

А.В. ШЕВЧЕНКО

Вінницький національний технічний університет

А.А. ВИДМИШ, А.А. ШТУЦЬ

Вінницький національний аграрний університет

ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В ЗАДАЧІ ТРАСУВАННЯ ЛІНІЙНИХ ІНЖЕНЕРНИХ СПОРУД

Трасування лінійних споруд полягає у визначенні на місцевості їх осі, планового та висотного положення, що характеризується планом та поздовжнім профілем. В плані траса являє собою прямі відрізки різного напрямку, що спрягаються між собою круговими або перехідними кривими. В поздовжньому профілі траса складається з ліній різного уклону, що спрягаються вертикальними кривими. Уклони траси встановлюють залежно від призначення та характеристик споруд. При складанні поздовжнього профілю вертикальний масштаб в 10 і більше раз крупніший від горизонтального. Рельєф місцевості вздовж траси характеризується поперечниками, що складають в однакових горизонтальному та вертикальному масштабах. Трасування лінійних споруд включає пошук на місцевості оптимального варіанта траси та розміщення на ній споруд. Оптимальне розміщення траси на місцевості обирається в результаті порівняння декількох доцільних варіантів на картах масштабу 1:1000000 – 1: 25000. Залежно від призначення траси та етапу проектування трасування може бути камеральне або польове. Побудова діаграм зміни кривих вздовж лінії траси, то форма кривої, що утворюється, природно, характеризує її просторову плавність: візуальна плавність діаграми змін кривин є ознакою плавності кривої в просторі. Для оцінки кривини траси може використовуватися і кривина тільки її поздовжнього профілю.

Якщо він описується деякою функцією $z = z(x)$, то кривина обчислюється за допомогою відомого математичного апарату через першу та другу похідні функції та кінцеві різниці або як величину, зворотну значенню радіусу кола, яке проходить через три суміжні точки профілю траси, що не лежать в одній прямій. У роботі пропонується геометро-аналітична модель пошуку на заданому рельєфі місцевості просторових ліній, геометрія яких задовольняє вимоги трасування лінійних споруд – автошляхів (АШ), залізних доріг, трубопроводів тощо для використання у САПР. Розроблено спосіб моделювання початкового наближення траси з урахуванням вимоги до її мінімальної протяжності. Представлено геометричні моделі оцінювання кривини просторової лінії траси.

Ключові слова: геометро-аналітична модель, просторова лінія, трасування, траса, протяжність, кривина.

A. SHEVCHENKO

Vinnytsia National Technical University

A. VIDMYSH, A. STUTS

Vinnytsia National Agrarian University

GEOMETRIC MODELING IN THE TRACING PROBLEM LINEAR ENGINEERING STRUCTURES

The tracing of linear structures consists in determining on the locality of their axis, the planned and altitude position, characterized by a plan and a longitudinal profile. In terms of the route is a straight line segments of different directions, interconnecting circular or transition curves. In the longitudinal profile, the route consists of lines of different slope, which are joined by vertical curves. The gradients of the route are set depending on the purpose and characteristics of the structures. When compiling a longitudinal profile, the vertical scale is 10 times or larger than the horizontal scale. The terrain along the route is characterized by cross-sections that are equal in horizontal and vertical scales. Linear tracing involves locating and locating the optimal route for the route. The optimal location of the route on the terrain is chosen as a result of comparing several feasible options on maps of scale 1: 1000000 - 1: 25000. Depending on the destination of the route and the stage of designing the route may be a cameral or field. Constructing diagrams of change of curves along the line of the track, then the shape of the resulting curve characterizes its spatial smoothness: the visual smoothness of the curve change curve is a sign of the smoothness of the curve in space. Only the curvature of its longitudinal profile can be used to estimate the curvature of a route. If it is described by some function $z = z(x)$, then the curvature is calculated using a known mathematical apparatus through the first and second derivatives and finite differences, or as a value inverse of the radius of a circle passing through three adjacent points of the track profile, which is not lie in one line. The paper presents a geometric-analytical model of search on a given terrain of spatial lines whose geometry satisfies the requirements of tracing of linear structures - highways (AS), railways, pipelines, etc. for use in CAD. A method of simulating the initial approximation of a route with the requirement for its minimum length is developed. Geometric models for estimating the curvature of a spatial line of a route are presented.

Keywords: geometric-analytical model, spatial line, trace, route, length, curvature.

Розвиток науки і техніки обумовлює безупинне удосконалення технологій і методів проведення проектно-вишуквальних робіт. Перспектива у даному напрямку належить створенню і впровадженню систем автоматизованого проектування (САПР).

У більшості випадків кінцевим результатом роботи САПР є інформація про геометрію об'єкту проектування, а сам процес проектування при цьому – послідовне перетворення геометричної інформації на підставі формалізованих вимог. Багато алгоритмів і математичні моделі процесів проектування також носять геометричний характер, внаслідок чого геометричні задачі складають значну частину спеціалізованого математичного забезпечення САПР.

Розвитку геометричних питань САПР присвячені праці науковців української та зарубіжних шкіл

прикладної геометрії – В.С. Михайленка, А.В. Павлова, І.І. Котова, Н.Н. Рижова, А.Л. Підгорного тощо та їх учнів.

Широке використання геометричних методів розв'язання як окремих, так і комплексних задач проектування різноманітних об'єктів народного господарства обумовили їх застосування в проектуванні лінійних споруд, зокрема автомобільних шляхів (АШ).

Однією з найбільш важливих і основною стадією проектування автомобільних шляхів є проектування трасі – осі АШ. Саме визначення положення траси АШ (трасування) на рельєфі місцевості, від якого залежать транспортно-експлуатаційні та економічні показники майбутньої дороги, являється початковим етапом всього процесу проектування АШ.

Аналіз існуючих методів трасування АШ в САПР. Сучасні автомобільні шляхи повинні забезпечувати безперервний і безпечний рух та відповідати певним архітектурно-естетичним вимогам. Виконання цього може бути забезпечено лише за умови використання системного підходу на всіх етапах проектування, будівництва, експлуатації та утримання шляхів.

Системний підхід при проектуванні автомобільних шляхів реалізується завдяки розробці та впровадженню:

1. Сучасних технологій і методів виконання відшукувань, які базуються на використанні високопродуктивних методів збору інформації про місцевість (використання ГІС-технологій).

2. Сучасних систем автоматизованого проектування автомобільних шляхів (САПР-АШ), які надають проектувальнику засоби для розв'язання задач з

- формування цифрових моделей місцевості (ЦММ) зони проектування;
- трасування шляху, що проектується;
- проектування подовжнього профілю шляху;
- проектування поперечних профілів і дорожній одяг;
- проектування штучних споруд і інженерно-сервісного облаштування дороги;
- оцінки проектних рішень.

Широке розповсюдження та розвиток геоінформаційних технологій в останні роки дозволило інтегрувати їх в процес автоматизованого проектування автомобільних доріг [1, 2]. Враховуючи особливості геоінформаційних систем (ГІС) при проектуванні автомобільних шляхів на них покладається ряд завдань, які не властиві системам автоматизованого проектування шляхів. Наприклад, в ГІС, на відміну від САПР, використовують невелику кількість графічних примітивів: точки, лінії, полігони, поверхні і растри. Ця особливість ГІС дозволяє представити шар графічних даних з наборами атрибутів об'єктів у вигляді таблиці реляційної бази даних, а отже, використовувати відповідний апарат баз даних для аналізу атрибутів графічних об'єктів. Наявність атрибутивної підтримки в ГІС дозволяє використовувати їх для розв'язування задач діагностики, паспортизації, інвентаризації, кадастру доріг. Перелічені особливості ГІС дозволяють інтегрувати їх з САПР шляхів, які в теперішній час знаходять все більше розповсюдження [3].

Існуючі САПР-АШ мають ідентичні структури. Вони складаються з модулів (підсистем, технологічних ліній проектування, пакетів прикладних програм), які призначені для виконання вищезазначених проектних задач.

На сьогодні найбільше розповсюдження отримали САПР автомобільних шляхів провідних розробників: AutoCad Civil 3D (розробник – Autodesk, США), CARD/1 (розробник – IB&T Group, Німеччина), MXROAD (розробник – Bentley System, США), Plateia (розробник – CGS plus d.o.o., Словенія), CREDO ДОРОГИ (розробник – Кредо-Диалог, Беларусь), IndorCAD/Road (розробник – Indorsoft, Росія), ROBUR (розробник – Tomatic, Росія), GIP (розробник – ГИПРОДОРНИИ, Росія) [1, 2]. Перелічені програмні продукти дозволяють реалізовувати комплексний підхід до розробки проектів – від «прокладки» ескізних варіантів траси до отримання повного набору проектної документації.

Слід зазначити, що традиційним принципом трасування шляхів, на підставі якого розробляються сучасні методи і які застосовують в більшості САПР автошляхів, є принцип тангенціального трасування. Даний принцип полягає в призначенні тангенціального ходу, в злами якого вписують закруглення наперед обрахованих необхідних розмірів. Але такий принцип передбачає наявність «однозначно визначеної осі» – ламаної лінії. Відрізки цієї лінії є дотичними до кривих, тому ламану називають тангенціальним ходом. У якості кривих, що згладжують тангенціальний хід, використовують криві Без'є.

Різновидом «методів однозначно визначеної осі» є метод «опорних елементів», в якому за допомогою шаблонів кривих і лінійки встановлюють положення «опорних елементів», які оптимально апроксимують ескізну трасу з наступною аналітичною їх ув'язкою.

Одним з альтернативних методів трасування є метод «згладжування ескізної лінії траси», якій полягає в аналітичній апроксимації поліномами високих рівнів масиву точок ескізного варіанту траси. В методі «згладжування ескізної лінії траси» задається надлишкова кількість точок ескізної лінії траси, і їх розглядають як «наближені», поблизу яких повинна пройти траса, оскільки в загальному випадку через всі задані точки не може бути проведена задовільна траса. Функції, що найбільш підходять до використання в методі «згладжування ескізної лінії траси» є сплайни, які по праву вважаються універсальним математичним апаратом для опису, зберігання, перетворення, аналізу та геометричного представлення трас автошляхів.

Задача трасування АШ щільно пов'язана з задачами проектування подовжнього і поперечних профілів, тобто проектування земляного полотна дороги є складовою задачею побудови траси в просторі з

урахуванням багатьох факторів: категорії дороги, рельєфу місцевості, даних геологічних та гідрогеологічних відшукувань. В більшості САПР АШ для проектування подовжнього профілю використовують «метод опорних точок» з подальшою математичною формалізацією проектної лінії за допомогою апарата сплайн-функцій [2].

З наведеного короткого огляду методів проектування АШ, в тому числі закладених у сучасних САПР і ГІС, можна зробити декілька висновків:

- поза залежності від обраної форми проектування «ручна» чи на базі будь-якої САПР, процес проектування АШ містить обов'язковий базовий етап – трасування;
- процес трасування в САПР АШ здійснюється по ЦММ і передбачає укладку ескізного варіанту траси – визначення плану траси в смузї трасування, її подовжнього та поперечних профілів.

Якщо зважити на те, що саме від положення траси на рельєфі місцевості залежать не тільки її транспортно-експлуатаційні та економічні характеристики, а і задоволення вимог вписування дороги в ландшафт [4], її просторової плавності та ясності. У зв'язку з чим досить природною виглядає виникнення ідеї прокладки траси АШ як просторової лінії на рельєфі місцевості [5, 6].

Ідея отримала розвиток у різних напрямках реалізації:

- шляхом створення спеціальних методів побудови наочних зображень топографічної поверхні, автомобільної дороги та споруд на ній, які призначені для виявлення просторової плавності траси, інформаційної місткості дорожньої обстановки, зорового балансу та оптичного комфорту (роботи В.Ф. Бабкова, І.В. Бегми, О.О. Белятинського, П.Я. Дзеніса, Н.П. Орнатського та ін.);
- шляхом розробки програмно-математичних методів вишукування на заданому рельєфі місцевості ліній, які мали б необхідні геометричні і пов'язаними з ними техніко-економічні характеристики, та забезпечували вписування таких ліній у ландшафт.

Постановка проблеми. Початок досліджень з питання розробки методів вишукування на заданому рельєфі місцевості ліній з необхідними геометричними характеристиками, було покладено в роботі [7], в якій цю задачу сформульовано як задачу пошуку на рельєфі лінії з мінімальною сумарною кривиною подовжнього профілю на основі критерію:

$$K = \int_{X_1}^{X_n} [F_X''(X, Y)]^2 dx \quad (1)$$

Лінія, що генерується на основі такого критерію, дійсно мала плавний подовжній профіль, але природно далеко не завжди задовольняла усьому комплексу економічних, експлуатаційних та архітектурно-ландшафтних вимог.

Мінімізація критерію (1) дозволяє виявляти на заданому рельєфі одну просторову лінію, сумарна кривина подовжнього профілю якої мінімальна. Але така лінія, оптимальна за сумарною кривиною, не завжди може гарантувати оптимальний напрямок трасування лінійної споруди за техніко-економічними показниками.

Одним з варіантів вирішення проблеми може бути доповнення моделюючого критерію (1) функцією, яка б дозволила визначати у заданій смузї варіювання не одну, а декілька просторових ліній з подібними геометричними характеристиками. У якості такої функції було обрано функцію, що мінімізує відхилення шуканої траси від деякого початкового наближення з керуючим коефіцієнтом ρ_t :

$$\bar{K} = \int_{X_1}^{X_n} [F_X''(X, Y)]^2 dx + \rho_t \sum_{t=1}^T (Y_t - Y_t^o)^2 \quad (2)$$

Призначення початкового наближення траси (масиву Y_t^o) є самостійною задачею, що важко формалізується і традиційно розв'язується шляхом завдання плану траси «вручну».

Призначення початкового наближення траси (масиву Y_t^o) є самостійною задачею, що важко формалізується і традиційно розв'язується шляхом завдання плану траси «вручну».

Тому була поставлена задача запропонувати спосіб формалізації процесу отримання початкового наближення траси, що надавав би можливість враховувати її техніко-економічні параметри.

Оскільки однією з найважливіших техніко-економічних характеристик лінії траси є її протяжність, то було обрано визначати масив $Y_t^o \equiv Y_t$ за умови мінімальності виразу

$$K = \sum_{t=1}^{N-1} l_t \rightarrow \min, \quad (3)$$

де $l_t = \sqrt{(z_{t+1} - z_t)^2 + (y_{t+1} - y_t)^2 + (x_{t+1} - x_t)^2}$ – довжина ланки між точками траси,

N – кількість точок лінії траси, яка залежить від кроку трасування, $x_t, y_t, z_t, x_{t+1}, y_{t+1}, z_{t+1}$ – поточні координати точок траси.

Нехай поверхня рельєфу місцевості апроксимована деякою кусково-безперервною функцією $F_{ij}(x, y)$. Тоді кожне поточне значення координати z_t визначатиметься виразом

$$z_t = F_t(x, y),$$

де $F_t(x, y)$ – одиничні куски функції $F_{ij}(x, y)$. Будемо вважати, що функція $F_t(x, y)$ лінійна щодо шуканих параметрів y_t і визначається виразом:

$$z_t = P_t \cdot y_t + L_t,$$

де P_t і L_t – коефіцієнти, що враховують вид конкретної апроксимуючої поверхні.

З огляду на вище означене параметрами оптимізаційної задачі (3) будуть тепер елементи масивів координат X і Y . Кількість шуканих параметрів можна скоротити, якщо вважати координати X попередньо заданими.

Мінімізація виразу (3) є варіаційною задачею, що не має елементарного розв’язання. Тому зробимо припущення, яке дозволяє спростити (3), хоча й дещо погіршить кінцевий результат. Замінімо (3) виразом

$$\bar{K} = \sum_{t=1}^{N-1} (l_t)^2$$

і визначимо параметри Y_t за умови його мінімуму.

Тоді Y_t повинні задовольняти системі:

$$\frac{\partial \bar{K}}{\partial y_t} = 0.$$

Після виконання операції диференціювання, одержимо:

$$\frac{\partial [(z_{t+1} - z_t)^2 + (y_{t+1} - y_t)^2 + (x_{t+1} - x_t)^2 + (z_t - z_{t-1})^2 + (y_t - y_{t-1})^2 + (x_t - x_{t-1})^2]}{\partial y_t} = (z_{t+1} - z_t) \left(\frac{\partial z_t}{\partial y_t} \right) + (y_t - y_{t+1}) + (z_t - z_{t-1}) \left(\frac{\partial z_t}{\partial y_t} \right) + (y_t - y_{t-1}) = 0$$

З огляду на лінійність Y_t в функції $F_t(x, y)$, матимемо систему

$$a_t \cdot y_{t+1} + b_t \cdot y_t + c_t \cdot y_{t-1} = d_t,$$

де $a_t = -P_{t+1} \cdot P_t - 1$;

$$b_t = 2(1 + P_t^2);$$

$$c_t = -P_{t-1} \cdot P_t - 1;$$

$$d_t = (L_{t+1} - 2L_t + L_{t-1}) P_t.$$

У випадку, коли функція $F_t(x, y)$ являтиме собою гіперболічний параболоїд:

$$F_t(x_t, y_t) = \left(\frac{x_{t,1} - x_t}{x_{t,3} - x_{t,1}} + 1 \right) \left(1 - \frac{y_t - y_{t,1}}{y_{t,2} - y_{t,1}} \right) + \left(1 - \frac{x_t - x_{t,1}}{x_{t,3} - x_{t,1}} \right) \cdot z_{t,2} \cdot \left(\frac{y_t - y_{t,1}}{y_{t,2} - y_{t,1}} \right) + z_{t,3} \left(\frac{x_t - x_{t,1}}{x_{t,3} - x_{t,1}} \right) \left(1 - \frac{y_t - y_{t,1}}{y_{t,2} - y_{t,1}} \right) + \left(\frac{x_t - x_{t,1}}{x_{t,3} - x_{t,1}} \right) \left(\frac{y_t - y_{t,1}}{y_{t,2} - y_{t,1}} \right) \cdot z_{t,4},$$

то коефіцієнти P_t і L_t визначаються за формулами:

$$P_t = \frac{1}{y_{t,2} - y_{t,1}} \left\{ \frac{x_t - x_{t,1}}{x_{t,3} - x_{t,1}} [z_{t,1} + z_{t,4} - z_{t,2} - z_{t,3}] + z_{t,2} - z_{t,1} \right\},$$

$$L_t = \left[1 - \frac{x_t - x_{t,1}}{x_{t,3} - x_{t,1}} \right] \left[z_{t,1} + \frac{y_{t,1}}{y_{t,2} - y_{t,1}} (z_{t,1} - z_{t,2}) \right] +$$

$$+ \left[\frac{x_t - x_{t,1}}{x_{t,3} - x_{t,1}} \right] \left[z_{t,3} + \frac{y_{t,1}}{y_{t,2} - y_{t,1}} (z_{t,3} - z_{t,4}) \right],$$

а масиви $\{x_{t,1}, y_{t,1}, z_{t,1}\} \dots \{x_{t,4}, y_{t,4}, z_{t,4}\}$ – координати вузлів прямокутної сітки ЦММ, яка задає рельєф.

Мінімізація функціонала (3) виявилась зведеною до визначення параметрів Y_t при розв'язанні лінійних алгебраїчних рівнянь, що може бути достатньо просто реалізовано програмно на основі існуючих надійних алгоритмів рішення систем зазначеного типу в САПР.

Навність сукупності конкуруючих варіантів напрямків траси обумовило виникнення задачі їх порівняльного аналізу

Тому, подальші дослідження були спрямовані на пошук способу, який дозволив би порівнювати варіанти знайдених на основі (2), розглядаючи її як просторову лінію, що належить заданій поверхні. В результаті було вирішено оцінювати напрямки за допомогою оцінки діаграм змін кривин в кожній точці вздовж кожного варіанту просторової лінії траси [8].

Враховуючі, що інформація про варіанти лінії траси і рельєф задається в дискретній формі як масиви значень координат $\{x, y, z\}$, то можна оцінювати кривину траси в кожній точці M за формулою:

$$k = \frac{1}{R_M},$$

де R_M – радіус сфери, яка проходить через чотири суміжні точки M на рельєфі, представленим у вигляді його цифрової моделі. Тоді значення R_M можна визначити в наслідок розв'язання системи рівнянь:

$$\begin{aligned} (x_{i-1} - x_M)^2 + (y_{i-1} - y_M)^2 + (z_{i-1} - z_M)^2 &= R_M^2; \\ (x_{i+1} - x_M)^2 + (y_{i+1} - y_M)^2 + (z_{i+1} - z_M)^2 &= R_M^2; \\ (x_{j-1} - x_M)^2 + (y_{j-1} - y_M)^2 + (z_{j-1} - z_M)^2 &= R_M^2; \\ (x_{j+1} - x_M)^2 + (y_{j+1} - y_M)^2 + (z_{j+1} - z_M)^2 &= R_M^2, \end{aligned}$$

де $\{x_M; y_M; z_M\}$ – координати центру сфери, якій належить визначеній на лінії.

Якщо побудувати діаграму змін кривин вздовж лінії траси, то форма кривої, що утвориться, природно, буде характеризувати її просторову плавність: візуальна плавність діаграми змін кривин є ознакою плавності кривої в просторі.

Для оцінки кривини траси можна використовувати і кривину тільки її подовжнього профілю. Якщо, наприклад, він описується деякою функцією $z = z(x)$, то кривина обчислюється за відомою формулою

$$K = \frac{z''}{(1 + z')^2}. \quad (4)$$

Для дискретної форми запису кривини можна використати два підходи:

- представити першу та другу похідні функції $z = z(x)$ у виразі (4) через кінцеві різниці

$$K = \frac{z_{i+1} - 2z_i + z_{i-1}}{h^2 \left(1 + \frac{z_{i+1} - z_{i-1}}{2h}\right)^{3/2}},$$

де h – крок дискретизації функції $z = z(x)$, $i=2, \dots, N-1$;

- визначити кривину як величину, зворотну значенню радіусу кола, яке проходить через три суміжні точки профілю траси, що не належать до однієї прямої.

Висновки та пропозиції

Представлена геометро-аналітична модель відшукання на заданому рельєфі місцевості ліній з певними геометричними характеристиками дозволяє отримувати сукупність можливих напрямків побудови лінійних споруд, які вже на початковій стадії трасування враховують вимоги до їх просторової геометрії – плавності, протяжності тощо.

Запропонований в роботі підхід до оцінки просторової геометрії можливих напрямків траси за допомогою діаграм змін кривин надає можливість порівнювати конкуруючі варіанти з точки зору просторової плавності, не будуючи заради цієї мети перспективні або будь-які інші наочні зображення.

Література

1. Програма «Дороги 1.0» [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.demetra5.kiev.ua/pictures/catalog/Credo/Dorogi1.jpg>
2. ДБН В.2.3-4:2007. Споруди транспорту. Автомобільні дороги.
3. Бабков В.Ф. Трассирование автомобильных дорог : учебное пособие / Бабков В.Ф. – М. : МАДИ, 1993. – 80 с.
4. Кузьмін В. І., Білятинський О. А. Інженерна геодезія в дорожньому будівництві : навч. посіб. / Кузьмін В. І., Білятинський О. А. – К. : Вища шк., 2006. – 278 с.
5. Левчук Г. П. Курс инженерной геодезии / Левчук Г. П. – М. : Недра, 1970. – 411 с.
6. Монін І. Ф. Вища геодезія / Монін І. Ф. – К. : Вища шк., 1993. – 230 с.
7. Болдаков Е.В. Технично-экономическое обоснование при проектировании автомобильных дорог и мостовых переходов / Болдаков Е.В., Федотов Б.А., Перевозников Б.Ф. – М. : Транспорт, 1981. – 207 с.
8. Шилов П. И. Инженерная геодезия и аэрогеодезия / Шилов П. И., Федоров В. И. – М. : Недра, 1971. – 384 с.
9. Білятинський О. А. Інженерна геодезія : зб. задач / Білятинський О. А., Володін М. О., Демчишина К. С., Омельчук С. К. – К. : Вища шк., 1992. – 190 с.
10. Федоров В. И., Шилов П. И. Инженерная геодезия / Федоров В. И., Шилов П. И. – М. : Недра, 1982. – 357 с.
11. Шевченко А. В. До питання оцінки просторової плавності траси автошляху / А. В. Шевченко, О.П. Вітюк // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 1996. – № 4. – С. 11–13.
12. Багратуні Г. В. Инженерная геодезия / Г. В. Багратуні – М. : Недра, 1984. – 344 с.
13. Мокін В. В. Концепція створення геоінформаційної системи підтримки прийняття рішень для управління транспортною мережею міста / В. В. Мокін, В. Г. Сторчак // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2009. – № 3. – С. 78–83.
14. Полищук Ю. В. Высотные разбивочные работы в строительстве / Ю. В. Полищук. – К. : Будівельник, 1980. – 104 с.
15. Левчук Г. П. Прикладная геодезия. Геодезические работы при изысканиях и строительстве инженерных сооружений / Г. П. Левчук, В. Е. Новаков, Н. Н. Лебедев. – М. : Недра, 1983. – 265 с.
16. Ломтадзе В. Д. Инженерная геология. Инженерная геодинамика / В. Д. Ломтадзе. – Л. : Недра, 1997. – 479 с.
17. Анпилогова В.А. О проведении линии минимальной суммарной кривизны, принадлежащей заданной поверхности / В.А. Анпилогова, О.П. Витюк//Прикл. геометрия и инж. графика. – 1983. – № 36. – С. 32–33.
18. Справочник по инженерной геодезии / под ред. Н. Г. Видуева. – К. : Вища школа., 1978. – 376 с.
19. Системный анализ методов проектирования автомобильных дорог / В. В. Смогунов, Н.Ю. Митрохина // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2011. – № 4 (20). – С. 116–127.
20. Справочник по геодезическим разбивочным работам / под ред. Г. В. Багратуні. – М. : Недра, 1982. – 128 с.

References

1. Prohrama «Dorohy 1.0» [Elektronnyi resurs]. – Rezhym dostupu : <http://www.demetra5.kiev.ua/pictures/catalog/Credo/Dorogi1.jpg>
2. DBN V.2.3-4:2007. Sporudy transportu. Avtomobilni dorohy.
3. Babkov V.F. Trassirovanie avtomobilnyh dorog : uchebnoe posobie / Babkov V.F. – M. : MADI, 1993. – 80 s.
4. Kuzmin V. I., Biliatynskiy O. A. Inzhenerna heodeziia v dorozhnomu budivnytstvi : navch. posib. / Kuzmin V. I., Biliatynskiy O. A. – K. : Vyshcha shk., 2006. – 278 s.
5. Levchuk G. P. Kurs inzhenernoj geodezii / Levchuk G. P. – M. : Nedra, 1970. – 411 s.
6. Monin I. F. Vyshcha heodeziia / Monin I. F. – K. : Vyshcha shk., 1993. – 230 s.
7. Boldakov E.V. Tehniko-ekonomicheskoe obosnovanie pri proektirovanii avtomobilnyh dorog i mostovih perehodov / Boldakov E.V., Fedotov B.A., Perevoznikov B.F. – M. : Transport, 1981. – 207 s.
8. Shilov P. I. Inzhenernaya geodeziya i aerogeodeziya / Shilov P. I., Fedorov V. I. – M. : Nedra, 1971. – 384 s.
9. Biliatynskiy O. A. Inzhenerna heodeziia : zb. zadach / Biliatynskiy O. A., Volodin M. O., Demchyshyna K. S., Omelchuk S. K. – K. : Vyshcha shk., 1992. – 190 s.
10. Fedorov V. I., Shilov P. I. Inzhenernaya geodeziya / Fedorov V. I., Shilov P. I. – M. : Nedra, 1982. – 357 s.
11. Shevchenko A. V. Do pytannia otsinky prostorovoi plavnosti trasy avtoshliakhu / A. V. Shevchenko, O. P. Vitiuk // Visnyk Vinnytskoho politekhnichnoho instytutu. – 1996. – № 4. – S. 11–13.
12. Bagratuni G. V. Inzhenernaya geodeziya / G. V. Bagatuni – M. : Nedra, 1984. – 344 s.
13. Mokin V. V. Kontseptsiia stvorennia heoinformatsiinoi systemy pidtrymky pryiniattia rishen dla upravliannia transportnoiu merezheiu mista / V. V. Mokin, V. H. Storchak // Visnyk Vinnytskoho politekhnichnoho instytutu. – 2009. – № 3. – S. 78–83.
14. Polishuk Yu. V. Vysotnye razvivochnye raboty v stroitelstve / Yu. V. Polishuk. – K. : Budivelnik, 1980. – 104 s.
15. Levchuk G. P. Prikladnaya geodeziya. Geodezicheskie roboty pri izyskaniyah i stroitelstve inzhenernyh sooruzhenij / G. P. Levchuk, V. E. Novakov, N. N. Lebedev. – M. : Nedra, 1983. – 265 s.

-
16. Lomtadze V. D. Inzhenernaya geologiya. Inzhenernaya geodinamika / V. D. Lomtadze. – L. : Nedra, 1997. – 479 s.
 17. Anpilogova V.A. O provedenii linii minimalnoj summarnoj krivizny, prinadlezhashej zadannoj poverhnosti / V.A. Anpilogova, O.P. Vityuk//Prikl. geometriya i inzh. grafika. – 1983. – № 36. – S. 32–33.
 18. Spravochnik po inzhenernoj geodezii / pod red. N. G. Vidueva. – K. : Visha shkola., 1978. – 376 s.
 19. Sistemnyj analiz metodov proektirovaniya avtomobilnyh dorog / V. V. Smogunov, N. Yu. Mitrohina // Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij. Povolzhskij region. Tehnicheskie nauki. – 2011. – № 4 (20). – S. 116–127.
 20. Spravochnik po geodezicheskim razbivochnym rabotam / pod red. G. V. Bagratuni. – M. : Nedra, 1982. – 128 s.

Рецензія/Peer review : 20.1.2020 р.

Надрукована/Printed : 15.4.2020 р.

Стаття рецензована редакційною колегією