

Ю.В. БАТЫГИН, С.А. ШИНДЕРУК, Е.А. ЧАПЛЫГИН,  
Е.Ф. ЕРЁМИНА, Б.В. БОРИСЕНКО  
Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет

## ЦИЛИНДРИЧЕСКАЯ ИНДУКТОРНАЯ СИСТЕМА С ВНЕШНИМ БИФИЛЯРНЫМ СОЛЕНОИДОМ. АНАЛИЗ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПРОЦЕССОВ

*Рассмотрена физико-математическая модель предложенной индукторной системы и проведен теоретический анализ протекающих в ней электромагнитных процессов. Получены численные оценки характеристик возбуждаемых полей, что позволяет обосновать практическую дееспособность рассматриваемой системы. Результаты исследований могут быть использованы при формировании новых схем оборудования для магнитно-импульсной обработки металлов.*

*Ключевые слова:* индукторная система, электромагнитные процессы, индуцированный ток, магнитно-импульсная обработка.

YU.V. BATYGIN, S.A. SHINDERUK, E.A. CHAPLYGIN, E.F. YERYOMINA, B.V. BORISENKO  
Kharkiv National Automobile and Highway University

## CYLINDRICAL INDUCTOR SYSTEM WITH EXTERNAL BIFILAR SOLENOID. ANALYSIS OF ELECTROMAGNETIC PROCESSES

*The purpose of this work is a theoretical analysis and assessment of the electromagnetic processes characteristics in the proposed inductor system with an external bifilar solenoid. The obtained numerical estimates of the excited current dependences allow us to justify the practical applicability of the investigated inductor system. The radial and longitudinal dependences of the current induced in the inductor metal are calculated. It is shown that under the accepted conditions the time functions of the induced and exciting current are the same. It is established that in the longitudinal distribution of the induced current there is no constant component, which leads to a change in the corresponding integral dependence in comparison with the distribution of the excitation current. The decrease in the amplitude of the induced current occurs with a relative increase in the period of the bifilar winding. The smallest magnitude of the induced current should be observed at a sufficiently small difference between the radial dimensions of the internal inductor, the first and second windings of the bifilar, which is practically possible in inductor systems with sufficiently large transverse dimensions. Scientific novelty consists in proposing the idea of constructive design of the inductor system, its physical and mathematical model, analysis of the electromagnetic processes taking place with numerical estimates of the dependences of the excited current, which allows substantiating the practical operability of the investigated inductor system. The obtained numerical estimates of the dependences of the excited current allow substantiating the practical applicability of the studied inductor system. A very promising area for further research is an experimental study of electromagnetic processes in the proposed design of an inductor system with external bifilar coils. The research results can be used in the selection of working design solutions for the corresponding elements of new circuits of equipment for magnetic pulse metal processing.*

*Keywords:* inductor system, electromagnetic processes, induced current, magnetic pulse processing.

### Введение

Бифилярной является катушка, намотанная двумя параллельными проводами, расположенными рядом друг с другом на одном общем каркасе, и изолированными друг от друга на всем протяжении намотки. В зависимости от назначения бифиляра токи в параллельных проводах обмотки могут иметь одинаковые или разные направления. В первом случае вне намоток возбуждаемые магнитные потоки складываются, что приводит к увеличению результирующего поля. Во втором случае вне намоток возбуждаемые магнитные потоки вычитаются, что в итоге ведёт к уменьшению результирующего поля, что, в конечном итоге, означает снижение величины индуктивности катушки, как элемента электрического контура.

### Анализ публикаций и постановка задачи

Впервые термин «бифилярная катушка» упоминается Николой Тесла в патенте США [1]. Своё изобретение автор использовал для питания эффективных источников света, для передачи энергии на расстояние без проводов и др. [2]. В современной электротехнике бифилярные конструкции используют в качестве малоиндуктивных проволочных резисторов, в схемах генерации магнитных импульсов любой формы и длительности, в радиотехнических устройствах с целью повышения их рабочих показателей, в сверхпроводящих электротехнических устройствах и др. [3–5]. Развитию численных и аналитических методов расчёта электромагнитных процессов в соленоидах разной геометрии, получивших широкое применение в качестве источников сильных электромагнитных полей, посвящены работы [6, 7].

Для схем оборудования магнитно-импульсной обработки металлов представляют практический интерес исследования систем, в которых бифилярные катушки размещаются либо внутри, либо поверх многовитковых цилиндрических индукторов. Использование таких конструктивных дополнений позволяет снизить рассеяние электромагнитной энергии без влияния на процессы в инструментах силового воздействия [7]. Авторами [8] впервые предложена индукторная система с бифиляром, размещённым поверх собственно индуктора, и получены расчётные выражения для полей и токов, позволяющие проанализировать действенность предложения на основе найденных расчётных данных.

Цель настоящей работы – теоретический анализ и оценка характеристик электромагнитных процессов в цилиндрической системе, где индуктор размещён внутри коаксиального соленоида, обмотка которого выполнена в виде бифиляра с противоположно направленными токами.

Научная новизна состоит в предложении идеи конструктивного исполнения собственно индукторной системы, её физико-математической модели, проведении анализа протекающих электромагнитных процессов с численными оценками характеристик возбуждаемых полей, что позволяет обосновать практическую дееспособность исследованной индукторной системы.

**Анализ протекающих процессов, численные оценки**

Для решения поставленной задачи выпишем из работы [8] все необходимые аналитические зависимости. Кроме того, для ясности в изложении приведем физико-математическую модель предложенной индукторной системы, схема которой представлена на рис. 1, и основные допущения, определяющие состояние системы и границы применимости полученных расчётных соотношений.

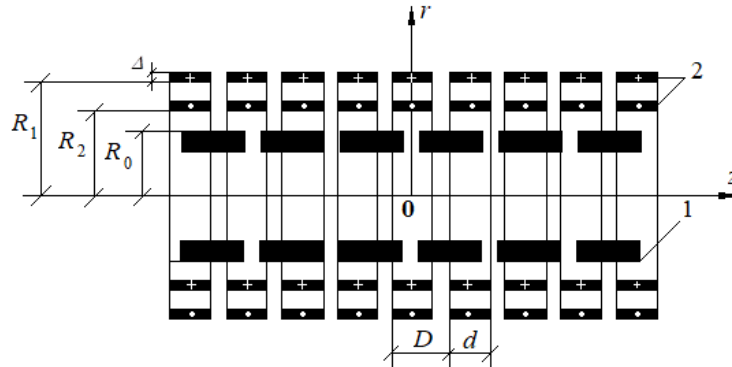


Рис. 1. Расчётная модель индукторной системы с внешней бифилярной обмоткой

**Состояние исследуемой системы.** Внутренний индуктор отключён, его витки выполнены из металла с высокой электропроводностью и достаточно плотно прилегают друг к другу, так что их внешнюю поверхность радиуса  $R_0$  можно считать сплошной поверхностью из идеального проводника.

В продольном направлении бифилярная обмотка представляет собой периодическую структуру, где  $D$  – шаг намотки,  $d$  – ширина витков,  $\Delta$  – толщина витков бифиляра. Витки бифилярной обмотки из металлической ленты ( $R_1, R_2$  – радиусы внутренней и внешней её частей) не влияют на протекающие электромагнитные процессы, так как они «прозрачны» для возбуждаемых полей. Бифиляр возбуждается гармоническим током с амплитудно-временной зависимостью  $j_\varphi(t) = j_m \cdot \sin(\omega t)$ , где  $j_m$  – амплитуда линейной плотности возбуждающего тока,  $\omega$  – циклическая частота,  $t$  – время.

В конечном итоге, основной практический интерес представляет ток, индуцированный в металле внутреннего индуктора-соленоида. Его величина определяет влияние внешнего бифиляра на электромагнитные процессы в рассматриваемой индукторной системе. В этой связи ограничимся выражением для индуцированного тока, которое, сохранив все обозначения, выпишем из работы [8].

$$j_i(p, z) = H_z(p, r = R_0, z) = -j_m \cdot \frac{1}{R_0} \cdot \left( \frac{\omega}{p^2 + \omega^2} \right) \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(\Omega_n \cdot z) \cdot M_n(R_{1,2}) \cdot V_n(R_0), \quad (1)$$

где  $p$  – параметр преобразования Лапласа;  $\Omega_n = \frac{2\pi}{D} \cdot n$ ;

$$a_n^* = \begin{cases} \frac{d}{D}, & n = 0, \\ \frac{2}{\pi n} \cdot \sin\left(\pi n \cdot \frac{d}{D}\right), & n = 1, 2, 3, \dots \end{cases}$$

$$M_n(R_{1,2}) = R_1 \cdot K_1(k_n(p) \cdot R_1) - R_2 \cdot K_1(k_n(p) \cdot R_2),$$

$$V_n(R_0) = \frac{1}{K_1(k_n(p) \cdot R_0)},$$

$K_1(k_n(p) \cdot R_{0,1,2})$  – функция Бесселя второго рода первого порядка [9],

$$k_n(p) = \sqrt{\Omega_n^2 + k^2(p)}, \quad k(p) = \left( \frac{p}{c} \right),$$

$c$  – скорость света в вакууме.

Выражение (1) преобразуем к виду, удобному для анализа и вычислений.

В сумме по пространственным гармоникам  $\Omega_n$  выделим первое слагаемое, определяющее постоянную среднюю величину возбуждаемого тока на периоде по продольной пространственной переменной  $z$ . Итак, при  $n = 0$  из (1) находим, что

$$\bar{j}_i(p) = -j_m \cdot \frac{d}{2D \cdot R_0} \left( \frac{\omega}{p^2 + \omega^2} \right) \frac{R_1 \cdot K_1(k(p) \cdot R_1) - R_2 \cdot K_1(k(p) \cdot R_2)}{K_1(k(p) \cdot R_0)} \quad (2)$$

В реальном для магнитно-импульсной обработки металлов диапазоне рабочих частот  $|k(p) \cdot R_{0,1,2}| \ll 1$  [7]. Данная оценка позволяет воспользоваться представлением модифицированных функций Бесселя для достаточно малых значений аргументов в виде обратно пропорциональных зависимостей  $K_1 \approx \frac{1}{k(p) \cdot R_{0,1,2}}$  [9]. В этом случае зависимость (2) допускает следующую оценку:

$$\bar{j}_i(p) \approx -j_m \cdot \frac{d}{2D} \cdot \left( \frac{\omega}{p^2 + \omega^2} \right) k(p) \cdot \left( R_1 \cdot \frac{1}{k(p) \cdot R_1} - R_2 \cdot \frac{1}{k(p) \cdot R_2} \right) = 0. \quad (3)$$

Результат (3) свидетельствует об отсутствии постоянной составляющей индуцированного тока вдоль продольной пространственной переменной  $z$ . С учётом (3) зависимость (1) можно упростить:

$$j_i(p, z) = -j_m \cdot \frac{1}{R_0} \cdot \left( \frac{\omega}{p^2 + \omega^2} \right) \cdot \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(\Omega_n \cdot z) \cdot M_n(R_{1,2}) \cdot V_n(R_0), \quad (4)$$

где  $a = \frac{2}{\pi n} \cdot \sin\left(\pi n \cdot \frac{d}{D}\right), n = 1, 2, 3, \dots$

$$M_n(R_{1,2}) = R_1 \cdot K_1(\Omega_n \cdot R_1) - R_2 \cdot K_1(\Omega_n \cdot R_2), \quad V_n(R_0) = \frac{1}{K_1(\Omega_n \cdot R_0)}.$$

В реальном для магнитно-импульсной обработки металлов диапазоне рабочих частот  $|k(p) \cdot R_{0,1,2}| \ll 1$  [7]. Данная оценка позволяет воспользоваться представлением модифицированных функций Бесселя для достаточно малых значений аргументов в виде обратно пропорциональных зависимостей  $K_1 \approx \frac{1}{k(p) \cdot R_{0,1,2}}$  [9]. В этом случае зависимость (2) допускает следующую оценку:

$$\bar{j}_i(p) \approx -j_m \cdot \frac{d}{2D} \cdot \left( \frac{\omega}{p^2 + \omega^2} \right) k(p) \cdot \left( R_1 \cdot \frac{1}{k(p) \cdot R_1} - R_2 \cdot \frac{1}{k(p) \cdot R_2} \right) = 0. \quad (3)$$

Результат (3) свидетельствует об отсутствии постоянной составляющей индуцированного тока вдоль продольной пространственной переменной  $z$ .

С учётом (3) зависимость (1) можно упростить. Получим, что

$$j_i(p, z) = -j_m \cdot \frac{1}{R_0} \cdot \left( \frac{\omega}{p^2 + \omega^2} \right) \cdot \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(\Omega_n \cdot z) \cdot M_n(R_{1,2}) \cdot V_n(R_0), \quad (4)$$

где  $a = \frac{2}{\pi n} \cdot \sin\left(\pi n \cdot \frac{d}{D}\right), n = 1, 2, 3, \dots$

$$M_n(R_{1,2}) = R_1 \cdot K_1(\Omega_n \cdot R_1) - R_2 \cdot K_1(\Omega_n \cdot R_2), \quad V_n(R_0) = \frac{1}{K_1(\Omega_n \cdot R_0)}.$$

Для реально возможной геометрии рассматриваемой индукторной системы  $\Omega_n \cdot R_{0,1,2} = 2\pi n \cdot \frac{R_{0,1,2}}{D} \gg 1$  [7], что позволяет воспользоваться экспоненциальной асимптотикой для

модифицированных функций Бесселя  $K_1(\Omega_n \cdot R_{0,1,2}) \approx \sqrt{\frac{\pi}{2 \cdot (\Omega_n \cdot R_{0,1,2})}} \cdot e^{-(\Omega_n \cdot R_{0,1,2})}$  [9].

После обратного преобразования Лапласа, выполнения необходимых тождественных преобразований и раскрытия ранее принятых обозначений из (4) получаем пространственно-временную зависимость для тока, индуцированного в металле внутреннего соленоида [9].

С нормировкой на плотность возбуждающего тока полученный результат запишется в виде:

$$j_0(t, z) = \frac{j_i(t, z)}{j_m} \approx \frac{2}{\pi} \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \sqrt{\frac{R_1}{R_0}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\pi n \cdot \frac{d}{D}\right)}{n} \cdot \cos\left(2\pi n \cdot \frac{z}{D}\right) \times e^{-\left(2\pi n \cdot \frac{(R_1 - R_0)}{D}\right)} \cdot \left( 1 - \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \cdot e^{-\left(2\pi n \cdot \frac{(R_2 - R_1)}{D}\right)} \right). \quad (5)$$

Непосредственно из (5) следует, что

- временные функции индуцированного и возбуждающего токов одинаковы, что согласуется с известными выводами [6, 7, 10];
- отсутствие постоянной составляющей в пространственном распределении индуцированного тока приводит к изменению соответствующей зависимости в сравнении с возбуждающим током;
- наименьшая величина индуцированного тока (нулевая!) должна иметь место при  $R_0 \approx R_1 \approx R_2$ , что практически возможно в индукторных системах с достаточно большими поперечными размерами;
- снижение амплитуды индуцированного тока происходит при относительном увеличении периода обмотки, что практически соответствует увеличению продольного расстояния относительно радиальных зазоров между витками бифиляра  $\left( \frac{D}{R_1 - R_0} > 1, \frac{D}{R_2 - R_1} > 1 \right)$ .

От качественных идеализаций перейдём к численным оценкам.

В качестве примера возьмём один из вариантов экспериментальной модели исследованной индукторной системы с плотной намоткой по радиусу, но в продольном направлении витки разделены дополнительной изоляционной прокладкой для увеличения периода повторения  $D$  :

- а) радиальные размеры,  $R_0 = 0,0375$  м,  $R_1 = 0,0385$  м,  $R_2 = 0,0395$  м;
- б) продольные размеры,  $d = 0,0005$  м,  $D = 0,004$  м;
- в) величина изоляционных покрытий,  $h = 0,0005$  м.

Примечание. Принятая величина периода повторения в обмотке бифиляра по продольной координате позволяет удовлетворить условию достаточной радиальной тонкостенности металла витков из меди. Последнее обстоятельство объясняется большей удалённостью второй обмотки по сравнению с первой относительно рабочей поверхности внутреннего индуктора. Как показывают соответствующие численные оценки, их усреднённая поперечная толщина в отношении к величине скин-слоя будет составлять  $\sim 0,15$ . Первые результаты вычислений приведены на рис. 2.

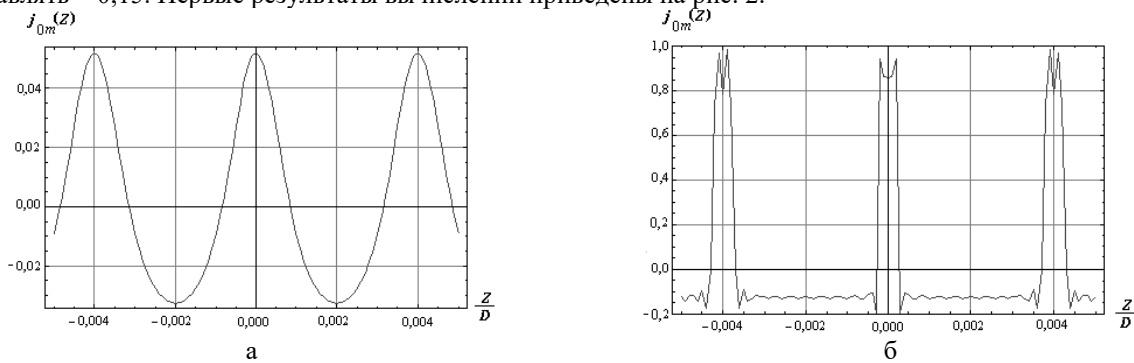


Рис. 2. Иллюстрации продольного распределения временного максимума плотности индуцированного тока а) реальная экспериментальная модель, б) идеализация, в которой  $R_1 \rightarrow R_0$  и  $R_2 \gg R_1$

При увеличении расстояния между обмотками (рис. 2б) величина индуцированного тока существенно возрастает, осциллирующий характер зависимости от продольной координаты сохраняется. Но, как и прежде, амплитуды отрицательных значений меньше положительных амплитуд. Как следует из рис. 2а, продольное распределение индуцированного тока в реальной конструкции есть близким к гармонической зависимости, хотя амплитуды отрицательных меньше амплитуд положительных осцилляций. Последнее обстоятельство объясняется большей удалённостью второй обмотки по сравнению с первой относительно рабочей поверхности внутреннего индуктора.

Графические иллюстрации на рис. 3 описывают количественные зависимости относительных величин плотности тока, возбуждаемого на поверхности внутреннего соленоида, от поперечных размеров рассматриваемой индукторной системы.

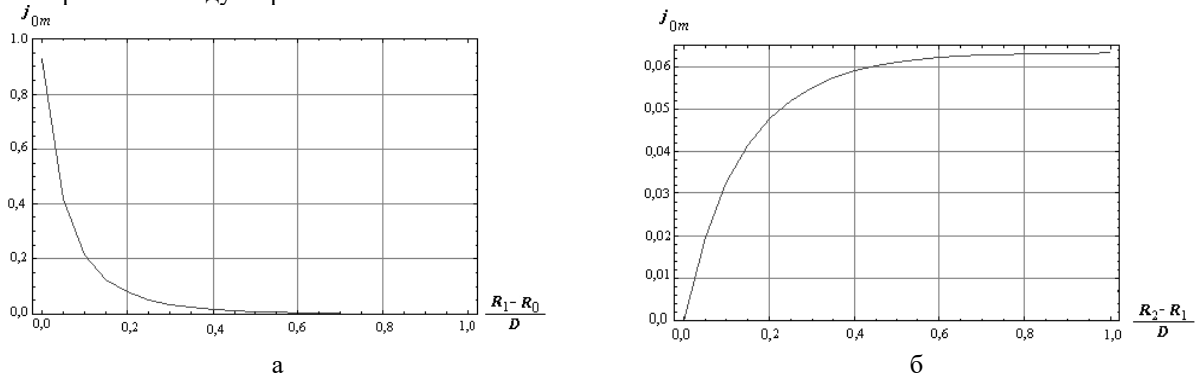


Рис. 3. Зависимости максимальных временных и продольных амплитуд плотности индуцированного тока от радиальных характеристик: а) при  $\frac{R_2 - R_1}{D} = 0,25$ ; б) при  $\frac{R_1 - R_0}{D} = 0,25$

Математический характер расчётных зависимостей легко объяснить физикой протекающих процессов. Так, функция на рис. 3а убывает вследствие удаления первой обмотки (и, соответственно, второй) относительно внутреннего соленоида (то есть, падает уровень электромагнитной связи). Функция на рис. 3б возрастает, поскольку удаляется вторая обмотка, первая сохраняет своё положение в системе, и падает пространственно-временное взаимодействие их полей (то есть, эффект бифиляра).

Окончательной численной характеристикой исследованной индукторной системы можно считать максимальную нормированную величину индуцированного тока, равную  $\sim 6,3\%$  относительно амплитуды возбуждающего тока в обмотках бифиляра.

### Выводы

Полученные результаты можно обобщить следующими положениями. Проведен теоретический анализ и оценка характеристик электромагнитных процессов в цилиндрической системе, где индуктор размещён внутри коаксиального соленоида, обмотка которого выполнена в виде бифиляра с противоположно направленными токами. Показано, что в  $z$  – распределении тока, индуцированного в металле внутреннего индуктора, отсутствует постоянная составляющая, что приводит к изменению соответствующей интегральной зависимости по координате  $z$  в сравнении с соответствующим распределением возбуждающего тока. Показано, что наименьшая величина индуцированного тока (нулевая) должна иметь место при достаточно малой разнице между радиальными размерами внутреннего индуктора, первой и второй обмоток бифиляра ( $R_0 \approx R_1 \approx R_2$ ), что практически возможно в индукторных системах с достаточно большими поперечными размерами. Численные оценки для экспериментальной модели индукторной системы показали, что индуцированный ток в процентном отношении к величине возбуждающего тока не превышает  $\sim 6,3\%$ .

Полученные результаты будут использованы при выборе рабочих конструкторских решений для соответствующих элементов новых схем оборудования магнитно-импульсной обработки металлов. Весьма перспективным в направлении дальнейших исследований видится экспериментальное изучение электромагнитных процессов в предложенной конструкции индукторной системы с внешними бифилярными катушками, что является весьма интересным для формирования новых схем оборудования для магнитно-импульсной обработки металлов.

### Литература

1. Pat. 512.340 US. Coil for electro-magnets / N. Tesla. – Serial No. 479.804; application filed July 7, 1893; patented Jan. 9, 1894.
2. Тесла Н. Лекции и статьи / Никола Тесла. – М. : Изд. «Tesla Print», 2003. – 386 с.
3. Герасимов В. Г. Электротехника и электроника. Электрические и магнитные цепи / В. Г. Герасимов, Э. В. Кузнецов, О. В. Николаева. – М. : Энергоатомиздат, 1996. – 288 с.
4. Пат. 2355060, Российская Федерация, МПК H01F 5/00 Катушка / В. П. Янчук. – № 2007111425/09 ; заявл. 28.03.2007 ; опубл. 10.05.2009, Бюл. № 13.
5. Ahn M. C., Bae D. K., Yang S. E., Park D. K., Ko T. K., Lee C., Seok B.-Y., Chang H.-M. Manufacture and test of small-scale superconducting fault current limiter by using the bifilar winding of coated conductor. *IEEE Trans. Applied Superconductivity*. 2006. Vol. 16, Issue 2, pp. 646–649.
6. Подольцев А. Д. Элементы теории и численного расчёта электромагнитных процессов в ферромагнитных средах / А. Д. Подольцев, И. Н. Кучерявая. – К. : Изд. Института электродинамики НАНУ. 1999. – 362 с.
7. Батыгин Ю. В. Цилиндрическая индукторная система с внешним бифилярным соленоидом. Расчётные соотношения / Ю. В. Батыгин, С. А. Шиндерук, Е. А. Чаплыгин, А. А. Коряк, А. В. Довгий // Вісник Хмельницького національного університету. – 2019. – № 5. – С. 13–18.
8. Корн Г. Справочник по математике / Г. Корн, Т. Корн. – М. : Наука, 1973. – 831 с.
9. Яворский Б. М. Справочник по физике для инженеров и студентов ВУЗов / Яворский Б. М., Детлаф А. А., Лебедев А. К. – М. : Оникс, 2006. – 1056 с.

### References

1. Pat. 512.340 US. Coil for electro-magnets / N. Tesla. – Serial No. 479.804; application filed July 7, 1893; patented Jan. 9, 1894.
2. Tesla N. Lekcii i stati / Nikola Tesla. – M. : Izd. «Tesla Print», 2003. – 386 s.
3. Gerasimov V. G. Elektrotehnika i elektronika. Elektricheskie i magnitnye cepi / V. G. Gerasimov, E. V. Kuznecov, O. V. Nikolaeva. – M. : Energoatomizdat, 1996. – 288 s.
4. Pat. 2355060, Rosijskaya Federaciya, MPK H01F 5/00 Katushka / V. P. Yanchuk. – № 2007111425/09 ; zayavl. 28.03.2007 ; opubl. 10.05.2009, Byul. № 13.
5. Ahn M. C., Bae D. K., Yang S. E., Park D. K., Ko T. K., Lee C., Seok B.-Y., Chang H.-M. Manufacture and test of small-scale superconducting fault current limiter by using the bifilar winding of coated conductor. *IEEE Trans. Applied Superconductivity*. 2006. Vol. 16, Issue 2, pp. 646–649.
6. Podolcev A. D. Elementy teorii i chislenogo raschyota elektromagnitnyh processov v ferromagnitnyh sredah / A. D. Podolcev, I. N. Kucheryavaya. – K. : Izd. Instituta elektrodinamiki NANU. 1999. – 362 s.
7. Batygin Yu. V. Cilindricheskaya induktornaya sistema s vneshnim bifilyarnym solenoidom. Raschyotnye sootnosheniya / Yu. V. Batygin, S. A. Shinderuk, E. A. Chaplygin, A. A. Koryak, A. V. Dovgij // Herald of Khmelnytskyi National University. – 2019. – № 5. – S. 13–18.
8. Korn G. Spravochnik po matematike / G. Korn, T. Korn. – M. : Nauka, 1973. – 831 s.
9. Yavorskij B. M. Spravochnik po fizike dlya inzhenerov i studentov VUZov / Yavorskij B. M., Detlaf A. A., Lebedev A. K. – M. : Oniks, 2006. – 1056 s.