard fiber / O. Staschuk, D. Bahachuk, I. Slobodianiuk, O. Yurieva // Proceedings of the O.S. Popov ONAT. – Odessa, 2017. – № 2. – S. 39–47.
8. Reshetnikova O.S. Ocenka vlijaniya fazovoj samomoduljatsii na kachestvo kanalov VOSP SRK s prjamoj moduljaciej / O.S. Reshetnikova // Naukovi praci ONAZ im. O.S. Popova. – 2012. – № 1. – С. 158–166.
9. Gaujer Dzh. Opticheskie sistemy svjazi / Dzh. Gaujer. – M. : Radio i svjaz', 1989. – 504 s.
10. Agraval G. Nelinejnaja volokonnaja optika / Agraval G. – M. : Mir, 1996. – 323 s.
11. Zatuhanie signala v volokne. Vidy poter' v volokne [Jelektronnyj resurs]. – Rezhim dostupa : <https://poznayka.org/s63251t1.html>.
12. Varakin L.E. Teorija slozhnyh signalov / Varakin L.E. – M. : Sovetskoe radio, 1970. – 376 s.
13. Scilab. Open source software for numerical computation [Jelektronnyj resurs]. – Rezhim dostupa : <https://www.scilab.org>.
14. Sukachev Je.A. Vvedenie v teoriju signalov Najkvista / Je.A. Sukachev. – Odessa : Osvita Ukraini, 2016. – 108 s.
15. Makarov T.V. Kogerentnye volokonno-opticheskie sistemy peredachi / Makarov T.V. – Odessa : ONAS im. A.S. Popova, 2009. – 220 s.
16. Harkevich A.A. Spektry i analiz / A.A. Harkevich. – M. : Knizhnyj dom «LIBKOM», 2009. – 240 s.
17. Ventcel' E.S. Teorija verojatnostej : ucheb. dlja vuzov / Ventcel' E.S. – 6-e izd. ster. – M. : Vysshaja shkola, 1999. – 576 s.
18. Prudnikov A.P. Integraly i rjady. Jelementarnye funkicii / Prudnikov A.P., Brychkov Ju.A., Marichev O.I. – M. : Nauka, 1981. – 800 s.

Рецензія/Peer review : 10.1.2019 р.

Надрукована/Printed : 15.2.2019 р.  
Рецензент: к.т.н., проф. Стащук О.М.