

УДК 621.833.65

DOI 10.31891/2307-5732-2020-285-3-19

О. Р. СТРИЛЕЦЬ<sup>1</sup>, В. О. МАЛАЩЕНКО<sup>2</sup>, В. М. СТРИЛЕЦЬ<sup>1</sup><sup>1</sup>Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне<sup>2</sup>Національний університет «Львівська політехніка»

## ВИЗНАЧЕННЯ ЗВЕДЕНИХ ОБЕРТАЛЬНИХ МОМЕНТІВ РІВНЯНЬ ДИНАМІКИ ПРИСТРОЇВ ЗМІНИ ШВИДКОСТІ ЧЕРЕЗ ЗУБЧАСТІ ДИФЕРЕНЦІАЛИ З ЗАМКНУТИМИ ГІДРОСИСТЕМАМИ

У статті наведена методика отримання аналітичних виразів для визначення зведених обертальних моментів для пристроїв керування змінами швидкості з зубчастими диференціалами і замкнутими гідросистемами. Отримані аналітичні вирази відносяться до випадків, коли керування швидкістю може виконуватись через сонячне зубчасте колесо, або епіцикл, або водило в прямому і зворотному напрямках. Вирази для зведених обертальних моментів використовуються у рівняннях динаміки методом Лагранжа II роду. Це дозволить розв'язати отримане рівняння динаміки, проаналізувати з точки зору силових змін і обрати кращий варіант.

Ключові слова: зведений обертальний момент, пристрій для керування змінами швидкості, зубчастий диференціал, замкнута гідросистема, сонячне зубчасте колесо, епіцикл, водило, сателіт.

O. R. STRILETS<sup>1</sup>, V. O. MALASHENKO<sup>2</sup>, V. M. STRILETS<sup>1</sup><sup>1</sup>National University of Water And Environmental Engineering, Rivne<sup>2</sup>Lviv Polytechnic National University

## DETERMINATION OF THE AGGREGATE TORQUES FOR THE EQUATIONS OF DYNAMICS OF SPEED CHANGE DEVICES INCLUDING GEAR DIFFERENTIALS WITH CLOSED-LOOP HYDRAULIC SYSTEMS

The aim of the research is to develop a method and obtain mathematical models for determining the aggregate torques of speed change devices that include gear differentials combined with closed-loop hydraulic systems. An analysis of recent scientific publications shows that insufficient attention has been paid to the dynamic processes that take place in new speed control devices with a gear differential using a closed-loop hydraulic system, which are developed at the level of patents. These issues of the dynamics of such devices are waiting to be resolved, especially in the direction of accumulating knowledge about the aggregate torques. To solve this problem, three schemes of speed control devices have been used, namely, when closed-loop hydraulic systems pumps are meshed either with sun gears, or carriers, or ring gears of the corresponding gear differential. The analytical dependencies between the torques and the angular velocities of the links through the gear ratios of the individual gearings of the gear differential and the drive of the closed-loop hydraulic system have been taken into consideration. Expressions for aggregate torques can be further applied in dynamics equations by the Lagrange method of the second kind, which will allow to solve those equations and analyze them in terms of force changes so to choose the best option among different schemes of gear differentials of speed change devices. The results have practical application at the stage of development and design of new speed change control devices and are the basis for further research of dynamic processes. It is recommended for implementation in design and engineering practice in the development of new speed change devices including gear differentials of drives of various equipment and in the educational process of higher technical educational institutions in the disciplines of mechanical engineering to study machine drives.

Key words: aggregate torque, speed change control device, gear differential, closed-loop hydraulic system, sun gear, ring gear, carrier.

**Постановка проблеми.** У приводах підйомно-транспортних, будівельних, дорожніх, меліоративних, сільськогосподарських і гірничих машин, на автомобілях і тракторах, на судах, літальних і підводних апаратах виникає необхідність керування змінами швидкості за величиною та напрямком їх виконавчих механізмів. Для цього часу часто використовуються пристрої з ступеневим і безступеневим керуванням швидкістю відповідно за допомогою ступінчастих і безступінчастих коробок швидкостей, які мають прості та складні зубчасті передачі, або ланцюгові, пасові та фрикційні варіатори. Основними недоліками існуючого ступінчастого керування швидкістю є складність конструкції, велика матеріаломісткість, складність автоматизації, виникнення динамічних навантажень під час переходів з однієї швидкості на іншу, а традиційного безступінчастого – інтенсивне спрацювання деталей внаслідок використання фрикційних зв'язків стрічкових, колодкових або дискових гальм та блокувальних фрикційних муфт. Це істотно впливає на зменшення довговічності і надійності деталей приводів і машин в цілому. Тому, на основі огляду та аналізу існуючих пристроїв зміни швидкості, робиться висновок [1, 2], що актуальною науково-технічною задачею є розробка і дослідження нових пристроїв для керування процесом зміни швидкості у вигляді зубчастих диференціалів з замкнутими гідросистемами, кінематична можливість [3–6] і енергетична ефективність [7–9] яких доведена застосуванням моделювання.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** До уваги взяті останні дослідження і публікації, у яких виконані роботи, присвячені пристроям з зубчастими диференціалами [10–24].

В [10] проаналізовано вплив зміни форми профілю зубця планетарної передачі на динаміку механічного привода без врахування енергозатрат.

В [11] запропонована і досліджена нелінійна динамічна модель двоступінчастого планетарного механізму на підставі аналітичного рішення динамічних рівнянь у програмі MATLAB, але при цьому не враховані втрати, величини яких оцінюються коефіцієнтом корисної дії.

В [12] проведений спільний аналіз діапазонів ефективності та коефіцієнта передачі планетарних передач, який можна досягти усіма можливими конструктивними рішеннями.

В [13] представлені результати перевірки динамічної моделі приводу з редуктором, які проводилися на реальному об'єкті в різних умовах експлуатації і стимуляційні дослідження, щоб визначити придатність моделі, але без врахування енергетичної ефективності.

В [14] запропонований новий метод розрахунку кінематичних і силових параметрів планетарного редуктора на основі гіперграфа і матричної операції. Розрахунок ККД здійснюється, слідуючи потоку потужності, а рівнянням втрат потужності на кожній ділянці виводяться через підхід, заснований на відносній силі само обертання.

В [15] отримані формули теоретичної ефективності для *двоступінчастої* диференціальної передачі та перевірені експериментальними дослідженнями.

В [16] досліджується ККД складних зубчастих передач на основі графічних та гвинтових теорій, що дозволяють отримувати наближені значення шуканих величин.

В [17] обґрунтовується зменшення вартості конструкції багато швидкісних планетарних передач на основі системного синтезу з врахуванням таких вимог, як ступінь співвідношення, ефективність, планарність механізму для важких вантажних транспортних засобів.

В [18] представлена конструкція двохступінчастого планетарного редуктора з розрахунком кінематики, статичної та ефективності зачеплення зубчастих коліс. Розрахунки геометрії і міцності зубчастих коліс, валів і підшипників кочення опускаються, так як вони визнані типовими розрахунками конструкції.

В [19], на основі зміни обертального моменту, рівнянь силового балансу і силового аналізу основних елементів, проаналізовано розподіл потужностей багатоступінчастого мікропланетарного редуктора 2К-Н.

В [20] автори пропонують алгоритм для вирішення завдання з виявлення виродженої планетарної зубчастої передачі, автоматизований за допомогою інтерактивної комп'ютерної програми. Алгоритм застосовується для передач з будь-якою кількістю ступенів свободи.

В [21] звертається увага на повне розуміння базової механіки планетарних передач та оцінки їх механічної ефективності та робиться висновок, що для тих самих вхідних та вихідних ланок втрата потужності має для кожної дійсної послідовності кутових швидкостей своєрідне математичне вираження.

В [22] наведені причини, які стримують застосування плавного регульованої планетарної передачі, із-за конструктивної складності механізму регулювання передаточного відношення та описані варіанти його спрощення.

В [23] звернута увага, що планетарні передачі використовуються в промисловості за багатьма перевагами, які мають підвищену ефективність і дуже компактний привод, складений з зубчастих коліс і вихід з ладу однієї ланки впливає на всю передачу, тому необхідно знати причини цього процесу.

В [24] запропонована динамічна модель керування швидкості через епіцикл привода із зубчастою диференціальною передачею і замкнутою гідросистемою – отримана система диференціальних рівнянь.

Із аналізу останніх публікацій видно, що питанням динаміки нових пристроїв керування змінами швидкості з зубчастим диференціалом за допомогою замкнутої гідросистеми приділено недостатньо уваги. Ці питання динаміки таких пристроїв чекають свого розв'язку особливо в напрямку накопичування знань про зведені обертальні моменти.

**Мета роботи.** Розробити методіку і отримати математичні моделі з визначення зведених обертальних моментів пристроїв зміни швидкості за допомогою зубчастих диференціалів з замкнутими гідросистемами у випадках, коли ланками і зведення, і керування будуть сонячні зубчасті колеса, або епіцикли, або водила.

**Реалізація роботи.** На зведеному рис. 1 [7, рис. 2–4] показані схеми пристроїв керування швидкістю за допомогою зубчастих диференціалів різних конструктивних виконань і замкнутих гідросистем через епіцикли (рис. 1, *а*), сонячні зубчасті колеса (рис. 1, *б*) і водила (рис. 1, *в*).

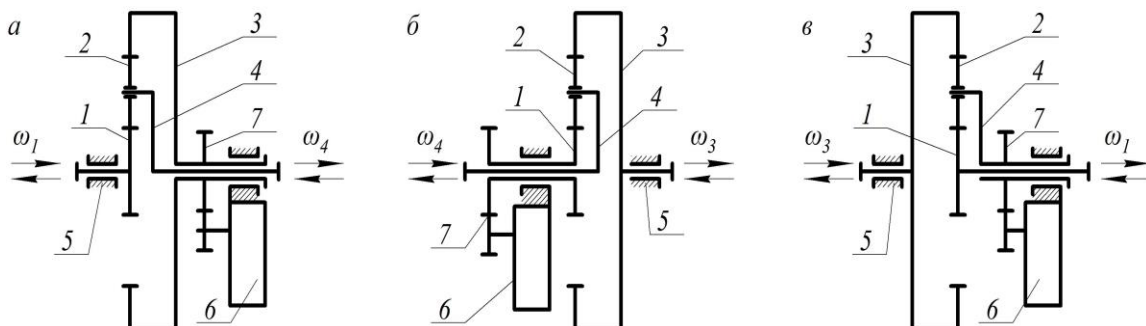


Рис. 1. Схеми пристроїв керування швидкістю за допомогою зубчастих диференціалів і замкнутих гідросистем через: *а* – епіцикли; *б* – сонячні зубчасті колеса; *в* – водила

Принцип керування змінами швидкості за допомогою такого пристрою, в залежності від різних його конструкцій, детально описано в попередніх дослідженнях, наприклад, [7]. В динамічну модель [24] руху пристрою керування змінами швидкості через зубчастий диференціал з замкнутою гідросистемою, що отримана з застосуванням рівняння Лагранжа II роду, входять зведені обертальні моменти ведучої ланки  $M_{зв}$ ,

якою може В динамічну модель [24] руху пристрою керування змінами швидкості через зубчастий диференціал з замкнутою гідросистемою, що отримана з застосуванням рівняння Лагранжа II роду, входять зведені обертальні моменти ведучої ланки  $M_{3\text{зв}}$ , якою може бути або сонячне зубчасте колесо, або епіцикл, або водило, які необхідно визначити, і обертальний момент опору робочого механізму  $M_{\text{опм}}$ , прийнятий із його технічної характеристики.

Зведений обертальний момент  $M_{3\text{зв}}$  прийнято визначати з рівності потужностей ланок пристрою зміни швидкості при нерухомому водилі [25, 26]. Він є функцією від кутової швидкості ведучої ланки  $M_{3\text{зв}} = M_{3\text{зв}}(\omega_6)$ .

Запишемо вираз рівності потужності ланки зведення і суми потужностей окремих ланок пристрою зміни швидкості через зубчастий диференціал з замкнутою гідросистемою, показаних на рис. 1.

$$P_{3\text{зв}} = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_6, \quad (1)$$

де потужності:  $P_{3\text{зв}} = M_{3\text{зв}}\omega_{3\text{зв}}$  – ланки зведення;  $P_1 = M_1\omega_1$  – сонячного зубчастого колеса;  $P_2 = M_2\omega_2$  – сателітів;  $P_3 = M_3\omega_3$  – епіциклу;  $P_4 = M_4\omega_4$  – водила;  $P_6 = M_6\omega_6$  – замкнутої гідросистеми та її привода.

Підставимо значення потужностей ланок у вираз (1) і визначимо значення зведеного обертального моменту:

$$M_{3\text{зв}} = \frac{M_1\omega_1 + M_2\omega_2 + M_3\omega_3 + M_4\omega_4 + M_6\omega_6}{\omega_{3\text{зв}}}, \quad (2)$$

де  $M_{3\text{зв}}$  та  $\omega_{3\text{зв}}$  – зведений обертальний момент і кутова швидкість ланки зведення;  $M_1, M_2, M_3, M_4, M_6$  і  $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_6$  – обертальні моменти і кутові швидкості ланок пристрою для керування змінами швидкості за допомогою зубчастого диференціала і замкнутої гідросистеми, відповідно, сонячного зубчастого колеса, сателітів, епіциклу, водила, замкнутої гідросистеми та її привода. Відомо, що керування зміною швидкості може виконуватися через епіцикл, або водило, або сонячне зубчасте колесо.

На рис. 1, а, показана схема пристрою для зміни швидкості, де керування виконується через епіцикл, а ведучою ланкою і ланкою зведення є сонячне зубчасте колесо з кутовою швидкістю  $\omega_{3\text{зв}} = \omega_1$ , а веденою водило. Розділимо вираз (2) на  $\omega_1$  на члени, тоді отримаємо:

$$M_{3\text{зв}} = M_1 + M_2u_{21}^{(4)} + M_3u_{31}^{(4)} + M_4u_{41}^{(4)} + M_6u_{61}^{(4)}, \quad (3)$$

де  $u_{21}^{(4)}, u_{31}^{(4)}, u_{41}^{(4)}, u_{61}^{(4)}$  – передаточні відношення між ланками пристрою для керування змінами швидкості за допомогою зубчастого диференціала і замкнутої гідросистеми, відповідно, сателітів, епіцикла, водила та привода замкнутої гідросистеми, які визначаються за виразами:

$$u_{21}^{(4)} = -\frac{z_1}{z_2}; u_{31}^{(4)} = -\frac{z_1}{z_3}; u_{41}^{(4)} = 1 - u_{31}^{(4)} = 1 + \frac{z_1}{z_3}; u_{61}^{(4)} = u_{31}u_{77}^{(1)} = \frac{z_1z_7'}{z_3z_7}, \quad (4)$$

де  $z_1, z_2, z_3, z_7, z_7'$  – числа зубців зубчастих коліс, відповідно, сонячного, сателіта, епіцикла і привода замкнутої гідросистеми.

Використаємо зв'язок між обертальними моментами ланок, який існує у зубчастому диференціалі. Якщо відомий обертальний момент на сонячному зубчастому колесі  $M_1$ , тоді:  $M_2 = -M_1u_{12}^{(4)}\eta_{12}$ ,  $M_3 = -M_1u_{13}^{(4)}\eta_{13}$ ,  $M_4 = -M_1(1 - u_{13}^{(4)})\eta_{13}$ . Обертальний момент привода замкнутої гідросистеми залежить від обертального моменту ланки керування. Для ланки керування епіцикла  $M_6 = M_3u_{77}^{(4)} = -M_1u_{13}^{(4)}u_{77}^{(4)}\eta_{13}\eta_{77}$ . У цих виразах  $\eta_{12}, \eta_{13}, \eta_{77}$  – коефіцієнти корисної дії між відповідними ланками.

Підставимо значення моментів  $M_2, M_3, M_4, M_6$  через  $M_1$  у вираз (3) отримаємо:

$$M_{3\text{зв}} = M_1[1 - u_{12}^{(4)}\eta_{12} - (1 - u_{13}^{(4)})\eta_{13} - u_{13}^{(4)}\eta_{13}(1 + u_{77}^{(4)}\eta_{77})]. \quad (5)$$

На рис. 1, б, показана схема пристрою для зміни швидкості, де керування виконується через сонячне зубчасте колесо, а ведучою ланкою і ланкою зведення є водило з кутовою швидкістю  $\omega_{3\text{зв}} = \omega_4$ , а веденою епіцикл. Розділимо вираз (2) на  $\omega_4$  на члени, тоді отримаємо:

$$M_{3\text{зв}} = M_1u_{14}^{(4)} + M_2u_{24}^{(4)} + M_3u_{34}^{(4)} + M_4 + M_6u_{64}^{(4)}, \quad (6)$$

де  $u_{14}^{(4)}, u_{24}^{(4)}, u_{34}^{(4)}, u_{64}^{(4)}$  – передаточні відношення між ланками пристрою для керування змінами швидкості за допомогою зубчастого диференціала і замкнутої гідросистеми відносно ланки зведення, відповідно, сонячного зубчастого колеса, сателітів, епіциклу та привода замкнутої гідросистеми, які визначаються за виразами:

$$u_{14}^{(1)} = 1 - u_{21}^{(4)} = 1 + \frac{z_1}{z_2}; \quad u_{24}^{(1)} = 1 - u_{21}^{(4)} = 1 + \frac{z_1}{z_2};$$

$$u_{34}^{(1)} = 1 - u_{31}^{(4)} = 1 + \frac{z_1}{z_3}; \quad u_{64}^{(4)} = u_{14} u_{77}^{(4)} = \left(1 + \frac{z_1}{z_2}\right) \frac{z_7'}{z_7}. \quad (7)$$

Відносно ланки зведення використаємо зв'язок між обертальними моментами у зубчастому диференціалі таким чином. Якщо відомий обертальний момент на водилі, тоді:  $M_1 = -\frac{M_4}{(1 - u_{13}^{(4)})\eta_{13}}$ ;

$$M_2 = -\frac{M_4 u_{12}^{(4)} \eta_{12}}{(1 - u_{13}^{(4)})\eta_{13}}, \quad M_3 = -\frac{M_4 u_{13}^{(4)} \eta_{13}}{(1 - u_{13}^{(4)})\eta_{13}}. \quad \text{Обертальний момент приводу замкнутої гідросистеми}$$

$$M_6 = M_1 u_{77} = -\frac{M_4 u_{77}}{(1 - u_{13}^{(4)})\eta_{13}}.$$

Підставимо значення моментів  $M_1, M_2, M_3, M_6$  у вираз (6), отримаємо:

$$M_{364} = M_4 \left[ 1 - \frac{1 + u_{12}^{(4)} \eta_{12} + u_{13}^{(4)} \eta_{13} + u_{77}}{(1 - u_{13}^{(4)})\eta_{13}} \right]. \quad (8)$$

Розглянемо випадок, коли ланкою зведення і ведучою ланкою буде епіцикл (рис. 1, в) з кутовою швидкістю  $\omega_{363} = \omega_3$ , веденою ланкою є сонячне зубчасте колесо, а керування швидкістю виконується замкнутою гідросистемою через водило. Розділимо вираз (2) на  $\omega_3$  на члени, отримаємо:

$$M_{363} = M_1 u_{13}^{(4)} + M_2 u_{23}^{(4)} + M_3 + M_4 u_{43}^{(4)} + M_6 u_{63}^{(4)}, \quad (9)$$

де  $u_{13}^{(4)}, u_{23}^{(4)}, u_{43}^{(4)}, u_{63}^{(4)}$  – передаточні відношення між ланками пристрою для керування змінами швидкості за допомогою зубчастого диференціала і замкнутої гідросистеми, сонячного зубчастого колеса, сателітів, водила та приводу замкнутої гідросистеми, відповідно, до епіциклу, які визначаються:

$$u_{13}^{(4)} = -\frac{z_3}{z_1}; \quad u_{23}^{(4)} = -\frac{z_3}{z_2}; \quad u_{43}^{(4)} = 1 - u_{31} = 1 + \frac{z_1}{z_3}; \quad u_{63}^{(4)} = u_{13} u_{77}^{(1)} = \frac{z_1 z_7'}{z_3 z_7}. \quad (10)$$

Для отримання зведеного обертального моменту на епіциклі  $M_{363}$  визначимо  $M_1, M_2, M_4, M_6$  через  $M_3$ :  $M_1 = -\frac{M_3}{u_{13}^{(4)} \eta_{13}}$ ,  $M_2 = -\frac{M_3 u_{12}^{(4)} \eta_{12}}{u_{13}^{(4)} \eta_{13}}$ ,  $M_4 = -\frac{M_3 (1 - u_{13}^{(4)}) \eta_{13}}{u_{13}^{(4)} \eta_{13}}$ . За ланку керування приймемо водило і тоді обертальний момент буде  $M_6 = M_4 u_{77} = -\frac{M_3 (1 - u_{13}^{(4)}) \eta_{13} u_{77}^{(4)}}{u_{13}^{(4)} \eta_{13}}$ . Підставимо значення обертальних моментів у вираз (9) отримаємо

$$M_{363} = M_3 \left[ 1 - \frac{1 + u_{12}^{(4)} \eta_{12} - (1 - u_{13}^{(4)}) (1 + u_{77}) \eta_{13}}{u_{13}^{(4)} \eta_{13}} \right]. \quad (11)$$

Для пристроїв зміни швидкості з зубчастими диференціалами і замкнутими гідросистемами, наведеними на рис. 1, отримані вирази (5), (8) і (11) дозволяють визначити значення зведених обертальних моментів до ведучих ланок.

### Висновки

1. Отримані вирази (5), (8) і (11) для визначення зведених обертальних моментів пристроїв зміни швидкості з зубчастими диференціалами і замкнутими гідросистемами у випадках, коли ведучими ланками є сонячні зубчасті колеса або епіцикли, або водила і до них виконується зведення обертальних моментів ланок в ході дослідження силових динамічних процесів.

2. Методика визначення зведених обертальних моментів може бути застосована для пристроїв зміни швидкості з іншими схемами зубчастих диференціалів і їх навантаження, що не наведені у даній статті.

3. Рекомендується для впровадження у проектну і конструкторську практику під час розробки конструкцій нових пристроїв зміни швидкості через зубчасті диференціали приводів різної техніки та в навчальний процес вищих технічних навчальних закладів у дисципліні машинознавства для вивчення приводів машин.

### Література

1. Малащенко В.О. Класифікація способів і пристроїв керування процесом зміни швидкості у техніці / В.О. Малащенко, О.Р. Стрілець, В.М. Стрілець // Підйомно-транспортна техніка. – Одеса : ОНПУ, 2015. – № 1. – С. 70–78.

2. Malashchenko V. Fundamentals of Creation of New Devices for Speed Change Management / V. Malashchenko, O. Strilets, V. Strilets // *Ukrainian Journal of Mechanical Engineering and Materials Science*. – Lviv : NULP, 2015. – V. 1. № 2. – P. 11–20.
3. Стрілець О. Р. Керування змінами швидкості за допомогою диференціальної передачі через епіцикл / О.Р. Стрілець // *Вісник Тернопільського національного технічного університету*. – Тернопіль : ТНТУ, 2015. – № 4(80). – С. 129–135.
4. Стрілець О.Р. Керування процесом зміни швидкості за допомогою диференціальної передачі через водило / О.Р. Стрілець // *Вісник Кременчуцького національного університету*. – Кременчук : Кр. НУ, 2015. – Вип. 6(95). – С. 72–77.
5. Стрілець О. Р. Керування процесом зміни швидкості за допомогою диференціальної передачі через сонячне зубчасте колесо / О.Р. Стрілець // *Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки*. – Хмельницький : ХНУ, 2015. – № 5(229). – С. 68–72.
6. Malashchenko V. Method and device for speed change by the epicyclic gear train with stepped-planet gear set / V. Malashchenko, O. Strilets, V. Strilets // *Research Works of AFIT*. Warszawa, 2016. – Iss. 38. – P. 13–19.
7. Стрілець О.Р. Оцінка надійності пристроїв керування змінами швидкості через зубчасті диференціали на основі їх енергетичної ефективності / О.Р. Стрілець, В.О. Малащенко, В.М. Стрілець // *Технічний сервіс агропромислового, лісового та транспортного комплексів*. – Харків : ХНТУСГ, 2018. – № 13. – С. 147–154.
8. Malashchenko V. Investigation of the energy effectiveness of multistage differential gears when the speed is changed by the carrier / V. Malashchenko, O. Strilets, V. Strilets, S. Klysz // *Diagnostyka*. Warchawa. – 2019. – Vol. 20. № 6. – P. 57–64.
9. Strilets O. Energy effectiveness of the differential of a device for speed change through the sun gear / O. Strilets, V. Malashchenko, V. Strilets // *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*. Dnipro: NHU, 2019. – № 6. – p. 52–57.
10. Bahk C.-J Analytical investigation of tooth profile modification effects on planetary gear dynamics / C.-J. Bahk, R. G. Parker // *Mechanism and Machine Theory*, Elsevier. – 2013. – №. 70. – P. 298–319.
11. Qilin H. Nonlinear Dynamic Analysis and Optimization of Closed-Form Planetary Gear System / Qilin Huang, Yong Wang, Zhipu Huo, Yudong Xie // *Mathematical Problems in Engineering*. – Vol. 2013. – 12 p. – doi: 10.1155/2013/149046.
12. Salgado D. R. Analysis of the transmission ratio and efficiency ranges of the four-, five-, and six-link planetary gear trains / D. R. Salgado, J. M. Castillo // *Mechanism and Machine Theory*. – 2013 – Vol. 73. – P. 218–243. – doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2013.11.001
13. Peruń G. Verification Of Gear Dynamic Model In Different Operating Conditions / G. Peruń // *Scientific Journal of Silesian University of Technology. Series Transport*. – 2014 – 84 – P. 99–104.
14. Fuchun Y. Power flow and efficiency analysis of multi-flow planetary gear trains / Y. Fuchun, F. Jianxiang, Zh. Hongcai // *Mechanism and Machine Theory*. – 2015 – Vol. 92, – P. 86–99. – doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2015.05.003
15. Pawar P. V. Design of two stage planetary gear train for high reduction ratio / P. V. Pawar, P. R. Kulkarni // *International Journal of Research in Engineering and Technology*, 2015 – ESAT Publishing House, Bangalore, India, – Vol. 4, Iss. 6, – P. 150–157. – doi: 10.15623/ijret.2015.0406025
16. Chao C. Efficiency analysis of two degrees of freedom epicyclic gear transmission and experimental / C. Chao, C. Jiabin // *Mechanism and Machine Theory*. – 2015. – Vol. 87. – P. 115–130. – doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2014.12.017
17. Tianli X. Synthesis of seven-speed planetary gear trains for heavy-duty commercial vehicle / X. Tianli, H. Jibin, P. Zengxiang, L. Chunwang // *Mechanism and Machine Theory*. – 2014 – Vol. 90. – P. 230–239. – doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2014.12.012.
18. Drewniak J. Design for the bi-planetary gear train / J. Drewniak, P. Garlicka, P. Kolber // *Scientific Journal of Silesian University of Technology. Series Transport*. – 2016 – 91. – P. 5–17. – doi: 10.20858/sjsutst.2016.91.1
19. Li J. Power Analysis and Efficiency Calculation of Multistage Micro-planetary Transmission / J. Li, Q. Hu, C. Zong, T. Zhu // *Energy Procedia*. – 2017 – 141. – P. 654–659. – doi: 10.1016/j.egypro.2017.11.088
20. Wenjian Y. Automatic detection of degenerate planetary gear trains with different degree of freedoms / Y. Wenjian, D. Huafeng // *Applied Mathematical Modelling*. – 2018. – 64. – P. 320–332. – doi: 10.1016/j.apm.2018.07.038
21. Esmail E.L. Power losses in two-degrees-of-freedom planetary gear trains: A critical analysis of Radzimovsky's formulas / E.L. Esmail, E. Pennestri, A. Hussein Juber // *Mechanism and Machine Theory*. – 2018. – Vol. 128. – P. 191–204. – doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2018.05.015
22. Dankov A.M. Planetary Continuously Adjustable Gear Train With Force Closure Of Planet Gear And Central Gear: From Idea To Design / A.M. Dankov // *Science & Technique*. – 2018 – 17(3) – P. 228–237. – doi: 10.21122/2227-1031-2018-17-3-228-237.
23. Dobariya M. Design of Compound Planetary Gear Train / M. Dobariya // *International Journal for Research in Applied Science and Engineering Technology*. – 2018. – Vol. 6, Iss. 4, – P. 3179-3184. – doi: 10.22214/ijraset.2018.452.

24. Стрілець О.Р. Динамічна модель керування швидкості через епіцикл привода із зубчатою диференціальною передачею / О.Р. Стрілець, В.О. Малащенко, В.Р. Пасіка, В.М. Стрілець // Вісник Національного університету «Львівська політехніка». Динаміка, міцність та проектування машин і приладів. – Львів : НУЛП, 2019. – № 911. – С. 63–67.

25. Кіницький Я.Т. Теорія механізмів і машин : підруч. / Я.Т. Кіницький / НАН України. – К. : Наук. Думка, 2002. – 660 с.

26. Кожевников С.Н. Теория механизмов и машин : учебное пособие для студентов вузов / С.Н. Кожевников. – Издание третье. – М. : Машиностроение, 1969. – 584 с.

#### References

1. Malashchenko V.O. Klasyfikatsiia sposobiv i prystroiv keruvannia protsesom zminy shvydkosti u tekhniitsi / V.O. Malashchenko, O.R. Strilets, V.M. Strilets // Pidiomno-transportna tekhnika. – Odesa : ONPU, 2015. – № 1. – С. 70–78.
2. Malashchenko V. Fundamentals of Creation of New Devices for Speed Change Management / V. Malashchenko, O. Strilets, V. Strilets // Ukrainian Journal of Mechanical Engineering and Materials Science. – Lviv : NULP, 2015. – V. 1. № 2. – P. 11–20.
3. Strilets O. R. Keruvannia zminamy shvydkosti za dopomohoiu dyferentsialnoi peredachi cherez epitsykl / O.R. Strilets // Visnyk Ternopilskoho natsionalnogo tekhnichnogo universytetu. – Ternopil : TNTU, 2015. – № 4(80). – С. 129–135.
4. Strilets O.R. Keruvannia protsesom zminy shvydkosti za dopomohoiu dyferentsialnoi peredachi cherez vodylo / O.R. Strilets // Visnyk Kremenchutskoho natsionalnogo universytetu. – Kremenchuk : Kr. NU, 2015. – Vyp. 6(95). – С. 72–77.
5. Strilets O.R. Keruvannia protsesom zminy shvydkosti za dopomohoiu dyferentsialnoi peredachi cherez soniachne zubchaste koleso / O.R. Strilets // Visnyk Khmelnytskoho natsionalnogo universytetu. Tekhnichni nauky. – Khmelnytskyi : KhNU, 2015. – № 5(229). – С. 68–72.
6. Malashchenko V. Method and device for speed change by the epicyclic gear train with stepped-planet gear set / V. Malashchenko, O. Strilets, V. Strilets // Research Works of AFIT. Warszawa, 2016. – Iss. 38. – P. 13–19.
7. Strilets O.R. Otsinka nadiinositi prystroiv keruvannia zminamy shvydkosti cherez zubchasti dyferentsialy na osnovi yikh enerhetychnoi efektyvnosti / O.R. Strilets, V.O. Malashchenko, V.M. Strilets // Tekhnichniy servis ahropromyslovoho, lisovoho ta transportnogo kompleksiv. – Kharkiv : KhNTUSH, 2018. – № 13. – С. 147–154.
8. Malashchenko V. Investigation of the energy effectiveness of multistage differential gears when the speed is changed by the carrier / V. Malashchenko, O. Strilets, V. Strilets, S. Klysz // Diagnostyka. Warchava. – 2019. – Vol. 20. № 6. – P. 57–64.
9. Strilets O. R. Energy effectiveness of the differential of a device for speed change through the sun gear / O. Strilets, V. Malashchenko, V. Strilets // Naukovyi Visnyk Natsionalnogo Hirnychoho Universytetu. Dnipro: NHU, 2019. – № 6. – p. 52–57.
10. Bahk C.-J. Analytical investigation of tooth profile modification effects on planetary gear dynamics / C.-J. Bahk, R. G. Parker // Mechanism and Machine Theory, Elsevier. – 2013. – № 70. – P. 298–319.
11. Qilin H. Nonlinear Dynamic Analysis and Optimization of Closed-Form Planetary Gear System / Qilin Huang, Yong Wang, Zhipu Huo, Yudong Xie // Mathematical Problems in Engineering. – Vol. 2013. – 12 p. – doi: 10.1155/2013/149046.
12. Salgado D. R. Analysis of the transmission ratio and efficiency ranges of the four-, five-, and six-link planetary gear trains / D. R. Salgado, J. M. Castillo // Mechanism and Machine Theory. – 2013 – Vol. 73. – P. 218–243. – doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2013.11.001
13. Peruñ G. Verification Of Gear Dynamic Model In Different Operating Conditions / G. Peruñ // Scientific Journal of Silesian University of Technology. Series Transport. – 2014 – 84 – P. 99–104.
14. Fuchun Y. Power flow and efficiency analysis of multi-flow planetary gear trains / Y. Fuchun, F. Jianxiong, Zh. Hongcai // Mechanism and Machine Theory. – 2015 – Vol. 92. – P. 86–99. – doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2015.05.003
15. Pawar P. V. Design of two stage planetary gear train for high reduction ratio / P. V. Pawar, P. R. Kulkarni // International Journal of Research in Engineering and Technology, 2015 – ESAT Publishing House, Bangalore, India, – Vol. 4, Iss. 6, – P. 150–157. – doi: 10.15623/ijret.2015.0406025
16. Chao C. Efficiency analysis of two degrees of freedom epicyclic gear transmission and experimental / C. Chao, C. Jiabin // Mechanism and Machine Theory. – 2015. – Vol. 87. – P. 115–130. – doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2014.12.017
17. Tianli X. Synthesis of seven-speed planetary gear trains for heavy-duty commercial vehicle / X. Tianli, H. Jibin, P. Zengxiong, L. Chunwang // Mechanism and Machine Theory. – 2014 – Vol. 90. – P. 230–239. – doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2014.12.012.
18. Drewniak J. Design for the bi-planetary gear train / J. Drewniak, P. Garlicka, P. Kolber // Scientific Journal of Silesian University of Technology. Series Transport. – 2016 – 91. – P. 5–17. – doi: 10.20858/sjsutst.2016.91.1
19. Li J. Power Analysis and Efficiency Calculation of Multistage Micro-planetary Transmission / J. Li, Q. Hu, C. Zong, T. Zhu // Energy Procedia. – 2017 – 141. – P. 654–659. – doi: 10.1016/j.egypro.2017.11.088
20. Wenjian Y. Automatic detection of degenerate planetary gear trains with different degree of freedoms / Y. Wenjian, D. Huafeng // Applied Mathematical Modelling. – 2018. – 64. – P. 320–332. – doi: 10.1016/j.apm.2018.07.038
21. Esmail E.L. Power losses in two-degrees-of-freedom planetary gear trains: A critical analysis of Radzimovskys formulas / E.L. Esmail, E. Pennestri, A. Hussein Juber // Mechanism and Machine Theory. – 2018. – Vol. 128. – P. 191–204. – doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2018.05.015
22. Dankov A.M. Planetary Continuously Adjustable Gear Train With Force Closure Of Planet Gear And Central Gear: From Idea To Design / A.M. Dankov // Science & Technique. – 2018 – 17(3) – R. 228–237. – doi: 10.21122/2227-1031-2018-17-3-228-237.
23. Dobariya M. Design of Compound Planetary Gear Train / M. Dobariya // International Journal for Research in Applied Science and Engineering Technology. – 2018. – Vol. 6, Iss. 4, – P. 3179–3184. – doi: 10.22214/ijraset.2018.452.
24. Strilets O.R. Dynamichna model keruvannia shvydkosti cherez epitsykl pryvoda iz zubchastoju dyferentsialnoju peredacheju / O.R. Strilets, V.O. Malashchenko, V.R. Pasika, V.M. Strilets // Visnyk Natsionalnogo universytetu „Lvivska politehnika». Dynamika, mitsnist ta proektuvannia mashyn i prykladiv. – Lviv : NULP, 2019. – № 911. – С. 63–67.
25. Kinytskyi Ya.T. Teoriia mekhanizmv i mashyn : pidruch. / Ya.T. Kinytskyi / NAN Ukrainy. – K. : Nauk. Dumka, 2002. – 660 s.
26. Kozhevnikov S.N. Teoriya mehanizmv i mashyn : uchebnoe posobie dlya studentov vuzov / S.N. Kozhevnikov. – Izdanie trete. – M. : Mashinostroenie, 1969. – 584 s.

Надійшла / Paper received: 11.04.2020

Надрукована / Paper Printed : 04.06.2020