

УДК 528.563

DOI 10.31891/2307-5732-2020-285-3-20

О. М. БЕЗВЕСІЛЬНА, Ю. В. КИРИЧУК, Н. М. НАЗАРЕНКО

Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"

ДВОКАНАЛЬНИЙ П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНИЙ ГРАВИМЕТР

У роботі отримано математичну модель роботи нового двоканального п'єзоелектричного гравіметра та виведено основне робоче рівняння руху автоматизованої аерогравіметричної системи із двоканальним п'єзоелектричним гравіметром. Отримане рівняння руху двоканального п'єзоелектричного гравіметра перетворене у вигляді, зручний для подальшого моделювання на ЕОМ.

Ключові слова: коливальна система, коефіцієнт демпфірування, двоканальний п'єзогравіметр.

O. BEZVESILNA, Y. KYRYCHUK, N. NAZARENKO

National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"

DUAL-CHANNEL PIEZOELECTRIC GRAVIMETER

The work is focused on obtaining a mathematical model of the new dual – channel piezoelectric gravimeter and formulation of the basic working equation of motion of an automated aerogravimetric system with a two – channel piezoelectric gravimeter. Under the action of gravity acceleration on the sensitive mass of a dual-channel piezoelectric gravimeter oscillatory system forced oscillations spring up. The oscillation system of the gravimeter consists of an inertial mass, a damping element and a stiffness element. The air that creates resistance to the motion of the inertial mass in our case acts as a damping element. The gravimeter stiffness element is characterized by the elastic properties of the elastic element. A new two-channel piezogravimeter has been proposed for substantial improvement of the accuracy of the automated aerogravimetric system. The possibility to achieve the piezogravimeter accuracy of the automated aerogravimetric system in 1 mGal, by compensating of instrumental errors is demonstrated (the influence of the environment, the influence of humidity changes, temperature and pressure, the influence of inaccuracy in the manufacture of piezoelectric packs of both channels). The obtained equation of a dual-channel piezoelectric gravimeter motion is transformed into a form suitable for further modeling on a computer. The oscillating system considered in the work is effective under certain conditions of motion of the inertial mass in the inertial frame of reference occurs along the vertical axis perpendicular to the plane of installation of the piezoelectric gravimeter; the force of elasticity is within the limits of possible oscillations and proportional to the deformation of the elastic element; the mass of the elastic element is insignificant and much less than the inertial mass; the mass of the sensing element, the coefficient of elasticity and damping are constant through the time; all components of the piezoelectric gravimeter are undamped. The equations of motion of a piezoelectric gravimeter for each channel were determined taking into account the conditions of location on the Earth.

Keywords: oscillating system, damping coefficient, dual-channel piezogravimeter.

При дії прискорення сили тяжіння (ПСТ) на його чутливу масу коливальної системи двоканальний п'єзоелектричний гравіметр (ДПГ) виникають вимушені коливання.

Коливальна система ДПГ складається з наступних елементів: інерційна маса (m), демпфіруючий елемент (n) та елемент жорсткості (κ). Повітря, яке створює опір рухові інерційної маси (ІМ) в нашому випадку виступає у якості демпфіруючого елемента. Елемент жорсткості гравіметра характеризується пружними властивостями пружного елемента (ПЕ) [1, 2].

Метою роботи є отримання математичної моделі двоканального п'єзоелектричного гравіметра та рівняння руху авіаційної гравіметричної системи на базі гравіметра цього типу.

Запропонована коливальна система є ефективною за визначених умов:

– рух ІМ в інерціальній системі відліку відбувається вздовж осі $z-z$, перпендикулярної площині встановлення п'єзоелектричного гравіметра (ПГ);

– сила пружності, у межах можливих коливань, пропорційна деформації пружного елемента;

– маса пружного елемента є незначною і набагато менша за ІМ;

– маса чутливого елемента (ЧЕ), коефіцієнт пружності та демпфірування є незмінними у часі;

– опора, ІМ та інші складові ПГ є недемпфірованими.

Для **одного чутливого елемента ДПГ** рух інерційної маси із прискоренням g_z забезпечує сила, пов'язана з ним згідно до другого закону Ньютона:

$$G = mg_z, \quad (1)$$

де m – величина ІМ, G – сила, яка діє на ІМ.

На ІМ під час руху діють також інерційна сила від дії вертикального прискорення ЛА, сила опору руху та сила пружності ПЕ.

Сила пружності ПЕ, відповідно до закону Гука, дорівнює:

$$F_{np} = -\kappa x, \quad (2)$$

де F_{np} – сила пружності пружного елемента; x – зміщення інерційної маси ПГ відносно нульового положення; κ – коефіцієнт пружності, залежний від властивостей пружного елемента.

Сила опору руху інерційної маси:

$$F_{op} = -n \frac{dx}{dt}, \quad (3)$$

де F_{op} – сила опору руху інерційної маси; n – коефіцієнт опору (затухання).

З урахуванням наведених формул, отримаємо:

$$mg_z = -n \frac{dx}{dt} - \kappa x. \quad (4)$$

Із врахування інерційної сили кінцеве рівняння руху ПГ $F_i = m \frac{d^2 x}{dt^2}$ матиме вигляд:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + n \frac{dx}{dt} + \kappa x = -mg_z. \quad (5)$$

Надалі, двома першими складовими, будемо нехтувати через інерційність конструкції ПГ.

Рівняння руху ПГ в умовах установки на Землі, буде $g_z = -\frac{\kappa}{m} x$. В умовах роботи ПГ на ЛА

складову $m \frac{d^2 x}{dt^2}$ необхідно враховувати.

Для **другого чутливого елемента ДПГ** аналогічно кінцеве рівняння руху матиме вигляд:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + n \frac{dx}{dt} + \kappa x = -mg_z. \quad (6)$$

Як і у першому випадку, через інерційність конструкції ПГ, двома першими складовими у наступному будемо нехтувати.

Рівняння руху для ЧЕ другого каналу ДПГ в умовах установки на Землі, виглядає: $g_z = -\frac{\kappa}{m} x$.

Для **двоканального п'єзогравіметра в умовах розташування на Землі**:

$$g_z = -2 \frac{\kappa}{m} x.$$

В умовах розташування ДПГ на ЛА складову $m \frac{d^2 x}{dt^2}$ треба враховувати.

Застосувавши до виразу (1.8) перетворення Лапласа отримаємо:

$$mp^2 x(p) + npx(p) + \kappa x(p) = -2mg_z(p), \quad (7)$$

де $x(p)$ – зображення по Лапласу зміщення інерційної маси; $g_z(p)$ – зображення по Лапласу прискорення сили тяжіння уздовж осі чутливості ДПГ.

Визначимо передатну функцію $W(p)$ ДПГ по каналу ПСТ–зміщення ІМ:

$$W(p) = \frac{x(p)}{g_z(p)} = \frac{-2m}{mp^2 + np + \kappa}. \quad (8)$$

Використовуючи вираз (8) та враховуючи, що вихідна напруга ДПГ прямо пропорційна зміщенню ІМ запишемо передатну функцію ДПГ по каналу ПСТ – вихідна напруга:

$$W_{III}(p) = \frac{2K_{III}}{T_1 p^2 + T_2 p + 1}, \quad (9)$$

де $W_{III}(p)$ – передатна функція ДПГ по каналу ПСТ–вихідна напруга; K_{III} – статичний коефіцієнт передачі ДПГ; T_1 і T_2 – коефіцієнти, що визначають постійні часу об'єкта другого порядку.

Якщо розділити рівняння руху ДПГ (6) на m , то отримаємо:

$$\ddot{x} + 2 \cdot \xi \omega_0 \dot{x} + \omega_0^2 x = -2g_z, \quad (10)$$

де ξ – коефіцієнт демпфування; ω_0 – власна частота ДПГ.

Як показано у [4–6] коефіцієнт демпфірування ДПГ (п'єзоакселерометра) є нелінійною функцією, яка залежить від пружних та п'єзоелектричних властивостей ПЕ.

Перепишемо рівняння (10) у вигляді [7]:

$$m\ddot{x} + \dot{x}[2n - L \sin(\omega t + \varepsilon)] + \omega_0^2 x = N \sin \omega t, \quad (11)$$

де w_a , w_b – амплітуди вібраційних прискорень; $N = mw_b$, $L = mw_a$ – параметри вібрації.

Вважаємо, що $M(t) = 2n - L \sin(\omega t + \varepsilon)$, а $D(t) = \omega_0^2$, тоді

$$\ddot{x} + \dot{x}M(t) + D(t)x = 0, \quad (12)$$

де $D(t)$ та $M(t)$ – Т-періодичні функції.

Без зміни характеристик показників рівняння вигляду (12) можна звести до аналогічного, де $M(t) = \text{const}$.
Нехай

$$\int_0^t M(t_1) dt_1 = \Psi t + M_1(t), \quad (13)$$

де $\Psi = 2n$; $M(t_1) = \int_0^{t_1} (M(t_1) - \Psi) dt = \frac{L}{\omega} \cos(\omega t + \varepsilon)$.

Змінюючи

$$x = e^{-\frac{1}{2}M_1(t)} x' = e^{-\frac{1}{2}\frac{L}{\omega} \cos(\omega t + \varepsilon)} x', \quad (14)$$

дістанемо

$$\ddot{x}' + 2n\dot{x}' + F(t)x' = 0, \quad (15)$$

в якому

$$F(t) = \omega_0^2 + v_0 \sin(\omega t + e + \sigma_8), \quad (16)$$

де $\sigma_8 = \arctg \frac{\omega}{2n}$; $v_0 = \frac{L\sqrt{\omega + 4n^2}}{2}$.

Вираз (16) із урахуванням (11) і (15) можна записати у вигляді:

$$\ddot{x}' + 2n\dot{x}' + [\omega_0^2 + v_0 \sin(\omega t + e + \sigma_8)]x' = N \sin \omega t, \quad (17)$$

або з урахуванням параметрів: $m = 0,01 \text{ кг}$, $\varepsilon + \sigma_8 = 0$:

$$\ddot{x}' + 2\xi\omega_0\dot{x}' + (\omega_0^2 + v_1 w_b \sin \omega t)x' = 0,01 w_a \sin \omega t, \quad (18)$$

де $v_1 = \frac{v_0}{w_b}$.

Отже, отримано рівняння (18) типу Мат'є–Хілла. Рівняння такого типу є зручним для моделювання на ЕОМ.

У рівнянні (6) складовими прискорення та швидкості будемо у подальшому нехтувати, зважаючи на інерційність ДПГ. Тоді рівняння руху АГС із ДПГ матиме вигляд:

$$\begin{aligned} \kappa x = g_z - \frac{v^2}{r} + 2e \frac{v^2}{r} \left[1 - 2 \cos^2 \varphi \cdot \left(1 - \frac{\sin^2 k}{2} \right) \right] - 2\omega_3 v \sin k \cos \varphi + \\ + 2\dot{h} \frac{e}{r} v \cos k \sin 2\varphi - 2 \frac{\gamma_0 h}{r} - \omega_3^2 h \cos^2 \varphi, \end{aligned} \quad (19)$$

де g_z – ПСТ вздовж осі чутливості ДПГ; r – радіус місцезнаходження ЛА; v – швидкість ЛА; e – стиск еліпсоїда; k – курс ЛА; φ – географічна широта; ω_3 – кутова швидкість обертання Землі; γ_0 – вертикальна швидкість ЛА; h – висота ЛА над еліпсоїдом.

Висновки. В результаті отримано математичну модель роботи нового ДПГ та виведено основне робоче рівняння руху автоматизованої аерогравіметричної системи із двоканальним п'єзоелектричним гравіметром. Отримане рівняння руху двоканального п'єзоелектричного гравіметру перетворене у вигляді, зручний для подальшого моделювання на ЕОМ.

Література

1. Безвесільна О.М. Технологічні вимірювання та прилади. Перетворюючі пристрої приладів: підручник / О. М. Безвесільна, Г. С. Тимчик. – Житомир: ЖДТУ, 2012. – 812 с.
2. Янчич В.В. Пьезоэлектрические датчики вибрационного и ударного ускорения : учеб. пособ. / В. В. Янчич. – Ростов-на-Дону, 2008. – 77 с.
3. Кухарчук В.В. Основи метрології та електричних вимірювань: підручник / В. В. Кухарчук, С. Т. Володарський, В. Ю. Кучерук, В. В. Грабко. – Вінниця : ВНТУ, 2012. – 522 с.
4. Шарапов В.М. Пьезоэлектрические датчики / Шарапов В. М., Мусиенко М. П., Шарапова Е. В. – Москва: Техносфера, 2006. – 632 с.
5. Безвесільна О.М. Алгоритмічні методи високоточного визначення лінійних прискорень / Безвесільна О.М. // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – Хмельницький: ХНУ. – 2018. – №5 (265). С. 100-105.
6. Безвесільна О.М. Наукові дослідження в галузі вимірювання механічних величин: Підручник / Безвесільна О.М., Тимчик Г.С., Подчашинський Ю.О. – Житомир: ЖДТУ, 2011. – 976 с
7. Безвесільна О.М. Вимірювання прискорень / О. М. Безвесільна. – К.: Либідь, 2001. – 261 с.

References

1. Bezvesilna O.M. Technological measurements and devices. Transforming devices: textbook / O.M. Bezvesilna, G.S Tymchyk. – Zhytomyr: ZSTU, 2012. – 812 p.
2. Yanchich V.V. Piezoelectric sensors of vibration and shock acceleration: Textbook. / V.V. Yanchich - Rostov-on-Don, 2008. - 77 p.
3. Kukharchuk V.V Fundamentals of metrology and electrical measurements: textbook / V.V. Kukharchuk, H.T. Volodarsky, V. Y. Kucheruk, V.V. Grabko.– Vinnytsia: VNTU, 2012. - 522 p.
4. Sharapov V.M. Piezoelectric sensors / Sharapov V.M, Musijenko M.P., Sharapova E.V. – Moscow: Technosphere, 2006. – 632p.
5. Bezvesilna O.M. Algorithmic methods of high-precision determination of linear accelerations / Bezvesilna O.M. // Herald of Khmelnytskyi National University. Technical sciences. - 2018. - №5 (265). Pp. 100-105.
6. Bezvesilna O.M. Scientific research in the field of mechanical quantities measuring: Textbook / Bezvesilna O.M., Tymchyk G.S., Podchashinsky Y.O. – Zhytomyr: ZSTU, 2011. – 976 p
7. Bezvesilna O.M. Acceleration measurement / O.M. Bezvesilna. - K .: Lybid, 2001. - 261 p.

Надійшла / Paper received: 05.05.2020

Надрукована / Paper Printed : 05.06.2020