DOI 10.31891/2307-5732-2019-275-4-21-30
УДК 681.513

О.О. БРОВАРЕЦЬ
Київський кооперативний інститут бізнесу і права
В.П. КОВБАСА, О.В. ЦУРКАН
Вінницький національний аграрний університет

ПРОЕКТУВАННЯ ТА АНАЛІЗ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОГО АЛГОРИТМУ ПІД ЧАС ВИКОНАННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ДО ПИТАННЯ ПРО ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В ХОДІ МОДЕЛЮВАННЯ ВІБРОРОЗПУШЕННЯ СИПКОГО СЕРЕДОВИЩА У КОНТЕЙНЕРІ. ЧАСТИНА 2

Сучасне землеробство передбачає виконання певної технологічної операції, згідно з відповідною картограмою-завданням, яка розробляється попередньо на основі різнопланової інформації. Знання певної структури варіабельності ґрунтового покриву, отриманої з використанням інформаційно-технічних систем локального оперативного моніторингу агробіологічного стану сільськогосподарських угідь, дозволяє прийняти ефективні оперативні рішення для ефективного управління агробіологічним потенціалом сільськогосподарських угідь. Очевидно, що за таких умов виникає необхідність у принципово нових підходах до ведення агропромислового виробництва, що полягає у забезпеченні належної якості виконання технологічних операцій. Якість виконання технологічних операцій є інтегральним показником ефективності виробництва сільськогосподарської продукції в межах агробіологічного поля. Поставлене завдання досягається шляхом використання інформаційно-технічної системи оперативного моніторингу стану ґрунтового середовища конструкції для визначення електропровідних характеристик ґрунтового середовища. Необхідна якість виконання основних технологічних процесів у рослинництві забезпечується за рахунок інтегрованих інформаційно-технічних систем оперативного моніторингу агробіологічного стану сільськогосподарських угідь, що вимагає додаткових досліджень у напрямку впливу параметрів і режимів віброзбудження інформаційно-технічної системи локального оперативного моніторингу на зміну густини сипкого середовища при різних його властивостях, а також компонент швидкостей його руху, побудованих регресійних залежностей, які поєднують вказані величини. Потрібне проведення аналізу досліджень та динаміки системи контейнер – сипке середовище. Метою цього дослідження є побудова отримання вихідних рівнянь динаміки сипкого середовища та зміни його густини у процесі коливань середовища.

Ключові слова: *інформаційно-технічна система, локальний оперативний моніторинг, ґрунт, проби, варіабельність, величина, дослідження.*

O. BROVARYTS
Kyiv Cooperative Institute of Business and Law
V.P. KOVBASA, O.V. TSURKAN
Vinnytsia National Agrarian University

DESIGN AND ANALYSIS OF THE COMPUTATIONAL ALGORITHM IN THE IMPLEMENTATION OF TECHNOLOGICAL PROCESSES TO THE DECISION MAKING DECISION FOR THE MODERNIZATION OF VIBRATION DAMPING OF THE SINGLE ENVIRONMENT IN THE CONTAINER. PART 2

Modern agriculture involves the implementation of a particular technological operation, according to the appropriate map-task, which is developed pre-based on diverse information. Knowledge of a certain structure of soil cover variability, obtained using information and technical systems of local operational monitoring of the agrobiological state of agricultural lands, allows us to adopt effective operational decisions for efficient management of agrobiological potential of agricultural lands. Obviously, under such conditions, there is a need for fundamentally new approaches to agricultural production, which is to ensure the proper quality of technological operations. The quality of the implementation of technological operations is an integral indicator of the efficiency of production of agricultural products within the agrobiological field. The task is achieved by using the information and technical system of operational monitoring of the soil environment of the structure to determine the conductive characteristics of the soil environment. Necessary quality of implementation of basic technological processes in crop production is ensured by the integrated information and technical systems of operational monitoring of the agrobiological state of agricultural lands, which requires additional research in the direction of influencing the parameters and modes of vibration development of the information-technical system of local operative monitoring to change the density of friable medium with its various properties , as well as a component of its velocities, regressive dependencies are constructed that combine the order no sizes. Demands analysis of the research and dynamics of the container system - friable environment. The purpose of this study is to construct the initial equations of the dynamics of the friable medium and to flush its density in the processes of oscillation of the medium.

Key words: information and technical system, local operational monitoring, soil, samples, variability, size, research.

Постановка проблеми. В першій частині був наведений аналіз стану досліджень коливання сипкого середовища у обмеженому твердими стінками контейнері. В результаті проведених досліджень встановлені статичні умови напруженого стану сипкого середовища у нерухомому стані, тобто до початку прикладання до контейнера вимушених коливань.

Метою цього дослідження є побудова отримання вихідних рівнянь динаміки сипкого середовища та зміни його густини у процесі коливань середовища.

Виклад основного змісту дослідження. Ця частина присвячена отриманню вихідних рівнянь руху сипкого середовища та зміни його густини (порожнистотсі) у процесі коливань контейнера.

Для аналізу зв’язку вимушених коливань коливних навантажень зі змінами густини сипкого середовища, компонентами швидкостей його переміщень, змінами напружень в ньому необхідно розв’язати такі задачі:

вивести кінематичні рівняння вимушуючої дії на робочу камеру;

отримати рівняння для визначення компонент швидкостей переміщень елементарних об'ємів сипкого середовища;

отримати рівняння зміни компонент напружень в елементарних об'ємах сипкого середовища.

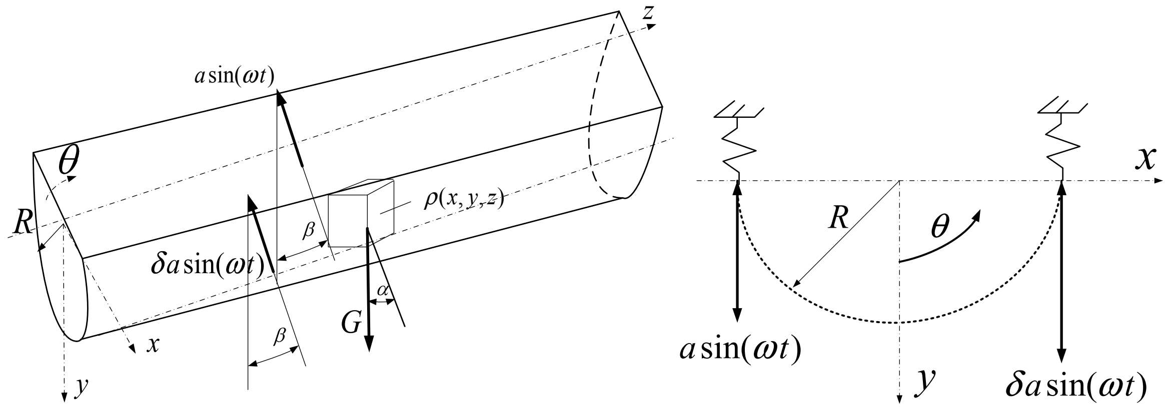

Рис. 1. Схема збудження коливань сипкого середовища у робочій камері вібраційної машини та схема приведення робочої камери у коливний рух

Робоча камера із сипким середовищем має форму циліндра радіусом R, вісь якої нахилена до горизонтальної осі z під кутом α. До периферійних зон циліндра прикладені зосереджені сили з переміщеннями, які викликають коливання. Для забезпечення більш повної свободи для більш загальних випадків вимушуючи дія прикладена під кутом $\beta=\lambda$ до вертикалі в площині xz. Ці переміщення представлені на схемі функціями (із врахуванням нахилу β):

Проекція на вісь oy, при $x=-R$ та $x=R$

$y_1=\rho a \sin(\omega t)\cos(\lambda); y_2=\rho\delta a \sin(\omega t)\cos(\lambda)$, а при розподілі дії вздовж осі OX від координати $-R$ до R:

$$y=a\left(1+(R+x)\frac{\delta-1}{2}\right)\sin(\omega t)\cos(\lambda), \tag{1}$$

де α – амплітуда коливань;

δ – коефіцієнт, який враховує різницю амплітуд коливань двох протилежних країв робочої камери;

ω – кутова частота коливань;

t – час;

ρ – густина сипкого середовища.

При різниці амплітуд коливань, яка пропорційна коефіцієнту δ виникають кутові коливання робочої камери (навколо осі симетрії):

$$\theta=arctg\left[\delta/R\right]\sin\left[\omega t\right]\cos\left[\lambda\right]. \tag{2}$$

Вигляд напружено-деформованого стану елемента сипкого середовища наведений на рис. 2.

З метою отримання рівнянь компонент швидкостей переміщень сипкого середовища необхідно рівняння з частини 1 (3) підставити в рівняння (6), а отримані компоненти напружень підставити в рівняння динаміки сипкого середовища (1). В кінцевому вигляді такі рівняння набудуть найбільш загального виду:

$$\rho\left(\frac{\partial U}{\partial t}+U\frac{\partial U}{\partial x}+V\frac{\partial U}{\partial y}+W\frac{\partial U}{\partial z}\right)=$$

$$=F_x+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{2\eta}{(-1+2\nu)}\left(\frac{\partial U}{\partial x}-\nu\left(\frac{\partial U}{\partial x}-\frac{\partial V}{\partial y}-\frac{\partial W}{\partial z}\right)\right)\right)-$$

$$-\frac{\partial}{\partial z}\left(\eta\left(\frac{\partial U}{\partial z}+\frac{\partial W}{\partial x}\right)\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(\eta\left(\frac{\partial U}{\partial y}+\frac{\partial V}{\partial x}\right)\right);$$

$$\rho\left(\frac{\partial V}{\partial t}+U\frac{\partial V}{\partial x}+V\frac{\partial V}{\partial y}+W\frac{\partial V}{\partial z}\right)=$$
$$=F_y+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{2\eta}{(-1+2\nu)}\left(\frac{\partial V}{\partial y}-\nu\left(\frac{\partial V}{\partial y}-\frac{\partial U}{\partial x}-\frac{\partial W}{\partial z}\right)\right)\right)- \qquad (3)$$
$$-\frac{\partial}{\partial x}\left(\eta\left(\frac{\partial U}{\partial y}+\frac{\partial V}{\partial x}\right)\right)-\frac{\partial}{\partial z}\left(\eta\left(\frac{\partial V}{\partial z}+\frac{\partial W}{\partial y}\right)\right),$$

де F_x, F_y, F_z – проекції масової сили на осі координат;

U, V, W – компоненти швидкостей елементарних об'ємів сипкого середовища;

ρ – густина сипкого середовища;

η – зсувна в'язкість середовища;

ν – коефіцієнт бічного розширення (аналог коефіцієнта Пуассона).

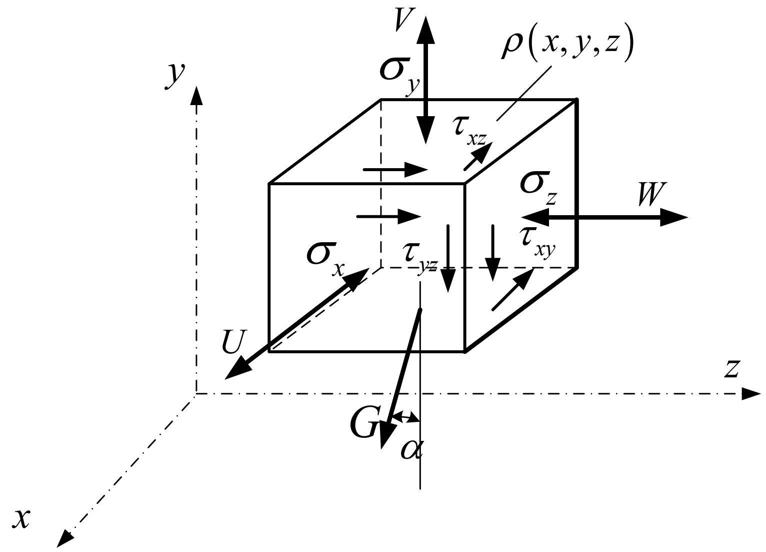

Рис. 2. Вигляд напружено-деформованого стану елемента сипкого середовища під дією прикладених коливальних рухів

Ці рівняння повинні бути доповнені рівнянням нерозривності:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\left(+\frac{\partial(\rho U)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho V)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho W)}{\partial z}\right)=0\,. \qquad (3.a)$$

Це рівняння, в свою чергу, повинне бути перетворене з використанням рівнянь розподілу напружень в статичному стані (11 або 12) та введенням на основі їх функції розподілу густини із використанням.

Далі, при використанні граничних умов можна визначити компоненти швидкостей переміщень і зміни густини сипкого середовища при прикладенні вимушуючих рухів до стінок робочої камери.

Розв'язок цих рівнянь може бути отриманий лише з використанням чисельних методів кінцевих елементів (FEM) або кінцевих об'ємів (DEM), оскільки ці рівняння відносяться до гіперболічного типу з геометричною і фізичною нелінійностями [12].

Інерційні складові визначаються прискореннями (лінійними і кутовими) в проекціях на нормаль і дотичну до стінки робочої камери в функціях збудження і координат стінки робочої камери залежно від виду переміщень лінійних (маса) чи кутових (момент інерції мас). Виходячи із схеми (рис. 1) зміщення стінок робочої камери в напрямі осі oy будуть мати вигляд:

$$y=a\left(1+(R+x)\frac{\delta-1}{2}\right)\sin(\omega t)\cos(\lambda);$$

- його перша похідна по часу (лінійна швидкість):

$$V=\dot{y}=a\left(1+\frac{1}{2}(R+x)(-1+\delta)\right)\omega cos[\lambda]cos[t\omega]; \qquad (4)$$

- друга похідна по часу (лінійне прискорення):

$$\dot{V} = \ddot{y} = -a\left(1+\frac{1}{2}(R+x)(-1+\delta)\right)\omega^2 cos[\lambda]\sin[t\omega]. \quad (5)$$

До рівнянь (3), (3.а), (14, ч.1) необхідно додати граничні умови, тобто умови на поверхні стінок робочої камери. Ці граничні умови мають вигляд:

При $\left(U=V=W\right)\Big|_{\substack{t=0,\\ x=y=R}} =0$; $\rho\Big|_{t=0} = \rho_0$

На вільній поверхні сипкого середовища в контейнері приймається умова для вільної поверхні, при якій:

$$\left(U=V=W\right)\Big|_{\substack{t=0,\\ x=\sqrt{R^2-y^2}}} = \left\{U_{x=\sqrt{R^2-y^2}};V_{x=\sqrt{R^2-y^2}};W_{x=\sqrt{R^2-y^2}}\right\}$$

$\rho\Big|_{x=\sqrt{R^2-y^2},t=0} = \rho_{x=\sqrt{R^2-y^2}}$, тобто умова поверхні, яка не обмежує можливий рух і не суттєво впливає на переміщення середовища на вільній поверхні.

Для замикання системи рівнянь (3), (3.а) необхідно ввести змінну величину модуля в'язкості сипкого матеріалу. Змінна величина в'язкості сипкого середовища дозволяє розширити можливість використання розв'язків, особливо для випадків зміни властивостей внаслідок зменшення густини частинок сипкого середовища (наприклад в процесі зневоложення). Для цього необхідно спочатку ввести функцію густини матеріалу ρ. Ця величина пов'язана з коефіцієнтом пористості сипкого матеріалу k та густиною окремих часток наступною залежністю:

$$k = \rho[x,y,z,t]/\gamma[\gamma_0,W,t],$$

де $\rho[x,y,z,t]$ – змінна в процесі сушіння густина окремої частки сипкого матеріалу;

$\gamma[\gamma_0,W,t]$ – густина частки при певній вологості W.

Виходячи з результатів попередніх експериментальних досліджень величина модуля в'язкості зсувних деформацій може бути представлена залежністю:

$$\eta = a\left(b(k\ \gamma-\gamma_0)^2-c\right)\ k=\rho/\gamma, \quad (6)$$

де a,b,c – емпіричні коефіцієнти;

γ_0 – густина частки, що відповідає вологості W_k, при якій модуль в'язкості набуває найбільшого значення.

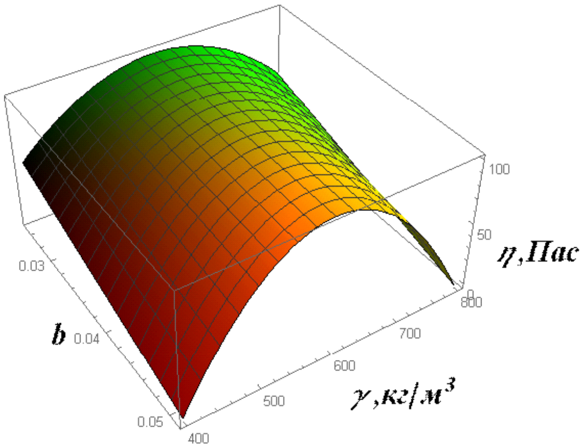

Рис. 3. Графічне зображення вигляду функції (6)

Виходячи з рівняння (14, ч.1), та враховуючи те, що величина $\sigma_1 = \sigma_y = y\, g\, \rho_0 = P_0$ є гідростатичним тиском сипкого середовища, в початковому положенні системи, тобто до збудження коливань, який залежить від механічних властивостей (початкової густини) і координат точки розміщення, в якій визначається цей тиск, рівняння (14) може бути переписане у вигляді функції тиску P :

$$\rho = \rho_0 + \frac{1}{\sqrt{3}} b \sqrt{\left(\left(1 + \frac{\tau_0 + P\,tg[\varphi]}{P\left(tg[\varphi] + \sqrt{1 + tg[\varphi]}\right)}\right)\left(P + 2P\left(1 - 2\frac{\tau_0 + P\,tg[\varphi]}{P\left(tg[\varphi] + \sqrt{1 + tg[\varphi]}\right)}\right)\right)\right)} \quad (7)$$

Функції вільних членів рівнянь (3) а F_x, F_y, F_z: це деякі складові виразу з вимушуючої дії і масових сил.

Внаслідок використання позначень α, β як внутрішніх функцій моделі в Comsol, слід змінити позначення кутів нахилу вимушуючої сили до осі oy в площині zoy $\beta = \lambda$, $\alpha = \theta$ – кут нахилу осі циліндра до осі oz в площині yoz .

Масова сила:

$$F_{ym} = \rho\, g \cos[\theta]; F_{zm} = \rho\, g \sin[\theta]; F_{xm} = 0.$$

Вимушуюча сила повинна бути виражена через прискорення, яке створюється приводом та діє на робочу камеру. При цьому вважаємо, що вимушуюча сила може бути прикладена двома незалежними віброзбуджувачами (рис. 1). У відповідності до схеми обидві вимушуючі сили направлені під кутом $\beta = \lambda$ до вертикальної осі oy . Проекція прискорення на вісь oy , при $x = -R$ і $x = R$:

$$\dot{V} = \ddot{y} = -a\left(1 + \frac{1}{2}(R + x)(-1 + \delta)\right)\omega^2 cos[\lambda]\sin[t\omega]$$

В проекціях на осі ox, oz прискорення вимушуючої сили набудуть вигляду:

$$\dot{W} = \ddot{z} = -a\left(1 + \frac{1}{2}(R + x)(-1 + \delta)\right)\omega^2 \sin[\lambda]\sin[t\omega];$$

$$\dot{U} = \ddot{x} = -a\, tg\left[a\frac{\delta - 1}{2R}\right]\left(1 + \frac{1}{2}(R + x)(-1 + \delta)\right)\omega^2 cos[\lambda]\sin[t\omega]. \quad (8)$$

Таким чином, вимушуюча сила разом з масовими силами представлена наступними виразами:

- в проекції на вісь oy :

$$F_y = -\rho\left(a\left(1 + \frac{1}{2}(R + x)(-1 + \delta)\right)\omega^2 cos[\lambda]\sin[t\omega] + g\cos[\theta]\right);$$

- в проекції на вісь oz :

$$F_z = -\rho\left(a\left(1 + \frac{1}{2}(R + x)(-1 + \delta)\right)\omega^2 \sin[\lambda]\sin[t\omega] + g\sin[\theta]\right); \quad (9)$$

- в проекції на вісь ox :

$$F_x = -\rho\, a\, tg\left[a\frac{\delta - 1}{2R}\right]\left(1 + \frac{1}{2}(R + x)(-1 + \delta)\right)\omega^2 cos[\lambda]\sin[t\omega].$$

В зв'язку з тим, що в рівняння, які описують рух сипкого середовища входить аргумент часу, то необхідно при чисельному розв'язку врахувати максимально можливий крок ітерацій по часу та визначити кінцеву межу інтегрування таким чином, щоб отримати максимальні і мінімальні значення шуканих величин, які, виходячи з граничних умов, мають періодичний характер.

Враховуючи періодичність вимушуючої сили, період якої $T = 2\pi/\omega$, то максимальний крок інтегрування повинен бути на порядок меншим періоду, тобто $n_T = 2\pi/(10\omega)$. В зв'язку з дуже великим об'ємом обрахунків при чисельному розв'язку системи рівнянь можна прийняти дискретизацію, яка дорівнює максимально можливому значенню. Для отримання значень шуканих функцій, які відповідають максимальним і мінімальним значенням, необхідно вибрати кінцевий інтервал інтегрування близький до мінімума і максимума вимушуючих функцій. При цьому запізненням при передачі імпульсів можна знехтувати. Тому шукані функції будуть набувати максимальних і мінімальних значень при $t_{\max} = k\left(T + 1/4T\right)$, $t_{\min} = k\left(T + 3/4T\right)$. В процесі моделювання прийняті такі кінцеві значення інтервалів інтегрування.

Для аналізу впливу всіх керованих факторів, необхідно побудувати план проведення чисельного експерименту, із можливістю врахування всіх можливих варіантів їх впливу на величини кінцевих значень вектору швидкості $\mathbf{U}$ і густини $\boldsymbol{\rho}$ сипкого середовища в робочій камері, яка виконує коливні рухи при різних значеннях модуля в'язкості $\eta\left(\rho, \gamma_0\right)$. При цьому, повинні бути враховані величини кінцевих значень інтегрування для отримання максимальних і мінімальних значень векторів $\mathbf{U}$ і $\boldsymbol{\rho}$.

Слід також врахувати те, що зміна загальної густини сипкого середовища відбувається за рахунок збільшення об'єму пор. Ці пори заповнені атмосферним повітрям, густина якого дуже мала в порівнянні із густиною часток сипкого середовища. Тому навіть незначна зміна загальної густини середовища при практично постійній величині густини часток вказує на значне підвищення пористості сипкого середовища.

Якщо прийняти до уваги те, що густина повітря за природніх умов рівна 1,2-1,3 кг/м^3, то можна виконати наступні перетворення для розуміння змін густини об'єму сипкого середовища.

Різниця густини середовища в початковому стані та після прикладених вимушуючих дій може бути виражена наступним чином:

$$\Delta\rho = \rho_0 - \rho = \frac{(m_s + m_{a0})}{(V_s + V_{a0})} - \frac{(m_s + m_a)}{(V_s + V_a)}, \qquad (10)$$

де ρ_0, ρ – загальна густина сипкого середовища в початковому стані та після прикладення вимушуючих сил;

m_s, m_{a0}, m_a – маса твердих часток сипкого середовища в об'ємі, який розглядається, маса повітря в початковому стані і маса повітря в кінцевому об'ємі сипкого середовища, відповідно;

V_s, V_{a0}, V_a – об'єм часток сипкого середовища, об'єм пор в початковому стані, об'єм пор в кінцевому стані, відповідно.

Враховуючи те, що маса повітря мала, то нею можна знехтувати, тоді після деяких перетворень можна отримати залежність зміни пористості сипкого середовища, виходячи з того, що пористість $k = V_a \big/ \left(V_a + V_s\right)$ у вигляді:

$$\Delta k = k - k_0 = \frac{V_{a0}}{V_{a0} + V_s} - \frac{(V_{a0} + V)^2 \Delta\rho}{-m_s + (V_{a0} + V_s)\Delta\rho} \qquad (11)$$

Наведена вище залежність може використовуватися для визначення зміни пористості сипкого середовища при різних режимах вібрацій робочої камери.

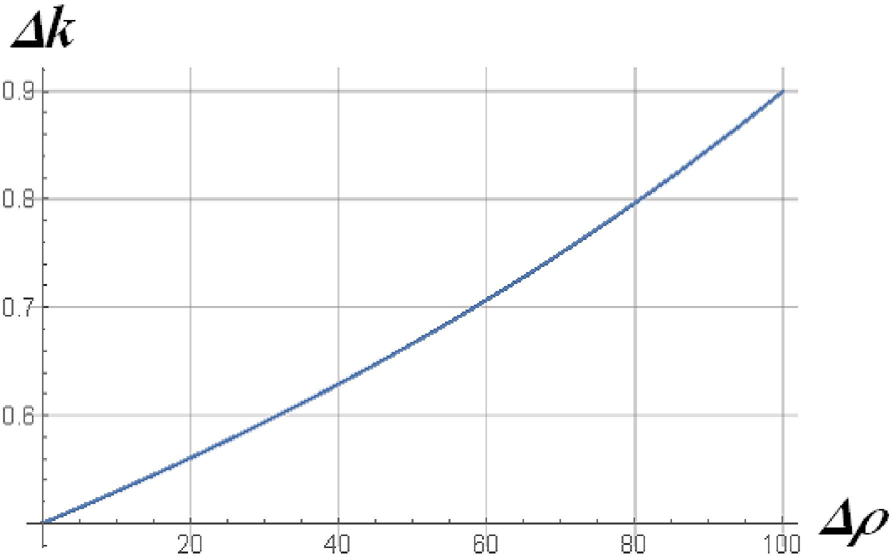

Рис. 4. Зміна густини середовища залежно від зміни пористості сипкого середовища

Розв'язати систему рівнянь (3), (3.а) разом з (9) при граничних умовах наведених вище дозволяє застосувати метод кінцевих елементів. Оскільки в більшості прикладних пакетів відсутня можливість використання користувацьких рівнянь, то можна скористатись програмним комплексом Comsol Multiphysics [10], який являє собою комплексно інтегроване середовище для моделювання складних технічних систем зі всіма різноманітними процесами, які протікають у цих системах і чисельного розв'язку таких складних задач.

На першому етапі моделювання, не вводячи функцію зміни модуля в'язкості, а задаючи її як дискретно змінювану величину алгоритм чисельного моделювання з використанням методу кінцевих елементів FEM в середовищі Comsol Multiphysics [10, 11] може бути представлений наступним алгоритмом.

Вихідну нелінійну систему рівнянь (3) – (3.а) можна представити у вигляді системи:

$$e_a \frac{\partial \vec{\Pi}}{\partial t^2} + d_a \frac{\partial \vec{\Pi}}{\partial t} + \nabla \Gamma = \vec{f},$$

$$\Gamma = -\begin{pmatrix} \{-\rho U, -\rho V, -\rho W\} \\ \left\{ \begin{array}{l} \frac{2\eta(-1+\nu)}{-1+2\nu}\frac{\partial U}{\partial x} - \frac{2\eta\nu}{-1+2\nu}\frac{\partial V}{\partial y} - \frac{2\eta\nu}{-1+2\nu}\frac{\partial W}{\partial z}; \\ \eta\frac{\partial U}{\partial y} + \eta\frac{\partial V}{\partial x}; \eta\frac{\partial U}{\partial z} + \eta\frac{\partial W}{\partial x}; \end{array} \right\} \\ \left\{ \begin{array}{l} \eta\frac{\partial U}{\partial y} + \eta\frac{\partial V}{\partial x}; \\ \frac{2\eta(-1+\nu)}{-1+2\nu}\frac{\partial V}{\partial y} - \frac{2\eta\nu}{-1+2\nu}\frac{\partial U}{\partial x} - \frac{2\eta\nu}{-1+2\nu}\frac{\partial W}{\partial z}; \\ \eta\frac{\partial V}{\partial z} + \eta\frac{\partial W}{\partial y}; \end{array} \right\}; \\ \left\{ \begin{array}{l} \eta\frac{\partial U}{\partial z} + \eta\frac{\partial W}{\partial x}; \eta\frac{\partial V}{\partial z} + \eta\frac{\partial W}{\partial y}; \\ \frac{2\eta(-1+\nu)}{-1+2\nu}\frac{\partial W}{\partial z} - \frac{2\eta\nu}{-1+2\nu}\frac{\partial U}{\partial x} - \frac{2\eta\nu}{-1+2\nu}\frac{\partial V}{\partial y}; \end{array} \right\} \end{pmatrix}; \vec{f} = \begin{Bmatrix} 0 \\ F_{mx} \\ F_{my} \\ F_{mz} \end{Bmatrix}$$

де $\vec{\Pi}$ – вектор невідомих, Γ – потік, e_a, d_a – відповідно матриці розмірності 4×4.

В такому вигляді вихідні рівняння будуть програмуватися в Comsol Multiphysics, що дозволить суттєво підвищити глобальну стійкість задачі. Нехай, для простоти прийняті позначення функції, які входять в (3) і (3.а) та містять динамічну в'язкість, а також коефіцієнт поперечного розширення як функцію $A_{ij}(\rho(P))$ для членів, що входять в лапласіан і $C_i(\rho(P))$ – для змішаних похідних.

$$\begin{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} \frac{2\eta}{(-1+2\nu)}\frac{\partial U}{\partial x}; -\nu\frac{2\eta}{(-1+2\nu)}\frac{\partial U}{\partial x}; \nu\frac{2\eta}{(-1+2\nu)}\frac{\partial V}{\partial y}; \nu\frac{2\eta}{(-1+2\nu)}\frac{\partial W}{\partial z}; \\ -\eta\frac{\partial U}{\partial y}; -\eta\frac{\partial V}{\partial x}; -\eta\frac{\partial U}{\partial z}; -\eta\frac{\partial W}{\partial x} \end{array} \right\} \\ \left\{ \begin{array}{l} \frac{2\eta}{(-1+2\nu)}\frac{\partial V}{\partial y}; -\nu\frac{2\eta}{(-1+2\nu)}\frac{\partial V}{\partial y}; \nu\frac{2\eta}{(-1+2\nu)}\frac{\partial U}{\partial x}; \nu\frac{2\eta}{(-1+2\nu)}\frac{\partial W}{\partial z}; \\ -\eta\frac{\partial U}{\partial y}; -\eta\frac{\partial V}{\partial x}; -\eta\frac{\partial V}{\partial z}; -\eta\frac{\partial W}{\partial y} \end{array} \right\} \\ \left\{ \begin{array}{l} \frac{2\eta}{(-1+2\nu)}\frac{\partial W}{\partial z}; -\nu\frac{2\eta}{(-1+2\nu)}\frac{\partial W}{\partial z}; \nu\frac{2\eta}{(-1+2\nu)}\frac{\partial U}{\partial x}; \nu\frac{2\eta}{(-1+2\nu)}\frac{\partial V}{\partial y}; \\ -\eta\frac{\partial U}{\partial z}; -\eta\frac{\partial W}{\partial x}; -\eta\frac{\partial V}{\partial z}; -\eta\frac{\partial W}{\partial y} \end{array} \right\} \end{pmatrix} =$$

$$
=\begin{pmatrix}
\left\{A_{11}\frac{\partial U}{\partial x};A_{12}\frac{\partial U}{\partial x};A_{13}\frac{\partial V}{\partial y};A_{14}\frac{\partial W}{\partial z};C_1\frac{\partial U}{\partial y};C_1\frac{\partial V}{\partial x};C_1\frac{\partial U}{\partial z};C_1\frac{\partial W}{\partial x}\right\}\\
\left\{A_{21}\frac{\partial U}{\partial x};A_{22}\frac{\partial V}{\partial y};A_{23}\frac{\partial V}{\partial y};A_{24}\frac{\partial W}{\partial z};C_2\frac{\partial U}{\partial y};C_2\frac{\partial V}{\partial x};C_2\frac{\partial V}{\partial z};C_2\frac{\partial W}{\partial y}\right\}\\
\left\{A_{31}\frac{\partial U}{\partial x};A_{32}\frac{\partial V}{\partial y};A_{33}\frac{\partial W}{\partial z};A_{34}\frac{\partial W}{\partial z};C_3\frac{\partial U}{\partial z};C_3\frac{\partial W}{\partial x};C_3\frac{\partial V}{\partial z};C_3\frac{\partial W}{\partial y}\right\}
\end{pmatrix} \tag{12}
$$

В розрахунковій моделі аргументи для цих функцій задаються у вигляді:

$$
\begin{gathered}
A_{i,j}=A_{i,j}(\alpha[\rho-\bar{\rho}]+\bar{\rho})\\
C_i=C_i(\beta[\rho-\bar{\rho}]+\bar{\rho})
\end{gathered},
$$

у випадку $\begin{cases}\alpha=1\\ \beta=1\end{cases}$ реалізується модель, яка описана системою (12), величина $\bar{\rho}$ - може приймати будь-яке значення.

Отримані аналітичні залежності можуть використовуватись для визначення тиску сипкого середовища на стінки робочих камер, а також визначення початкових умов руху сипкого середовища при його вивантаженні.

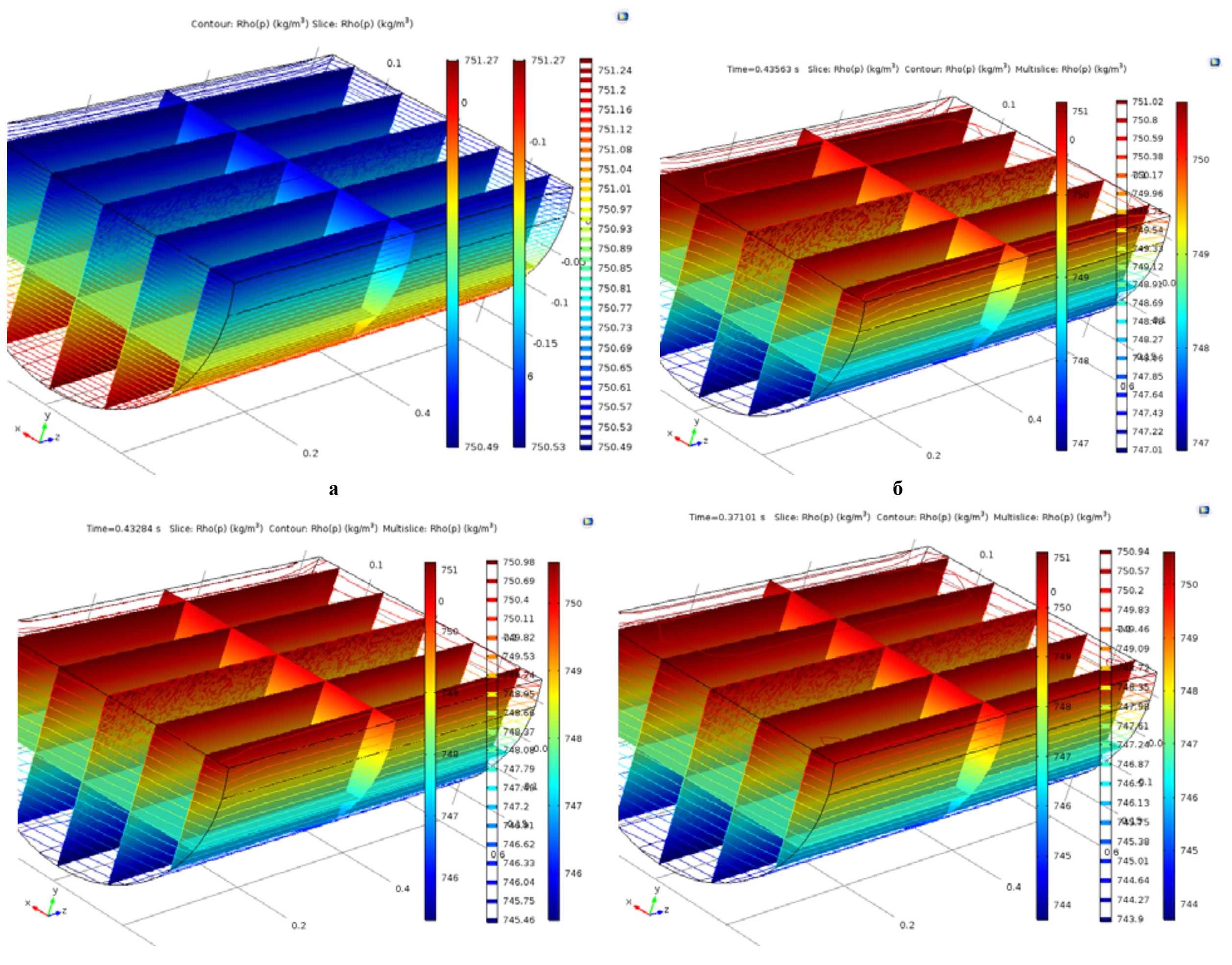

Рис. 5. Графіки розрідження сипкого середовища при амплітуді коливань $a=0{,}01\,м$, кутових швидкостях $\omega=75,\,90,\,105$ рад/с, кутах $\lambda=0,\theta=0$, початковій насипній густині $\rho=750\,кг/м^3$, коефіцієнті пропорційності амплітуд коливань $\delta=1$, в проміжки часу а, в, д - $t=0$, б, г, е - $t=10{,}5\,\pi\,/\,\omega,c$

Важливе значення ці залежності мають також при аналітичному визначенні умов склепоутворення над вивантажувальними отворами споруд та робочих камер для зберігання сипких середовищ.

Деякі з результатів чисельного моделювання зміни густини сипкого середовища та компонент швидкостей переміщень його об'ємів наведено на рис. 5, 6. Весь подальший аналіз результатів чисельних розв'язків буде виконуватися на основі аналізу графічної інтерпретації отриманих результатів, оскільки всі вони носять просторовий характер тобто є функціями координат тривимірного простору і функції часу. Виходячи з цього проаналізувати різницю в отриманих розв'язках для характерних точок простору і у визначений момент часу співставляючи чисельні значення неможливо.

Аналіз характеру розподілу насипних густин сипкого середовища при прикладанні коливань до робочої камери з різними кутовими швидкостями свідчить про те, що насипна густина в нижній зоні робочої камери зменшується в порівнянні із статичним станом. При цьому зменшення густини зростає із збільшенням кутових швидкостей. Слід врахувати, що незначне зменшення насипної густини відбувається за рахунок збільшення об'єму повітря в сипкому середовищі. Тому зміну пористості необхідно визначати з використанням рівняння (11).

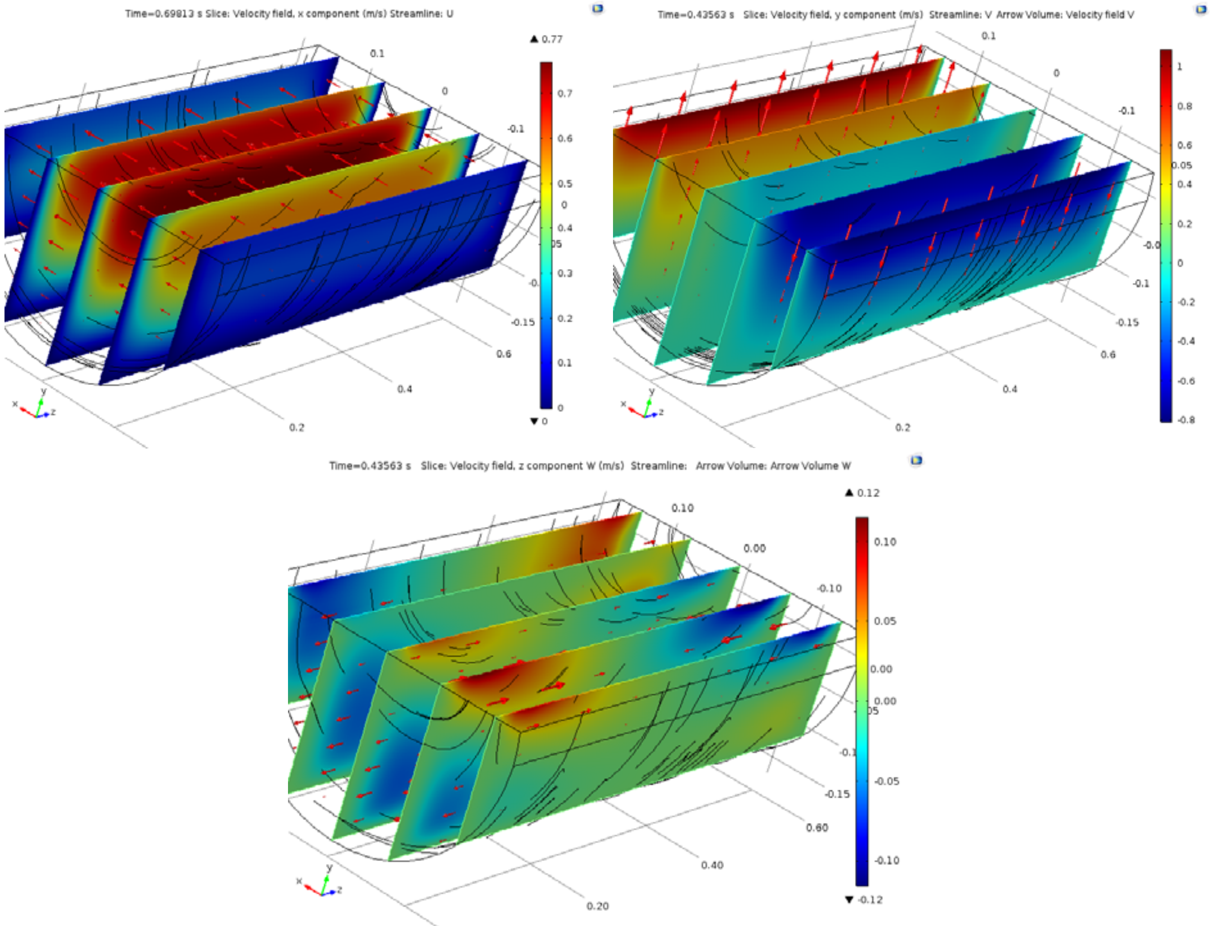

Рис. 6. Графіки ліній вектору швидкості руху сипкого середовища $\mathbf{U}$ і проекцій вектору швидкості U, V, W величин при амплітуді коливань $a = 0{,}01$ м, кутовій швидкості $\omega = 75$ рад/с, кутах $\lambda = 0, \theta = 0$, початковій насипній густині $\rho = 750$ кг/м^3, коефіцієнті пропорційності амплітуд коливань $\delta = 1$, при часі

$$t = 10{,}5\ \pi\ /\ \omega, c$$

Висновки

Аналіз характеру розподілу компонент вектору швидкості $\mathbf{U}$ сипкого середовища при прикладанні коливань до робочої камери з різними кутовими швидкостями свідчить про те, що максимальні значення компонент цього вектору швидкості не перевищують компонент швидкостей руху стінок коливної робочої камери, що відповідає умовам відсутності ефективного розрідження середовища, оскільки в більшій частині об'єму сипкого середовища, яке знаходиться в робочій камері не перевищує величину критерія Фруда. Звідси випливає, що режими руху сипкого середовища при таких параметрах не можуть забезпечити умову розрідження середовища в робочій камері.

Література

1. Федоренко И.Я., Пирожков Д.Н. Вибрируемый зернистый слой в сельскохозяйственной технологии : монография. Барнаул, 2006. 166 с.

2. Блехман И.И. Что может вибрация?: О «вибрационной механике» и вибрационной технике. Москва, 1988. 208 с.

3. Блехман И.И. Вибрационная механика. Москва, 1994. 400 с.

4. Ковбаса В.П., Ярошенко В.В. Розподіл напружень у сипкому середовищі, обмеженому стінками споруди силосного типу // Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин. Кіровоград, 2010. Вип. 40, ч. 1. С. 314–324.

5. Ковбаса В.П., Швайко В.М., Гуцол О.П. Механіка сільськогосподарських матеріалів і середовищ. Київ-Ніжин, 2015. 536 с.

6. Ковбаса В.П. До визначення фізичних рівнянь пружно-в`язко-пластичного середовища з умовою руйнування за модифікованим критерієм Кулона-Мора // Праці ТДАТУ. Мелітополь, 2011. Вип. 11, т. 2. С. 161–174.

7. Ковбаса В.П., Солона О.В., Спірін А.В. та ін. Про спрощення критерію вигляду напружено-деформованого стану суцільного середовища // Всеукраїнський науково-технічний журнал «Техніка, енергетика, транспорт АПК». Вінниця, 2018. № 1 (100). С. 44–49.

8. Блехман И.И. Вибрационное взвешивание твердых тел в жидкости и сыпучей среде // Вестник ПНИПУ. Механика. Пермь, 2013. № 2. С. 52–83.

9. Blekhman I.I., Blekhman L.I., Sorokin V.S. and oth. Surface and volumetric effects in a fluid subjected to high-frequency vibration. *Journal of Mechanical Engineering Science*. London, 2012. Vol. 226 (№ 8). P. 2028–2043.

10. COMSOL Multiphysics. Burlington, 2018. URL: http://www.comsol.com (10.08.2018).

11. Горбунов В.А. Моделирование теплообмена в конечно-элементном пакете FEMLAB. Иваново, 2008. 216 с.

12. Цуркан О.В., Ковбаса В.П. Формализация колебательного движения сыпучей дискретной среды в колеблющейся емкости // Інженерія та технології: наука, освіта, виробництво : праці Міжнар. наук.-техн. конф. (Луцьк, 15-16 лист. 2018). Луцьк, 2018. С. 266–269.

References

1. Fedorenko I.Ya., Pirozhkov D.N. Vibriruemyj zernistyj sloj v selskohozyajstvennoj tehnologii : monografiya. Barnaul, 2006. 166 s.

2. Blehman I.I. Chto mozhet vibraciya?: O «vibracionnoj mehanike» i vibracionnoj tehnike. Moskva, 1988. 208 s.

3. Blehman I.I. Vibracionnaya mehanika. Moskva, 1994. 400 s.

4. Kovbasa V.P., Yaroshenko V.V. Rozpodil napruzhen u sypkomu seredovyshchi, obmezhenomu stinkamy sporudy sylosnoho typu // Konstruiuvannia, vyrobnytstvo ta ekspluatatsiia silskohospodarskykh mashyn. Kirovohrad, 2010. Vyp. 40, ch. 1. S. 314–324.

5. Kovbasa V.P., Shvaiko V.M., Hutsol O.P. Mekhanika silskohospodarskykh materialiv i seredovyshch. Kyiv-Nizhyn, 2015. 536 s.

6. Kovbasa V.P. Do vyznachennia fizychnykh rivnian pruzhno-v`iazko-plastychnoho seredovyshcha z umovoiu ruinuvannia za modyfikovanym kryteriiem Kulona-Mora // Pratsi TDATU. Melitopol, 2011. Vyp. 11, t. 2. S. 161–174.

7. Kovbasa V.P., Solona O.V., Spirin A.V. ta in. Pro sproshchennia kryteriiu vyhliadu napruzheno-deformovanoho stanu sutsilnoho seredovyshcha // Vseukrainskyi naukovo-tekhnichnyi zhurnal «Tekhnika, enerhetyka, transport APK». Vinnytsia, 2018. № 1 (100). S. 44–49.

8. Blehman I.I. Vibracionnoe vzveshivanie tverdyh tel v zhidkosti i sypuchej srede // Vestnik PNIPU. Mehanika. Perm, 2013. № 2. S. 52–83.

9. Blekhman I.I., Blekhman L.I., Sorokin V.S. and oth. Surface and volumetric effects in a fluid subjected to high-frequency vibration. Journal of Mechanical Engineering Science. London, 2012. Vol. 226 (№ 8). P. 2028–2043.

10. COMSOL Multiphysics. Burlington, 2018. URL: http://www.comsol.com (10.08.2018).

11. Gorbunov V.A. Modelirovanie teploobmena v konechno-elementnom pakete FEMLAB. Ivanovo, 2008. 216 s.

12. Curkan O.V., Kovbasa V.P. Formalizaciya kolebatelnogo dvizheniya sypuchej diskretnoj sredy v koleblyushejsya emkosti // Inzheneriya ta tehnologiyi: nauka, osvita, virobnictvo : praci Mizhnar. nauk.-tehn. konf. (Luck, 15-16 list. 2018). Luck, 2018. S. 266–269.

Рецензія/Peer review : 22.6.2019 р. Надрукована/Printed :17.7.2019 р.
Стаття рецензована редакційною колегією