

## ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ В ДОСЛІДЖЕННІ ЕФЕКТИВНОСТІ РОБОТИ РІДИННОГО АВТОБАЛАНСУВАЛЬНОГО ПРИСТРОЮ. РОЗРАХУНОК ЙОГО ПАРАМЕТРІВ

У статті висвітлено результати розробки і аналізу математичної моделі переміщення рідини в камері пасивного автобалансувального пристрою (АБП) під впливом зміни сумарного дисбалансу системи і прогину вала. Показано, що врахування властивостей реальних роторних систем і рідинних середовищ при моделюванні процесу автобалансування дозволило розробити теоретичне обґрунтування автоматичного балансування рідиною роторів з вертикальною віссю обертання. Аналіз моделі на основі теорії параметричних екстремальних задач з похідною дозволяє встановити, що ефективність автоматичного балансування залежить від відношення кутової швидкості до критичної, коефіцієнта зовнішнього опору, відношення початкового дисбалансу до дисбалансу рідини і відносних розмірів АБП; в'язкість рідини в реальних системах призводить до того, що рідина може зупинитися на деякій відстані від положення рівноваги, тобто в'язка рідина має зони рівноваги. Побудована залежність, дає можливість створити інженерну методику розрахунку параметрів рідинного АБП. Основна ідея методики, полягає у розв'язанні ряду оптимізаційних задач: задаючи величину радіуса камери АБП, як максимально можливу за конструкцією машини, розроблено прикладну програму розрахунку оптимального співвідношення геометричних параметрів, за якого досягається максимум ефективності роботи рідинного АБП, і визначаємо висоту камери; користуючись алгоритмом визначення оптимального заповнення камери АБП рідиною заданої густини визначаємо ємність, запас ємності АБП і оптимальний підбір в'язкої рідини для системи із заданими параметрами, при якому досягається мінімум розширення зони рівноваги. Для реалізації методики розрахунку оптимальних параметрів рідинного АБП розроблено програмний продукт. Розглядувані підходи до вирішення поставлених завдань є авторською розробкою. Вивчення і розв'язання проблем теорії і практики зрівноваження роторів пасивних АБП дозволить розширити області застосування простих і невибагливих конструкцій АБП з рідинними робочими тілами, що має важливе технічне, економічне, екологічне і соціальне значення.

Ключові слова: пасивний автобалансир, автобалансувальний пристрій, обертове тіло, вібрації, змінний дисбаланс, ефективність зрівноваження.

ILONA V. DRACH  
Khmelnitskyi National University

### THE OPTIMIZATION PROBLEMS IN A STUDY OF THE EFFICIENCY OF THE AUTO-BALANCING DEVICE WITH A LIQUID. METHOD TO CALCULATE PARAMETERS OF THE DEVICE

The results of the development and analysis of the mathematical model of fluid displacement in the chamber of a passive self-balancing device (ABD) under the influence of changes in the total imbalance of the system and the deflection of the shaft are covered in the article. It is shown that taking into account the properties of real rotary systems and fluid media in modelling the auto-balancing process allowed to develop a theoretical justification for automatic balancing of rotors with vertical axis of rotation. Analysis of the model based on the theory of parametric extreme problems with a derivative allows us to establish that the efficiency of automatic balancing depends on the ratio of the angular velocity to the critical, the coefficient of external resistance, the ratio of the initial imbalance to the imbalance of the fluid and the relative size of the ABD; the viscosity of the fluid in real systems causes the fluid to stop at some distance from the equilibrium position, that is, the viscous fluid has equilibrium zones. The mathematical model of the behaviour of the liquid ABD is made, it is possible to create an engineering method for calculating its parameters. The main idea of which is to solve a number of optimization problems: specifying the radius of the ABD's chamber ( $R$ ) as the maximum possible in the design of the machine, developed an application program to calculate the optimal ratio  $h/R$ , which achieves the maximum efficiency of the liquid ABU, and determine camera height ( $h$ ); using the algorithm to determine the optimal filling of the ABD's chamber with a liquid of a given density, we determine the capacity, the reserve capacity of the ABD and the optimal selection of viscous fluid for a system with specified parameters, which achieves a minimum expansion of the equilibrium zone. A software product was developed to implement the method of calculating the optimal parameters of a liquid ABD. The considered approaches to solving the set tasks are author's development. Studying and solving the problems and theory of equilibration of passive ABD's rotors will allow us to expand the scope of simple and unpretentious ABD designs with liquid working bodies, which is of great technical, economic, environmental and social importance.

Keywords: passive automatic balancer, self-balancing device (ABD), solid of revolution, vibration, variable imbalance, efficiency balancing.

### Вступ

За допомогою пасивного рідинного автоматичного балансування можна підвищувати ресурс і надійність машин зі змінним за часом і/або місцерозташуванням дисбалансом ротора. До таких машин належать сепаратори та центрифуги, які використовуються в різних галузях народного господарства (харчовій, хімічній, цукровій, гірничій і т.д.), медицині, побуті, гребні корабельні гвинти, вітряки в новітніх екологічно чистих сучасних технологіях енергозабезпечення, колеса автомобільної й авіаційної техніки [1, 2].

У цьому випадку пасивне автоматичне балансування – технологічний процес суміщення головної центральної осі інерції ротора з віссю його обертання, що здійснюється за допомогою автобалансувальних пристроїв (АБП), під якими розуміють пристрої, що автоматично на ходу зменшують дисбаланс ротора в експлуатаційних умовах. У цій статті подано основні результати вивчення роботи пристроїв автоматичного балансування (самобалансування), які мають вигляд порожньої камери, частково заповненої робочими

тілами (рідиною, сипучими тілами) і є пасивними регуляторами прямої дії, що не потребують підводу енергії та системи керування для переміщення корегувальних мас. Простота і невибагливість конструкції таких пристроїв та їх догляду, можливість багаторазового використання без переналагодження, низька вартість робить доцільним їх застосування в широкому класі машин.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Проблема застосування пасивних АБП для балансування роторів машин у різний час займались Леблан Мауріс (1916), Сірл Ернест Л. (1932), Ден-Гартог Дж. П. (1960), Даер Джон (1945), Ларрі Дж. (1955). Відомими у галузі автобалансування і віброзахисту роторів є наукові школи Гусарова А.О. [3] (Диментберг Ф.М., Каплунов С.М., Шаталов Л.М., Нікіфоров А.М. [4]), Несторенка В.П. [5] (1990) (Соколов О.П., Замятін В.М., Дубовик В.О., Пашков Є.М. [6, 7]), Філімоніхіна Г.Б. [8], Ройзмана В.П. [9] (Малигін О.В., Чоловський Р.Г., Ткачук В.П.), Урбіюли-Сото Л. [10], Марлона Веслея [11], Сузукі С [12].

Вперше зробив спробу теоретично обґрунтувати принцип дії рідинних, кільцевих, маятникових і кульових АБП у циклах своїх статей Сірл (E.L.Thearle) [13]. Він запропонував плоску модель ротора і АБП. У її рамках у ротора існує єдина критична швидкість, при перевищенні якої ротор починає обертатися легкою стороною назовні і починає проявлятися явище самоцентрування ротора, яке і було покладено Сірлем в основу принципу роботи усіх пасивних АБП. Насправді, тут явище самоцентрування видається за явище самобалансування.

Однак, підходи і результати робіт Сірла склали основу наступних досліджень науковців в галузі балансування роторів машин пасивними АБП. А отриманий без врахування специфічних властивостей корегувальних мас, сил опору, а відтак, теоретично необґрунтований і експериментально неперевірений висновок про обмеженість діапазону працездатності таких автобалансуючих пристроїв закритичною (або зарезонансною) зоною обертання ротора є недослідженим і до тепер.

Сучасні роботи з проблем пасивного автобалансування присвячені динаміці рідинного автобалансувального пристрою у застосуванні для побутових пральних машин. Усі ці роботи засновані на теоретичних підходах Сірла: Конрад (1994) [14] проаналізував АБП з декількома камерами у вигляді послідовних концентричних кільцевих порожнин, що мало забезпечити збільшення балансуєючих властивостей рідини; Сузукі та ін. (2001) [12] розробили числову модель розподілу мас у пральній машині із рідинним балансиром; Моріо й Ютака (2002) [15] дали оцінку силі, створюваній рідинним балансиром за спостережуваними значеннями навантаження для всієї конструкції, що обертається; Бає (2002) [16] побудував рівняння руху сучасних вертикально-радіальних пральних машин, однак, камера і барабан, які обертаються, були представлені як два жорстко зв'язані жорсткі елементи, що обмежило рухи камери і барабана; Джанг (2008) [17] запропонував рідинний АБП з перегородками, для перевірки ефективності було застосовано метод розрахунку динаміки руху рідини; Урбіюлою (2011) [10] вперше показані експериментальні та аналітичні дані для розуміння потоку рідини всередині балансуєючої кільцевої камери та взаємодії його з перегородками; Ленгтьем (2013) [18] зазначив демпфувальний ефект робочої рідини в камері АБП, який продукується зворотною хвилею; у статті Бобо Лі та ін. (2018) [19] розглянуто динамічну стійкість жорсткого ротора з рідинним АБП.

Відокремлення невирішених раніше частин загальної проблеми. У всіх роботах стверджується, що необхідною умовою зменшення вібрацій є обертання ротора з кутовою швидкістю, яка перевищує критичну. Існування балансування на докритичних режимах заперечується. У ході аналізу наукових праць з інженерного розрахунку, теоретичного і експериментального дослідження роботи АБП з вільним переміщенням коригувальних мас з'ясовано, що ґрунтового комплексного дослідження проблеми автоматичного зрівноваження обертючих тіл рідиною не існує, а існуючі теоретичні ствердження обмежуються розглядом ідеалізованої роторної системи без демпфування і без урахування фізичних властивостей рідини, сили ваги, коливальних рухів на поверхні і всередині рідинного шару. Тому доцільним є розробити теорію рідинних автобалансувальних пристроїв, яка є адекватною реальній системі ротор – рідинний АБП, що дасть можливість розробити методіку розрахунку оптимальних параметрів для рідинного автобалансувального пристрою.

У роботі [20] була розглянута механічна система, яка є жорстким тілом з циліндричною камерою, частково заповненою рідиною, і побудована та проаналізована математична модель її стаціонарного руху. В основу математичної моделі покладено принцип найменшої дії у формі Гамільтона-Остроградського. Дослідження руху системи на стійкість зводилось до задачі на мінімум виразу для зміненої потенціальної енергії системи. Показано, що умова стійкості виконується, якщо висота циліндричної порожнини  $h$  буде значно менша за її радіус  $R$ , що надалі дає можливість коректного переходу до розгляду плоских моделей поведінки рідини, оскільки розглянута модель не дає пояснення, як саме і під дією яких сил відбувається переміщення рідини в камері АБП.

Мета дослідження. У цій статті висвітлено результати розробки і аналізу математичної моделі переміщення рідини в камері АБП під впливом зміни сумарного дисбалансу системи і прогину вала. Для цього розглянуто роботу найпростішої роторної системи, що містить у собі АБП, який має вигляд циліндричної порожнини радіуса  $R$  і висотою  $h$  із рідиною (дисбаланс якої є меншим за дисбаланс ротора), для вертикального гнучкого ротора на двох жорстких опорах, що обертається з кутовою швидкістю  $\omega$  при різних її значеннях ( $\omega = 0$ ,  $\omega \ll \omega_{кр}$ ,  $\omega < \omega_{кр}$ ,  $\omega \approx \omega_{кр}$ ,  $\omega > \omega_{кр}$ ). У кожному з випадків побудовано геометричну модель поведінки системи. На основі моделювання поведінки рідини в камері АБП розроблено

програмне забезпечення для визначення оптимальних параметрів рідинного автобалансувального пристрою, оптимального підбору рідини за в'язкістю.

Методи, об'єкт та предмет дослідження. Теоретичні дослідження процесу автобалансування виконані за допомогою методів математичного моделювання. Експериментальні дослідження роботи рідинного АБП проводились із застосуванням методів швидкісної відеозйомки на спеціально розроблених стендах з віброапаратурою. У роботі представлено результати натурних експериментів з макетами рідинних АБП.

Об'єкт досліджень – методика розрахунку параметрів рідинного автобалансувального пристрою для забезпечення ефективності самозрівноваження механічних систем, що обертаються, шляхом переміщення рідинних матеріалів, які входять до складу цих систем.

Предметом дослідження є математичні моделі переміщення рідини в камері АБП під впливом зміни сумарного дисбалансу системи і прогину.

### Результати теоретичних досліджень

Сумарний дисбаланс системи ротор – рідина  $\overline{D}_c$  складається з векторної суми дисбалансу вала  $\overline{D}_0$  і дисбалансу рідини  $\overline{D}$ . Нехай  $O$  – точка перетину осі вигнутого вала з площиною порожнини (рис. 1);  $O_1$  –  $O_1$  – лінія підшипників;  $C_0$  – центр мас вала,  $C$  – центр мас рідини,  $C_c$  – центр мас системи вал – рідина;  $M$  – маса вала,  $m$  – маса рідини;  $\overline{OC} = \overline{e} = \frac{\overline{D}}{(m+M)}$  – „орієнтований” ексцентриситет центра мас рідини в системі

АБП – рідина; вектор  $\overline{OC}_0 = \overline{e}_0 = \frac{\overline{D}_0}{(m+M)}$  – „орієнтований” ексцентриситет ротора маси  $M$ ;

$\overline{OC}_c = \overline{e}_c = \frac{\overline{D}_c}{(M+m)}$  – „орієнтований” сумарний ексцентриситет ротора з рідиною.

У статті для наочності теоретичні викладки супроводжуються комп'ютерними відеокadрами положень рідини в АБП, одержаними шляхом використання методу швидкісної відеозйомки, що докладно описаний у [13].

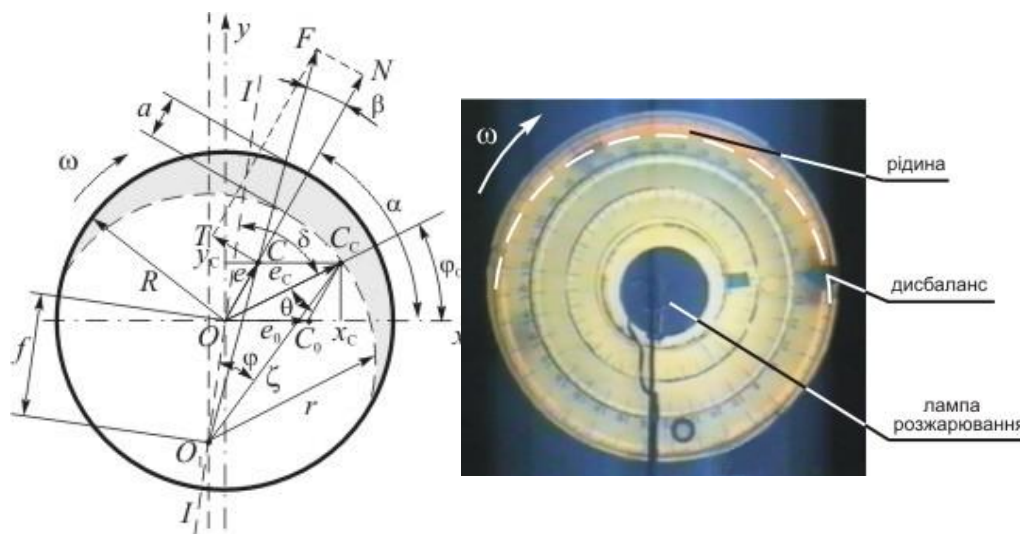


Рис. 1. Сили, які діють в АБП за наявності опору

Для дослідження положення рідини відносно дисбалансу вала і ефективності балансування розглянемо геометричну модель роботи системи (рис. 1) при обертанні ротора на докритичній швидкості із врахуванням зовнішнього демпфування.

При швидкості обертання системи  $\omega < \omega_{кр}$  зовнішній опір (сили тертя в підшипниках, сили тертя циліндра об повітря і т.д.) обумовлює відставання площини прогину ( $I-I$ ) від площини сумарного дисбалансу ( $OC_c$ ) на кут  $\delta$  (рис. 1).

Рідина прагне зайняти положення в найбільш віддаленому місці від осі обертання, тобто в прогині. Це приводить до зміни сумарного дисбалансу системи за напрямком і величиною, оскільки величина сумарного дисбалансу  $\overline{D}_c = (M+m) \cdot \overline{e}_c$  визначається як геометрична сума векторів  $\overline{D}_0 = M \cdot \overline{e}_0$  – дисбалансу ротора і  $\overline{D} = m \cdot \overline{e}$  – дисбалансу рідини й залежить від кута між цими векторами  $\alpha$  (рис. 1), який характеризує положення рідини відносно дисбалансу ротора. Оскільки для даної кутової швидкості кут відставання прогину від сумарного дисбалансу  $\delta$  є постійним, то зі зміною напрямку сумарного дисбалансу змінюється і положення прогину відносно початкового дисбалансу  $\overline{D}_0$  (тобто кут цього відставання відносно початкового дисбалансу збільшується). Рідина слідуючи за прогином, знову змінює сумарний дисбаланс, збільшуючи кут  $\alpha$  і зменшуючи величину сумарного дисбалансу. Це приводить до зменшення

величини прогину і зміни його положення відносно  $\bar{D}_0$  (тобто до збільшення кута відставання). Теоретично цей процес повторюється поки кут відставання  $\alpha$  не набуде значення  $180^\circ$ , а прогин не набуде мінімального значення (або 0 – при повному зрівноваженні).

Покажемо це аналітично. Сумарний ексцентриситет ротора з рідиною визначимо як

$$e_c = \sqrt{x_c^2 + y_c^2} = e\sqrt{1 + 2k \cos \alpha + k^2}.$$

де  $k = \frac{D_0}{D}$  – відношення дисбалансів ротора і рідини.

Аналіз геометричної моделі (рис. 1) показує, що умовою рівноваги рідини без врахування сил натягу є відсутність тангенціальної складової  $\bar{T}$  відцентрових сил інерції  $\bar{F}$  (рис. 1), або:

$$\text{tg } \beta = 0, \text{ або } f [\text{tg } \alpha \cos(\delta + \phi_c) - \sin(\delta + \phi_c)] = 0.$$

Останнє рівняння розкладається на дві умови (нуль в індексі відповідає значенням кутів для положення рівноваги рідини ( $\beta = 0$ )):

$$f = 0; \tag{1 а)}$$

$$\text{tg } \alpha_0 \cos(\delta + \phi_{0c}) - \sin(\delta + \phi_{0c}) = 0. \tag{1 б)}$$

Умова (1 а)) відповідає випадку відсутності прогину, що суперечить умові задачі для пружно-деформівного ротора. А з умови (1 б)) випливає, що при рівновазі рідини

$$\text{tg } \alpha_0 = \text{tg}(\delta + \phi_{0c}).$$

Враховуючи значення  $e, e/e_0, e_c$  і, що  $\theta = \alpha - \phi_c$  [13], одержуємо

$$\sin \alpha_0 = \frac{1}{k} \sin \delta \sqrt{1 + 2k \cos \alpha_0 + k^2}. \tag{2}$$

З рівності (2) слідує, що при відсутності зовнішнього опору в системі ( $\delta = 0, k \neq 0$ ) положення рівноваги рідини співпадає за кутом з положенням дисбалансу ротора ( $\alpha = 0$ ), що відповідає висновку про те, що в системі без зовнішнього демпфування рідини збільшує дисбаланс.

Шляхом алгебраїчних перетворень виразу (2) при  $\delta \neq 0, k \neq 0$  одержимо вираз для визначення кута  $\alpha_0$ , який відповідає положенню рівноваги рідини ( $\beta = 0$ ):

$$\alpha_0 = \pi - \arccos(\sin^2 \delta + \sqrt{(\sin^2 \delta - 1) \cdot (\sin^2 \delta - k^2)}) \tag{3}$$

Проаналізувавши вираз (3), одержимо, що аргумент арккосинуса додатний вираз, а тому навіть на докритичних частотах обертання ротора при  $\delta \in (0, \frac{\pi}{2})$  кут  $\alpha_0 \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ .

Ефективність балансування характеризується відношенням відхилень від осі обертання центра мас системи без рідини і з рідиною  $\lambda_0$ :

$$\lambda_0(k) = \frac{k}{\sqrt{1 + 2k \cos \alpha_0 + k^2}}; \tag{4}$$

Дослідимо функцію (4) на екстремум. Для цього застосуємо методи теорії екстремальних задач з параметром. Знайдемо локальні екстремуми функції  $\lambda_0(k)$  в залежності від параметра  $\alpha_0$ . При  $\cos \alpha_0 \neq \pm 1$  область визначення  $k \in (-\infty; +\infty)$ . Знаходимо похідну:

$$\lambda_0'(k) = \frac{1 + k \cos \alpha_0}{(1 + 2k \cos \alpha_0 + k^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Похідна  $\lambda_0'(k)$  дорівнює нулю при  $k = -\frac{1}{\cos \alpha_0}$ . Звідси дістаємо стаціонарну точку  $k = -\frac{1}{\cos \alpha_0}$ .

Точок, в якій похідна  $\lambda_0'(k)$  не існує, немає. Отже, стаціонарна точка є єдиною критичною точкою даної функції, тому можна знайти екстремуми за другою достатньою умовою: оскільки

$$\lambda_0''(k) = \frac{-k \cdot \sin^2 \alpha_0}{(1 + 2k \cos \alpha_0 + k^2)^{\frac{5}{2}}} \text{ і } \lambda_0''(k) < 0, \text{ то } k = -\frac{1}{\cos \alpha_0} \text{ – точка локального максимуму,}$$

$$\lambda_{0\max} = -\frac{1}{\cos \alpha_0 \cdot |\text{tg } \alpha_0|}.$$

За умовою задачі  $k \geq 0$ . Тому для точки локального максимуму має виконуватись умова  $\cos \alpha_0 < 0$  на проміжку  $[0; 2\pi]$ , тобто  $\alpha_0 \in (\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}) \setminus \{\pi\}$ .

А отже,  $\lambda_{0\max} = \left| \frac{1}{\sin \alpha_0} \right|$ . Крім того, якщо  $\alpha_0$  прямує до  $\pi/2$  або до  $3\pi/2$ , то значення  $k$  є нескінченно

великим. Що за фізичним змістом величини  $k$  не може мати місця.

Якщо  $\alpha_0$  прямує до  $\pi$ , то значення  $k$  прямує до 1, а  $\lambda_0 \max \rightarrow \infty$ . Такий результат можна трактувати як повне зрівноваження системи.

Розглянемо випадки  $\cos \alpha_0 = \pm 1$ . При  $k \geq 0$  розглядувані умови зводяться до  $\cos \alpha_0 = -1$ .

$$\lambda_0(k) = \frac{k}{(1-2k+k^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{k}{|1-k|}. \text{ При } 0 \leq k < 1 \quad \lambda_0(k) = \frac{k}{|1-k|} = \frac{k}{1-k}. \text{ Її похідна } \lambda_0'(k) = \frac{1}{(1-k)^2}$$

додатна і не дорівнює нулю для всіх  $k \in [0; 1)$ . При  $k > 1 \quad \lambda_0(k) = \frac{k}{|1-k|} = \frac{k}{k-1}$ . Її похідна

$\lambda_0'(k) = \frac{-1}{(k-1)^2}$  від'ємна і не дорівнює нулю для всіх  $k \in (1; +\infty)$ . В точці  $k=1$  функція й її похідна не існують.

Якщо критичних точок функція не має, то вона не має і екстремумів, а функція  $\lambda_0(k) = \frac{k}{(1-2k+k^2)^{\frac{1}{2}}}$  зростає на проміжку  $k \in [0; 1)$  і спадає на проміжку  $k \in (1; +\infty)$ . В точці  $k=1$  функція

$\lambda_0(k)$  необмежено прямує в  $+\infty$ .

Це дослідження вказує на те, що єдиним фізично виправданим розв'язком задачі є значення  $k=1$  при  $\cos \alpha_0 = -1$ , тобто при  $\alpha_0 = \pi$ . При  $k=1 \quad 1+2k\cos \alpha_0+k^2 = 0$ , що буде відповідати повному зрівноваженню.

Отже, найбільший ефект балансування досягається, коли величина дисбалансу рідини, яка бере участь у балансуванні, буде близька до початкової величини дисбалансу ротора ( $k \approx 1$ ).

Дослідження із в'язкою рідиною в цілому підтверджують попередньо одержані результати. Внутрішнє тертя між шарами реальної рідини (в'язкість рідини) призводить лише до того, що рідина може зупинитися не в обумовленому рівнянням (1, б) положенні рівноваги, а на деякій відстані від нього, тобто в'язка рідина має зони рівноваги, межі яких аналітично визначені нерівностями:

$$-\frac{\frac{8\pi^2 \mu \cdot R \cdot \xi}{180 \cdot m \cdot \omega}}{\sqrt{1 - \left(\frac{8\pi^2 \mu \cdot R \cdot \xi}{180 \cdot m \cdot \omega}\right)^2}} \leq \text{tg} \beta \leq \frac{\frac{8\pi^2 \mu \cdot R \cdot \xi}{180 \cdot m \cdot \omega}}{\sqrt{1 - \left(\frac{8\pi^2 \mu \cdot R \cdot \xi}{180 \cdot m \cdot \omega}\right)^2}}. \quad (5)$$

З аналізу (5) випливає, що збільшення швидкості обертання веде до звуження меж зон рівноваги, тобто і в'язка рідина намагається зупинитись точно проти дисбалансу. При збільшенні в'язкості межі зон рівноваги розширюються. Тому при наявності в'язкості зрівноважування дисбалансу буде неповним.

За результатами аналізу побудованих геометричних моделей у закритичній області обертання ротора ( $\omega > \omega_{кр}$ ) також відбувається самоцентрування ротора, а процес автобалансування ротора рідиною проявляється у зменшенні відхилень системи в порівнянні з випадком обертання ротора без рідинного автобалансира за рахунок зменшення сумарного дисбалансу (при  $\omega > \omega_{кр}$  сумарний дисбаланс системи становить  $e_c = e_0 - e$  і  $e$  меншим за  $e_0$ ). Автоматичне балансування рідиною на відміну від самоцентрування автоматично забезпечує зрівноваження незбалансованого вала при різних, заздалегідь нефіксованих величинах дисбалансу і будь-яких кутових швидкостях. Завдяки цьому зрівноваженню при будь-яких значеннях кутової швидкості вал залишається не прогнутим (або менш прогнутим), а динамічні тиски на підшипники відсутні (або зменшені). В цьому полягає вигідна відмінність самозрівноваження від самоцентрування.

Отже, ефективність автоматичного балансування залежить від коефіцієнта зовнішнього опору, відношення початкового дисбалансу до дисбалансу рідини і відносних розмірів АБП.

Одержана аналітична залежність між цими величинами дозволяє розробити інженерну методику розрахунку параметрів рідинних АБП.

Одним із чинників, які визначають можливість і якість балансування, є правильність вибору параметрів АБП: його енергоємності (величини балансуєчої сили), параметрів і кількості коригувальної рідини, геометричних параметрів камери АБП.

Вхідними даними для розрахунку параметрів елементів АБП є:

$D_0$  – максимально можливий при експлуатації дисбаланс, г·см;

$k_{запасу} = 1,1 \div 1,25$  – коефіцієнт запасу енергоємності АБП;

$\rho$  – густина рідини, що заповнює камеру, г/см<sup>3</sup>;

$R$  – радіус камери, см або  $h$  – висота камери, см;

дані, які дозволяють розрахувати критичну кутову швидкість  $\omega_{кр}$  без камери АБП і з камерою АБП, рад/с:  $2n = \mathcal{G} \cdot \omega_{кр}$  – коефіцієнт демпфування ротора,  $\mathcal{G}$  – логарифмічний декремент затухання коливань,

$\gamma = \omega / \omega_{кр}$  – відносна робоча кутова швидкість ротора;

Вихідними даними є: оптимальні параметри рідинного АБП для заданої роторної системи, а саме: геометричні розміри камери АБП, ємність АБП, в'язкість коригувальної рідини ( $\nu$  – кінематична в'язкість рідини  $\text{см}^2/\text{с}$ ).

### Суть методики розрахунку параметрів рідинного АБП

За побудованою математичною моделлю поведінки рідинного АБП для вертикального ротора, викладеною вище, запропоновано розв'язувати прикладні задачі підбору оптимальних параметрів рідинного АБП для заданої роторної системи, визначити вплив зміни параметрів системи ротор – АБП – рідина на ефективність процесу балансування. Таким чином отримали ряд оптимізаційних задач з різними цільовими функціями.

Задаючи величину радіуса камери АБП, як максимально можливу за конструкцією машини, визначаємо висоту камери. Для цього користуємось програмою обчислення оптимального співвідношення між радіусом і висотою камери АБП, при яких досягається максимум ефективності роботи рідинного АБП. Програма побудована на основі алгоритму розрахунку коефіцієнта ефективності балансування за формулою (4).

Енергоємність АБП дорівнює дисбалансу коригувальної рідини. Для визначення енергоємності і запасу енергоємності АБП користуємось алгоритмом визначення оптимального заповнення камери АБП рідиною заданої густини, при якому досягається максимум ефективності роботи рідинного АБП.

Завищувати запас енергоємності АБП не варто, оскільки це призведе до збільшення розмірів і ваги пристрою, у той час як пристрій велику частину часу зазвичай працює при менших значеннях дисбалансу.

Скориставшись залежностями (5), визначаємо оптимальний підбір рідини за в'язкістю для системи із заданими параметрами, при якому досягається мінімум розширення зони рівноваги.

### Перевірка адекватності математичної моделі поведінки рідини в камері АБП

Результати натурних експериментальних досліджень підтверджують адекватність побудованої моделі і інженерної методики розрахунку параметрів рідинного АБП.

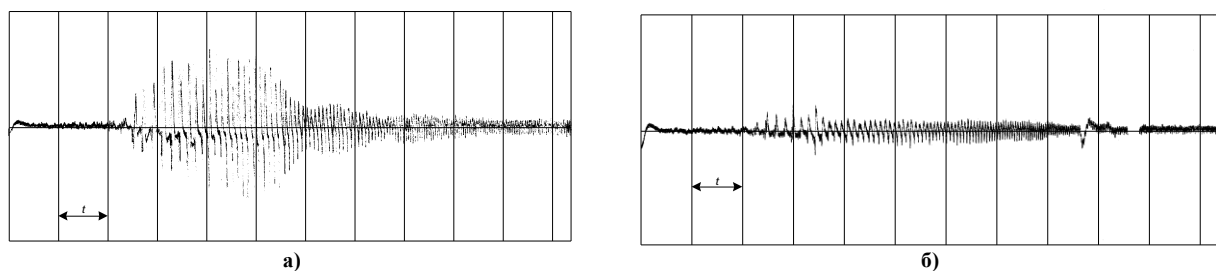


Рис. 2. Фрагменти осцилограм записів коливань верхнього краю барабана при виході на робочі частоти: а) – запис коливань розбалансованого ротора при дисбалансі 2000 г·см; б) – запис коливань при встановленні АБП з прісною водою (об'єм рідини 100 мл)

Так, на рис. 2 подано фрагменти осцилограм записів коливань верхнього краю барабана з АБП на прохід від 0 рад/с до робочих швидкостей обертання ротора (87,9 рад/с) з заповненням камери водою прісною (масою 100 г). Ефективність зрівноваження початкового дисбалансу 2000 г·см на резонансній швидкості 59,7 рад/с становить 1,7.

Розроблена методика є добре алгоритмованою. Для її реалізації розроблено програмне забезпечення. Програмування здійснювалось за допомогою С# у середовищі microsoft visual studio.

Для перевірки адекватності математичної моделі поведінки рідини в камері АБП і верифікації програмного забезпечення здійснено співставлення результатів теоретичних розрахунків і натурних експериментів на спеціально сконструйованому стенді. У результаті розрахунку за алгоритмом одержано значення коефіцієнта ефективності  $\lambda_0$  процесу балансування для заданого діапазону кутових швидкостей. Значення коефіцієнта ефективності балансування, визначені експериментально як відношення амплітуд коливань верхнього краю барабана експериментальної установки без рідини в АБП і з рідиною на основі обробки осцилографічних стрічок. Значення коефіцієнта ефективності балансування ротора рідинним АБП, знайдені теоретичним і експериментальним шляхами, відрізняються одне від одного не більше ніж на 16 %.

### Висновки

Одержані результати цього дослідження дають можливість пояснити поведінку рідини в камері АБП, і зв'язати аналітично геометричні і фізичні параметри рідинного АБП і системи «ротор – рідинний АБП – рідина» з ефективністю зрівноваження, що, в свою чергу, дає можливість розробити методику розрахунку оптимальних параметрів рідинного АБП.

Розроблене теоретичне обґрунтування автоматичного балансування рідиною роторів з вертикальною віссю обертання відрізняється від існуючих положень врахуванням гідравлічних властивостей рідини і демпфування системи.

Показано, що ефективність автоматичного балансування залежить від коефіцієнта зовнішнього опору, відношення початкового дисбалансу до дисбалансу рідини і відносних розмірів АБП. Одержана аналітична залежність між цими величинами дозволяє розробити інженерну методику розрахунку параметрів рідинних АБП. Основна ідея якої, полягає у розв'язанні ряду оптимізаційних задач: задаючи

величину радіуса камери АБП, як максимально можливу за конструкцією машини, за розробленою прикладною програмою розраховуємо оптимальне співвідношення  $h/R$ , при якому досягається максимум ефективності роботи рідинного АБП, і визначаємо висоту камери; користуючись алгоритмом визначення оптимального заповнення камери АБП рідиною заданої густини визначаємо ємність, запас ємності АБП і оптимальний підбір в'язкої рідини для системи із заданими параметрами, при якому досягається мінімум розширення зони рівноваги. Для реалізації методики розрахунку оптимальних параметрів рідинного АБП розроблено програмний продукт.

Перевірку адекватності математичної моделі поведінки рідини в камері АБП і верифікацію програмного забезпечення здійснено шляхом зіставлення теоретичних результатів із одержаними експериментально.

### Література

1. SKF – Automatic balancing units (2017). URL: <http://www.skf.com/us/industry-solutions/portable-power-tools/applications/grinders-planners-and-sanders/automatic-balancing-unit/index.html>.
2. Keunjoo Kim, Seungchul Park, Jongryong Kim (2016) Balancing unit and laundry treatment apparatus EP 3085827 A1 / Owner name: Lg Electronics Inc. URL: <http://www.google.com/patents/EP3085827A1?cl=en>.
3. Гусаров А.А. Балансировка роторов машин : в 2 кн. Книга 2 / Гусаров А.А. – Москва : Наука, 2004. – 266 с.
4. Никифоров А.Н. Состояние проблемы уравнивания роторов / А.Н. Никифоров // Вестник научно-технического развития. – 2013. – № 4 (68). – С. 20–28.
5. Нестеренко В.П. Теория и практика устройств автоматической балансировки роторов : автореф. дисс. на соискание науч. степени д-ра техн. наук : 05.02.18 / Нестеренко В.П. / Новосиб. электротехн. ин-т. – Новосибирск, 1990. – 34 с.
6. Pashkov E., Martyushev N., Ponomarev A. (2014). Efficiency of Balancing by Liquid-Type Automatic Balancing Devices. *Advanced Materials Research: Scientific Journal*. Vol. 1040, pp. 858–863.
7. Pashkov E., Martyushev N., Masson A. (2014). Evaluation of Gravitational Force Effect on Balancing Processes in Liquid-Type Autobalancing Devices. *Advanced Materials Research: Scientific Journal*, Vol. 1040, pp. 642–649.
8. Филимоныхин Г.Б. Эмпирический критерий наступления автобалансировки и его применение для осесимметричного ротора с неподвижной точкой и изотропной упругой опорой / Г.Б. Филимоныхин, И.И. Филимоныхина, К.Н.Думенко, М.В. Личук // Вост.-Европ. журн. передовых технологий. – 2016. – № 5/7. – С. 11–18.
9. Royzman V., Drach I., Bubulis A. (2016). Movement of working fluid in the field of centrifugal forces and forces of weight. In: Proceedings of the 21st International Scientific Conference: Mechanika; 12, 13 May 2016; Kaunas: pp. 222–224.
10. Urbiola-Soto L, Lopez-Parra M. (2011) Dynamic performance of the Leblanc balancer for automatic washing machines. *J. Vibr. Acoust.* Vol. 133. DOI: 10.1115/1.4003597.
11. Marlon Wesley Machado Cunico. (2015). Characterization and Modelling of LeBlanc Hydrodynamic Stabilizer: A Novel Approach for Steady and Transient State Models. *Modelling and Simulation in Engineering*. Vol. 2015, 11 p.
12. Hoon H. S., L. J. Young, S. Suzuki, H. W. Gu. (2001). A study on the dynamic behaviour of an automatic washing machine. *Nippon Kikai Gakkai Kankyo Kogaku Sogo Shinpojiumu Koen Ronbunshu*. Vol. 11, pp. 131–134.
13. Thearle E.L. (1950). Automatic dynamic balancers (Part 1. Leblanc balancer). *Machine Design*, 22, pp. 119–124.
14. Conrad D.C. (1994). On The Fundamentals of Automatic Washing Machine Design Based Upon Dynamic Constraints, Ph.D. Thesis, Purdue University.
15. Morio M., Yutaka N. (2002). Washing Machine Dehydration Dynamics Analysis. *Nihon Kikai Gakkai Nenji Taikai Koen Ronbunshu*, 5, pp. 209-216.
16. Bae S.; Lee J. M.; Kang Y. J.; Kang J. S.; Yun J. R. (2002). Dynamic analysis of an automatic washing machine with a hydraulic balancer. *J. Sound Vib.*, 257, 3–18. DOI:10.1006/jsvi.2001.4162
17. Jung CH., Kim CS., Choi YH. J., (2008). A dynamic model and numerical study on the liquid balancer used in an automatic washing machine. *Journal of Mechanical Science and Technology*. Vol. 22, pp. 1843–1852.
18. Langthjem M. A., Nakamura T., (2013). Dynamics of the fluid balancer: Perturbation solution of a forced Korteweg-de Vries-Burgers equation. *RIMS, Kyoto University*, V. 1847, pp. 73–85.
19. Bobo Li, Huiqun Yuan, Guangding Wang, (2018) An analytical investigation on the dynamic stability of a rotor filled with liquid. *Journal of Vibroengineering*, Vol. 0(6), pp. 2253–2267. DOI: 10.21595/jve.2018.19886.
20. Royzman V., Bubulis A., Drach I. (2009). System Analysis of Automatic Balancing (Self-Balancing) Machine Rotors with Liquid Working Bodies. *Solid State Phenomena*. Vol. 147–149, pp. 374–379.

## References

1. SKF – Automatic balancing units (2017). URL: <http://www.skf.com/us/industry-solutions/portable-power-tools/applications/grinders-planners-and-sanders/automatic-balancing-unit/index.html>.
2. Keunjoo Kim, Seungchul Park, Jongryong Kim (2016) Balancing unit and laundry treatment apparatus EP 3085827 A1 / Owner name: Lg Electronics Inc. URL: <http://www.google.com/patents/EP3085827A1?cl=en>.
3. Gusarov A.A. Balansirovka rotorov mashin : v 2 kn. Kniga 2 / Gusarov A.A. – Moskva : Nauka, 2004. – 266 s.
4. Nikiforov A.N. Sostoyaniye problemy uravnoveshivaniya rotorov / A.N. Nikiforov // Vestnik nauchno-tehnicheskogo razvitiya. – 2013. – № 4 (68). – S. 20–28.
5. Nesterenko V.P. Teoriya i praktika ustrojstv avtomaticheskoy balansirovki rotorov : avtoref. diss. na soiskanie nauch. stepeni d-ra tehn.nauk : 05.02.18 / Nesterenko V.P. / Novosib. elektrotehn. in-t. – Novosibirsk, 1990. – 34 s.
6. Pashkov E., Martyushev N., Ponomarev A. (2014). Efficiency of Balancing by Liquid-Type Automatic Balancing Devices. *Advanced Materials Research: Scientific Journal*. Vol. 1040, pp. 858–863.
7. Pashkov E., Martyushev N., Masson A. (2014). Evaluation of Gravitational Force Effect on Balancing Processes in Liquid-Type Autobalancing Devices. *Advanced Materials Research: Scientific Journal*, Vol. 1040, pp. 642–649.
8. Filimonihin G.B. Empiricheskij kriterij nastupleniya avtobalansirovki i ego primenenie dlya osesimmetrichnogo rotora s nepodvizhnoj tochkoj i izotropnoj uprugoj oporoj / G.B. Filimonihin, I.I. Filimonihina, K.N. Dumenko, M.V. Lichuk // Vost.-Evrop. zhurn. peredovyh tehnologij. – 2016. – № 5/7. – S. 11–18.
9. Royzman V., Drach I., Bubulis A. (2016). Movement of working fluid in the field of centrifugal forces and forces of weight. In: *Proceedings of the 21st International Scientific Conference: Mechanika*; 12, 13 May 2016; Kaunas: pp. 222–224.
10. Urbiola-Soto L., Lopez-Parra M. (2011) Dynamic performance of the Leblanc balancer for automatic washing machines. *J. Vib. Acoust.* Vol. 133. DOI: 10.1115/1.4003597.
11. Marlon Wesley Machado Cunico. (2015). Characterization and Modelling of LeBlanc Hydrodynamic Stabilizer: A Novel Approach for Steady and Transient State Models. *Modelling and Simulation in Engineering*. Vol. 2015, 11 p.
12. Hoon H. S., L. J. Young, S. Suzuki, H. W. Gu. (2001). A study on the dynamic behaviour of an automatic washing machine. *Nippon Kikai Gakkai Kankyo Kogaku Sogo Shinpojiumu Koen Ronbunshu*. Vol. 11, pp. 131–134.
13. Thearle E.L. (1950). Automatic dynamic balancers (Part 1. Leblanc balancer). *Machine Design*, 22, pp. 119–124.
14. Conrad D.C. (1994). On The Fundamentals of Automatic Washing Machine Design Based Upon Dynamic Constraints, Ph.D. Thesis, Purdue University.
15. Morio M., Yutaka N. (2002). Washing Machine Dehydration Dynamics Analysis. *Nihon Kikai Gakkai Nenji Taikai Koen Ronbunshu*, 5, pp. 209–216.
16. Bae S.; Lee J. M.; Kang Y. J.; Kang J. S.; Yun J. R. (2002). Dynamic analysis of an automatic washing machine with a hydraulic balancer. *J. Sound Vib.*, 257, 3–18. DOI:10.1006/jsvi.2001.4162
17. Jung CH., Kim CS., Choi YH. J., (2008). A dynamic model and numerical study on the liquid balancer used in an automatic washing machine. *Journal of Mechanical Science and Technology*. Vol. 22, pp. 1843–1852.
18. Langthjem M. A., Nakamura T., (2013). Dynamics of the fluid balancer: Perturbation solution of a forced Korteweg-de Vries-Burgers equation. *RIMS, Kyoto University*, V. 1847, pp. 73–85.
19. Bobo Li, Huiqun Yuan, Guangding Wang, (2018) An analytical investigation on the dynamic stability of a rotor filled with liquid. *Journal of Vibroengineering*, Vol. 0(6), pp. 2253–2267. DOI: 10.21595/jve.2018.19886.
20. Royzman V., Bubulis A., Drach I. (2009). System Analysis of Automatic Balancing (Self-Balancing) Machine Rotors with Liquid Working Bodies. *Solid State Phenomena*. Vol. 147–149, pp. 374–379.

Рецензія/Peer review : 08.09.2020 р.

Надрукована/Printed : 02.11.2020 р.